Слађана Димитријевић
Небојша Икодиновић
Александар Миленковић

МАТЕМАТИКА 7

ПРИРУЧНИК ЗА НАСТАВНИКЕ СА ДНЕВНИМ ПРИПРЕМАМА ЗА ЧАСОВЕ

МАТЕМАТИКА 7
Приручник за наставнике са дневним припремама за часове

Аутори: др Слађана Димитријевић, др Небојша Икодиновић, Александар Миленковић
Лектура и коректура: Владимир Танацковић

Издавач: Издавачка кућа „Klett” д.о.о.
Маршала Бирјузова 3–5, 11000 Београд
Тел.: 011/3348-384, факс: 011/3348-385
office@klett.rs, www.klett.rs

За издавача: Гордана Кнежевић Орлић
Главни уредник: Александар Рајковић
Предметни уредник: др Бранислав Поповић
Руководилац пројекта: Катарина Милошевић

Штампа: Klett, Београд
Тираж: 10 примерака

ISBN-978-86-533-0576-5

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

37.091.3::51(035)(0.034.2)
373.31.214.11(497.11)(035)(0.034.2)

ДИМИТРИЈЕВИЋ, Слађана, 1975-
Математика 7 [Електронски извор] : приручник за наставнике са дневним припремама за часове / Слађана Димитријевић, Небојша Икодиновић, Александар Миленковић. - Београд : Klett, 2020 (Београд : Klett). - 1 електронски оптички диск (CD-ROM) : текст, слика ; 12 cm

Системски захтеви: Нису наведени. - Насл. са насловног екрана. - Тираж 10.

ISBN 978-86-533-0576-5

1. Икодиновић, Небојша, 1973- [аутор] 2. Миленковић, Александар, 1988- [аутор]
а) Математика -- Настава -- Методика -- Приручници б) Основне школе -- Наставни план и програм -- Србија -- Приручници

COBISS.SR-ID 27051273

УВОД

Приручник је део уџбеничког комплета издавачке куће „Клет” за наставни предмет математика у VII разреду основне школе. Представља методичко-дидактичку подршку новом штампаном уџбеника и збирке задатака, као и дигиталном издању уџбеника. Пре свега, садржи објашњења изабраних приступа при обради наставних тема и упутства за реализацију наставног процеса. Трудили смо се да понудимо структурна решења за свакодневно организовање наставе, као и да посебно истакнемо осетљива места у настави математике и понудимо наше виђење превазилажења тих проблема.

Приручник се састоји из три целине. У првој целини дата су три основна подзаконска акта (преузета у целини или делимично) везана за наставни предмет Математика, која директно утичу на организовање наставног процеса у VII разреду основне школе. У другој целини дат је преглед основних поставки за организацију наставе и истакнута је улога уџбеничког комплета у наставном процесу, а у трећој се налазе комплетне, детаљно урађене, дневне припреме у форми препорученој од ЗУОВ-а.

Надамо се да ће Приручник испунити циљ с којим смо га писали, а то је да буде корисна стручна литература за наставнике математике, као и да ће се конкретна решења за реализовање наставних садржаја (настала на основу претходно описаних и сугерисаних методичких идеја и ставова) испоставити као сврсисходна и ваљана.

Свакодневна запажања великог броја колега који раде у основним школама уткана су у наш комплет, те користимо ову прилику да им се најтоплије захвалимо. Значајно су на текст утицали и ученици са којима смо радили и које смо пажљиво слушали, покушавајући да се приближимо њиховом начину размишљања.

Аутори

САДРЖАЈ

1. ДРЖАВНА ПОДЗАКОНСКА АКТА У ВЕЗИ СА НАСТАВОМ МАТЕМАТИКЕ У VII РАЗРЕДУ

Под окриљем Министарства просвете, науке и технолошког развоја, а у сарадњи са Заводом за вредновање квалитета образовања и васпитања и Заводом за унапређење образовања и васпитања, као и разним другим стручним институцијама и телима, доносе се подзаконска акта која представљају почетну тачку при планирању наставе уопште, па и наставе математике у VII разреду. Прво треба имати у виду прописане опште циљеве образовања и васпитања, као и оријентисаност програма на исходе и процес учења.

Циљеви образовања и васпитања су:

1) обезбеђивање добробити и подршка целовитом развоју ученика;
2) обезбеђивање подстицајног и безбедног окружења за целовити развој ученика, развијање ненасилног понашања и успостављање нулте толеранције према насиљу;
3) свеобухватна укљученост ученика у систем образовања и васпитања;
4) развијање и практиковање здравих животних стилова, свести о важности сопственог здравља и безбедности, потребе неговања и развоја физичких способности;
5) развијање свести о значају одрживог развоја, заштите и очувања природе и животне средине и еколошке етике, заштите и добробити животиња;
6) континуирано унапређивање квалитета процеса и исхода образовања и васпитања заснованог на провереним научним сазнањима и образовној пракси;
7) развијање компетенција за сналажење и активно учешће у савременом друштву које се мења;
8) пун интелектуални, емоционални, социјални, морални и физички развој сваког ученика, у складу са његовим узрастом, развојним потребама и интересовањима;
9) развијање кључних компетенција за целоживотно учење, развијање међупредметних компетенција за потребе савремене науке и технологије;
10) развој свести о себи, развој стваралачких способности, критичког мишљења, мотивације за учење, способности за тимски рад, способности самовредновања, самоиницијативе и изражавања свог мишљења;
11) оспособљавање за доношење ваљаних одлука о избору даљег образовања и занимања, сопственог развоја и будућег живота;
12) развијање осећања солидарности, разумевања и конструктивне сарадње са другима и неговање другарства и пријатељства;
13) развијање позитивних људских вредности;
14) развијање компетенција за разумевање и поштовање права детета, људских права, грађанских слобода и способности за живот у демократски уређеном и праведном друштву;
15) развој и поштовање расне, националне, културне, језичке, верске, родне, полне и узрасне равноправности, развој толеранције и уважавање различитости;
16) развијање личног и националног идентитета, развијање свести и осећања припадности Републици Србији, поштовање и неговање српског језика и матерњег језика, традиције и културе српског народа и националних мањина, развијање интеркултуралности, поштовање и очување националне и светске културне баштине;
17) повећање ефикасности употребе свих ресурса образовања и васпитања, завршавање образовања и васпитања у предвиђеном року са минималним продужетком трајања и смањеним напуштањем школовања;
18) повећање ефикасности образовања и васпитања и унапређивање образовног нивоа становништва Републике Србије као државе засноване на знању.

Програми оријентисани на исходе и процес учења

Структура програма свих наставних предмета конципирана је на исти начин. На почетку се налази циљ наставе и учења предмета за други циклус образовања и васпитања. У табели која следи, у првој колони, дефинисани су предметни исходи за крај седмог разреда, у другој колони дате су области и/или теме, а у трећој се налазе предметни садржаји. Иза табеле налазе се кључни појмови садржаја програма и препоруке за остваривања наставе и учења конкретног предмета под насловом *Упутство за дидактичко--методичко остваривање програма*.

Програми наставе и учења засновани су на општим циљевима и исходима образовања и васпитања и потребама и могућностима ученика седмог разреда. Усмерени су на процес и исходе учења, а не на саме садржаје, који сада имају другачију функцију и значај. Садржаји више нису циљ сами по себи, већ су у функцији остваривања исхода који су дефинисани као функционално знање ученика тако да показују шта ће ученик бити у стању да учини, предузме, изведе, обави захваљујући знањима, ставовима и вештинама које је градио и развијао током једне године учења конкретног наставног предмета. Овако конципирани програми подразумевају да оствареност исхода води ка развијању компетенција, и то како општих и специфичних предметних, тако и кључних, као и међупредметних.

Прегледом исхода који су дати у оквиру појединих програма наставе и учења може се видети како се постављају темељи развоја кључних и општих међупредметних компетенција које желимо да наши ученици имају на крају основног образовања. На путу остваривања циља и исхода, кључна је улога наставника, који добија значајан простор за слободу избора и повезивање садржаја, метода, поступака и техника наставе и учења и активности ученика. Оријентација на процес учења и исходе стара се не само о резултатима, већ и о начину на који се учи, односно како се знање гради и повезује у смислене целине, како се развија мрежа појмова и повезује знање са практичном применом.

Програми наставе и учења намењени су, пре свега, наставницима који непосредно раде са ученицима, али и онима који на посредан начин узимају учешће у образовању и васпитању. Зато треба имати у виду да терминологија која је коришћена у програмима наставе и учења није намењена ученицима и треба је, приликом дефинисања конкретних наставних јединица (било за непосредан рад са ученицима, било за потребе уџбеничких и дидактичких материјала), прилагодити узрасту ученика. Програми наставе и учења су наставницима полазна основа и педагошко полазиште за развијање образовно-васпитне праксе: за планирање годишњих и оперативних планова, непосредну припрему за рад, као и оквир за преиспитивање праксе развијања планова, остваривања и праћења и вредновања наставе и учења кроз сопствена промишљања, разговор са колегама итд.

Образовно-васпитна пракса је сложена, променљива и не може се до краја и детаљно унапред предвидети. Она се одвија кроз динамичну спрегу међусобних односа и различитих активности у социјалном и физичком окружењу, у јединственом контексту конкретног одељења, конкретне школе и конкретне локалне заједнице. Зато је уместо израза *реализовати* програм боље рећи да се на основу датих програма *планира* и *остварује* настава и учење које одговара конкретним потребама одељења.

У наставку наводимо три важна подзаконска акта (или њихове делове) у односу на које смо даље дали смернице за планирање и обликовање наставе, као и конкретне предлоге за реализацију наставе:

1. Програм наставе и учења за предмет Математика у VII разреду;
2. Образовни стандарди за крај обавезног образовања за наставни предмет Математика;
3. Правилник о оцењивању ученика у основном образовању и васпитању.

1.1. Програм наставе и учења за предмет Математика у VII разреду[1]

Назив предмета	**МАТЕМАТИКА**
Циљ	**Циљ** учења математике је да ученик, овладавајући математичким концептима, знањима и вештинама, развије основе апстрактног и критичког мишљења, позитивне ставове према математици, способност комуникације математичким језиком и писмом и примени стечена знања и вештине у даљем школовању и решавању проблема из свакодневног живота, као и да формира основ за даљи развој математичких појмова.
Разред	**Седми**
Годишњи фонд часова	**144 часа**

ИСХОДИ По завршетку разреда ученик ће бити у стању да:	**ОБЛАСТ/ТЕМА**	**САДРЖАЈИ**
– израчуна степен реалног броја и квадратни корен потпуног квадрата и примени одговарајућа својства операција; – одреди бројевну вредност једноставнијег израза са реалним бројевима; – на основу реалног проблема састави и израчуна вредност једноставнијег бројевног израза са реалним бројевима; – одреди приближну вредност реалног броја и процени апсолутну грешку; – нацрта график функције $y = kx$, $k \in R\backslash\{0\}$; – примени продужену пропорцију у реалним ситуацијама; – примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима; – трансформише збир, разлику и производ полинома;	**РЕАЛНИ БРОЈЕВИ**	Квадрат рационалног броја. Решавање једначине $x^2 = a$, $a \geq 0$; постојање ирационалних бројева (на пример решења једначине $x^2 = 2$). Реални бројеви и бројевна права. Квадратни корен, једнакост $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$. Децимални запис реалног броја; приближна вредност реалног броја; апсолутна грешка. Основна својства операција с реалним бројевима. Функција директне пропорционалности $y = kx$, $k \in R\backslash\{0\}$. Продужена пропорција.
	ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА	Питагорина теорема (директна и обратна). Важније примене Питагорине теореме. Конструкције тачака на бројевној правој које одговарају бројевима $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ итд. Растојање између две тачке у координатном систему.
	ЦЕЛИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ	Први део Степен чији је изложилац природан број; степен декадне јединице чији је изложилац цео број; операције са степенима; степен производа, количника и степена.

---

[1] Службени гласник РС – Просветни гласник бр. 5/2019 (од 27. маја 2019)

– примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); – примени трансформације полинома на решавање једначина; – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноставнијих тврђења и у конструктивним задацима; – примени својства централног и периферијског угла у кругу; – израчуна обим и површину круга и његових делова; – преслика дати геометријски објекат ротацијом; – одређује средњу вредност, медијану и мод.		Други део Алгебарски изрази. Полиноми и операције (мономи, сређени облик, трансформације збира, разлике и производа полинома у сређени облик полинома). Квадрат бинома и разлика квадрата. Растављање полинома на чиниоце коришћењем дистрибутивног закона, формуле за квадрат бинома и разлику квадрата. Примене.
	МНОГОУГАО	Појам многоугла. Врсте многоуглова. Збир углова многоугла. Број дијагонала многоугла. Правилни многоуглови (појам, својства, конструкције). Обим и површина многоугла. Тежишна дуж троугла. Ортоцентар и тежиште троугла. Сложеније примене ставова подударности.
	КРУГ	Централни и периферијски угао у кругу. Обим круга, број π. Дужина кружног лука. Површина круга, кружног исечка и кружног прстена. Ротација.
	ОБРАДА ПОДАТАКА	Средња вредност, медијана и мод.

Кључни појмови садржаја: реални број, степен, квадратни корен, Питагорина теорема, полином, многоугао, ортоцентар и тежиште, круг, број π, ротација и средња вредност.

УПУТСТВО ЗА ДИДАКТИЧКО-МЕТОДИЧКО ОСТВАРИВАЊЕ ПРОГРАМА

При избору садржаја и писању исхода за предмет Математика узета је у обзир чињеница да се учењем математике ученици оспособљавају за: решавање разноврсних практичних и теоријских проблема, комуникацију математичким језиком, математичко резоновање и доношење закључака и одлука. Такође, у обзир је узета и чињеница да сам процес учења математике има своје посебности које се огледају у броју година изучавања и недељног броја часова предмета и неопходности стицања континуираних знања.

Наставници у својој свакодневној наставној пракси треба да се ослањају на исходе, јер они указују на оно за шта ученици треба да буду оспособљени током учења предмета у једној школској години. Исходи представљају очекиване и дефинисане резултате учења и наставе. Остваривањем исхода ученици усвајају основне математичке концепте, овладавају основним математичким процесима и вештинама, оспособљавају се за примену математичких знања и вештина и комуникацију математичким језиком. Кроз исходе се омогућава и остваривање међупредметних компетенција као што су комуникација, рад са подацима и информацијама, дигитална компетенција, решавање проблема, сарадња и компетенција за целоживотно учење.

Предлог за реализацију Програма

Ради лакшег планирања наставе, даје се оријентациони предлог броја часова по темама (укупан број часова за тему, број часова за обраду новог градива + број часова за утврђивање и систематизацију градива). Приликом израде оперативних планова наставник распоређује укупан број часова предвиђен за поједине теме по типовима часова (обрада новог градива, утврђивање и увежбавање, понављање, проверавање и систематизација знања), водећи рачуна о циљу предмета и исходима.

Реални бројеви (21; 8 + 13)

Питагорина теорема (19; 6 + 13)

Цели алгебарски изрази (48; 19 + 29)

Многоугао (21; 9 + 12)

Круг (18; 7 + 11)

Обрада података (5)

У Програму је садржај теме *Цели алгебарски изрази* подељен на два дела, због тога што је пожељно комбиновати алгебарске и геометријске садржаје. Предложени редослед реализације тема:

1. Реални бројеви;
2. Питагорина теорема;
3. Цели алгебарски изрази – први део;
4. Многоугао;
5. Цели алгебарски изрази – други део;
6. Круг;
7. Обрада података.

Предложена подела теме и редослед реализације нису обавезни за наставнике, већ само представљају један од могућих модела.

Напомена: За обнављање градива, иницијални тест и анализу резултата иницијалног теста планирана су 4 часа, а за реализацију 4 писмена задатака (у трајању од по једног часа), са исправкама, планирано је 8 часова.

I ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Програм усмерава наставника да наставни процес конципира у складу са дефинисаним исходима, односно да планира како да ученици остваре исходе и да изабере одговарајуће методе, активности и технике за рад са ученицима. Дефинисани исходи показују наставнику и која су то специфична знања и вештине које су ученику потребне за даље учење и свакодневни живот. Приликом планирања часа, исходе предвиђене Програмом треба разложити на мање и на основу њих планирати активности за конкретан час. Треба имати у виду да се исходи у Програму разликују, да се неки могу лакше и брже остварити, док је за одређене исходе потребно више времена, активности и рада на различитим садржајима. Исходе треба посматрати као циљеве којима се тежи током једне школске године. Наставу у том смислу треба усмерити на развијање компетенција и не треба је усмерити само на остваривање појединачних исхода.

При обради нових садржаја треба се ослањати на постојеће искуство и знање ученика, и настојати, где год је то могуће, да ученици самостално откривају математичке правилности и изводе закључке. Основна улога наставника је да буде организатор наставног процеса, да подстиче и усмерава активност ученика. Ученике треба упућивати да користе Уџбеник и друге изворе знања, како би усвојена знања била трајнија и шира, а ученици оспособљени за примену у решавању разноврсних задатака.

На часовима треба комбиновати различите методе и облике рада, што доприноси већој рационализацији наставног процеса, подстиче интелектуалну активност ученика и наставу чини интересантнијом и ефикаснијом. Избор метода и облика рада зависи од наставних садржаја које треба реализовати на часу и предвиђених исхода, али и од специфичности одређеног одељења и индивидуалних карактеристика ученика.

II ОСТВАРИВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Реални бројеви – Увести појам квадрата рационалног броја $\frac{p}{q}$ и илустровати га површином квадрата чија је страница управо $\frac{p}{q}$, на основу чега ученици треба да закључе да је квадрат произвољног рационалног броја ненегативан број.

При израчунавању квадрата рационалних бројева, равноправан статус треба дати квадрирању бројева у запису $\frac{p}{q}$ и у децималном запису.

Код решавања једначина облика $x^2 = a$, ученици уз наставникову помоћ изводе следеће закључке: дата једначина се може свести на једначину $x^2 = a = b^2$ и може имати једно ($a = 0$) или два решења ($a > 0$), али може бити и без решења ($a < 0$). Приликом увођења ознаке за квадратни корен, нагласити разлику између, на пример, вредности $\sqrt{4}$ и решења једначине $x^2 = 4$.

У даљем раду показати да неке једначине облика $x^2 = a$ (на пример $x^2 = 2$) немају решења у скупу рационалних бројева, тј. да се у скупу рационалних мерних бројева не може израчунати мерни број странице квадрата чија је површина 2 (не инсистирати да ученици репродукују одговарајући доказ). На тај начин мотивисати увођење ирационалних бројева, јер из претходног следи да осим рационалних бројева треба имати на располагању и неке друге бројеве (на пример оне чији квадратни корен није рационалан број). Тада се уводи скуп реалних бројева као унија два дисјунктна скупа – скупа рационалних и скупа ирационалних бројева. Сада је природно и да се „рационална” права прошири у реалну праву и покаже како на таквој реалној правој постоје рационалне и ирационалне тачке. Нагласити, међутим, да скуп (позитивних) ирационалних бројева, осим квадратних корена рационалних бројева, садржи и многе друге елементе, од којих ће неки бити поменути касније (рецимо број π).

На конкретним примерима ученици треба да уоче да сваки рационалан број има коначну или бесконачну периодичну децималну репрезентацију, а ирационални бројеви бесконачну непериодичну репрезентацију и обратно (ове чињенице не треба доказивати у општем случају). При израчунавању вредности корена и рачунања са коренима, када су њихове вредности ирационални бројеви, користити калкулатор или расположиве софтвере.

За све реалне бројеве, без обзира да ли имају коначну или бесконачну децималну репрезентацију, увести појам приближне вредности и појам апсолутне грешке. Правила заокругљивања реалних бројева увести на следећи начин: на конкретним примерима, посматрањем могућих граница (интервала) у зависности од прецизности, ученици бирају приближне вредности тако да се при заокругљивању бира вредност са мањом апсолутном грешком, након чега се формулишу правила.

Основна својства операција сабирања и множења реалних бројева посматрати и анализирати у поређењу с одговарајућим својствима у скупу рационалних бројева. Основна својства операције кореновања у R^+ треба такође реализовати на примерима, при чему се посебно третирају збир, разлика, производ и количник корена и њихови односи са кореном збира, разлике, производа и количника. Притом посебну пажњу обратити на једнакост $\sqrt{a^2} = |a|$ и њено тумачење.

У оквиру ове теме се обрађује и функција директне пропорционалности $y = kx$, коју треба увести конкретним примерима блиским искуству ученика (раст дужине пута са временом путовања при константној брзини, смањење водостаја реке ако је дневни пад протока константан...). У почетним примерима ученици цртају тачкасти график којим се приказује функција за дискретне вредности променљиве, након чега се долази до конструкције графичког приказа у координатном систему. Тематску јединицу *Продужена пропорција* треба, такође, реализовати на конкретним примерима (подела дате суме у датој размери, одређивање углова троугла ако је дат њихов однос, присуство метала у легурама ...). Посебну пажњу поклонити вези продужене пропорције са класичном двојном пропорцијом.

Питагорина теорема – Питагорина теорема је од великог значаја за даље математичко образовање и потребно ју је пажљиво методички и дидактички обрадити. Као мотивација за тему могу се користити историјски подаци, најпре о потреби човека за употребом и конструкцијом правоуглих троуглова током изградње различитих објеката у укупном напретку цивилизације, а чије је законитости Питагора уочио и математички уобличио и формулисао. На примеру египатског троугла, експериментом са конопцем, цртежом или симулацијом на неком од динамичких софтвера, упознати ученике са теоремом, а затим је и исказати и дати комплетан доказ. Потребно је да ученици схвате концепт Питагорине теореме, а не да напамет науче исказ. У том циљу током вежбања инсистирати на различитим ознакама катета и хипотенузе, као и на различитим положајима самог правоуглог троугла, како би се ученици оспособили да Питагорину теорему користе касније у образовању у различитим задацима из планиметрије, стереометрије и тригонометрије. Упознати ученике са карактеристичним Питагориним тројкама кроз примере и напоменути да таквих тројки има бесконачно много. Формулисати обрат Питагорине теореме и применити га у задацима.

У другом делу теме пажњу је потребно усмерити на примену Питагорине теореме на конструкције дужи чији је мерни број дужине ирационалан број и примену на квадрат, правоугаоник, једнакокраки и једнакостранични троугао, ромб и правоугли и једнакокраки трапез. Ученици треба да примењују Питагорину теорему и на једнакокраком правоугли троугао, правоугли троугао са углом од $30°$ и за одређивање растојања двеју тачака у координатном систему.

Уколико наставник има техничких могућности у учионици, након усвајања Питагорине теореме на традиционалан начин, део ове теме може обрадити коришћењем неког од бесплатних динамичких софтвера који ученицима може још очигледније дочарати Питагорину теорему и примену теореме у различитим геометријским задацима и проблемима из свакодневног живота.

Цели алгебарски изрази – У првом делу ове теме уводи се појам степена променљиве природним бројем и изводе се основна својства те операције (множење и дељење степена једнаких основа, степеновање степена, као и правила за степен производа и количника). Ученици треба у потпуности да овладају одговарајућим трансформацијама да би, између осталог, били припремљени за упознавање са операцијама са полиномима које следе. Такође, уводи се појам степена са изложиоцем који је нула или негативан цео број, али само у случају основе која је декадна јединица.

Примери обухватају краће записивање врло малих рационалних бројева (примене у физици), као и канонско представљање рационалних бројева у децималном запису.

Други део теме обухвата операције с целим алгебарским изразима (полиномима). Најпре се уводи појам полинома и увежбава израчунавање вредности таквог израза за конкретне вредности променљивих које у њему учествују. Затим се дефинишу основне операције са полиномима (сабирање, одузимање и множење) и увежбава довођење полинома на сређени облик. Притом се, по потреби, користи дистрибутивни закон (у облику $(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$ и формула за квадрат бинома (у облику $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$).

У наставку ове теме ученици треба да, на погодним примерима, уоче потребу растављања полинома на чиниоце (посебно у циљу решавања једначина). Затим треба увежбати то растављање коришћењем претходно наведених формула (али сада записаних у облику $ax+ay+bx+by=(a+b)(x+y)$, односно $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$), као и формуле за разлику квадрата. Примере растављања тзв. непотпуног квадратног тринома обрађивати само на додатној настави. Сем поменуте примене на решавање једначина (на пример, облика $ax^2+bx=0$ и $x^2-c^2=0$), овде се могу приказати примери решавања геометријских проблема за које је потребно познавање операција са полиномима.

Многоугао – Многоугао увести као део равни ограничен многоугаоном линијом. Нагласити разлику између конвексних и неконвексних многоуглова, али даља разматрања ограничити само на конвексне многоуглове. Ученике треба наводити да уоче зависност броја дијагонала, као и зависност збира унутрашњих углова од броја темена многоугла. Приликом увођења правилних многоуглова, ученици треба да уоче да постоје многоуглови који нису правилни иако су све њихове странице једнаке, као и да постоје многоуглови који нису правилни иако су сви њихови углови једнаки. Посебно истаћи осну симетричност правилног многоугла и број оса симетрије, као и чињенице да се око правилног многоугла може описати круг и да се у њега може уписати круг. Из одговарајућих формула за једнакостранични троугао ученици, уз помоћ наставника ако је потребно, изводе формуле којима се у правилном шестоуглу успостављају везе између странице, дуже дијагонале, краће дијагонале, полупречника уписаног и описаног круга.

Кроз разноврсне примере и задатке (који се односе на троуглове, четвороуглове и правилне многоуглове) истицати примену ставова подударности троуглова и поступно развијати код ученика вештину доказивања. Доказати најважније особине троуглова и паралелограма. Увести појмове ортоцентар, тежишна дуж и тежиште троугла, и навести њихове особине. Примену ставова подударности и њихових последица проширити и на конструктивне задатке. Истаћи разлику између цртања и конструкције. Посебно треба издвојити:

1) конструкције троуглова које поред датих страница/углова одређује и једна висина, односно тежишна дуж;

2) конструкције паралелограма и трапеза које поред датих страница/углова одређује и висина;

3) конструкције делтоида;

4) конструкције правилних многоуглова са 3, 4, 6, 8 или 12 темена које одређује страница, односно полупречник описаног/уписаног круга.

На примерима илустровати ситуације када конструктивни задатак има више решења или нема решења, али не инсистирати на оваквим задацима. Израчунавање обима и површине многоугла илустровати разноврсним примерима и задацима.

Приликом израчунавања површине користити разлагање многоуглова на троуглове и четвороуглове. Посебну пажњу посветити израчунавању површине правилног шестоугла. Важно је укључити и одређени број практичних примена рачунања површина.

Круг – Полазећи од раније стечених знања и дефиниција кружне линије и кружне површи, треба размотрити могуће положаје и односе круга и праве, а такође и два круга у равни. Ученике треба подсетити на дефиниције тангенте и тетиве круга и искористити Питагорину терему за успостављање везе између полупречника круга, тетиве и централног одстојања тетиве. Централне теме су увођење појмова централног и периферијског угла, уочавање и доказивање тврђења о њиховом међусобном односу, као и одређивање обима и површине круга. Ученици би требало експериментално да утврде сталност односа обима и пречника кружнице. Када се уведе број π, ученике треба информативно упознати са његовом ирационалном природом. После обраде обима и површине круга, треба извести формуле за дужину кружног лука, површину кружног исечка и кружног прстена. У практичним израчунавањима користити приближну вредност $3{,}14$ или повремено радити и са проценама $3{,}142; \frac{22}{7}; 3{,}1$.

У оквиру дела теме који се односи на ротацију треба се ограничити на ротације једноставнијих фигура око задате тачке и за задати угао. Објаснити ученицима позитиван и негативан смер ротације и урадити неколико примера ротације у координатном систему. Важно је да ученици уоче да се дужине дужи и величине углова не мењају при ротацији.

Обрада података – Ову тему реализовати као пројектни задатак. Циљ пројектног задатка је да ученици овладају појмовима средња вредност, медијана и мод и истовремено се увере у примењивост обраде података у свакодневној пракси. Препорука је да се пројектни задатак реализује на конкретним примерима и предлог је да се у седмом разреду то оствари прикупљањем, обрадом и анализом података добијених анкетом. Теме се могу одабрати из животног окружења и њихов садржај би требало да буде близак узрасту ученика (на пример: коришћење ИКТ од стране ученика, расподела слободног времена ученика, еколошка свест младих ...). Број питања у анкети не мора бити велики, највише 5–6, а истраживање треба реализовати тако да узорак не буде премали, али ни превелики и да се може реализовати у најближем окружењу (школа, породица, комшилук ...). Предлог је да се пет расположивих часова реализује по следећем плану:

РЕДНИ БРОЈ ЧАСА	САДРЖАЈ РАДА	АКТИВНОСТИ НАСТАВНИКА И УЧЕНИКА
1.	• Избор теме истраживања; • конструкција анкетних питања.	Наставник објашњава пројектни задатак, а ученици предлажу теме за истраживање и 5–6 анкетних питања.
2.	• Упутство за анкетирање; • спровођење истраживања анкетирањем.	Сваки ученик добија по 4–5 анкетних листића.
3.	• Обнављање и доградња појмова: узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ; • увођење нових појмова: средња вредност, медијана и мод.	На једном (нумерички потпуно припремљеном) примеру се илуструју сви наведени – познати и нови појмови.
4.	• Подела ученика на групе; • упућивање у начин обраде података добијених анкетирањем;	Формирају се нехомогене истраживачке групе. Свака група обрађује једно питање за које је задужена (може се користити и

	- обрада резултата анкете.	Excel) и припрема презентацију резултата.
5.	- Презентација резултата анкете.	Групе приказују резултате свог истраживања (таблични приказ резултата обраде питања из анкете, процентуалну расподелу, графички приказ, израчунавање средње вредности, медијане и мода), тумаче добијене резултате и изводе закључке.

III ПРАЋЕЊЕ И ВРЕДНОВАЊЕ НАСТАВЕ И УЧЕЊА

Саставни део процеса развоја математичких знања у свим фазама наставе је и праћење и процењивање степена остварености исхода, које треба да обезбеди што поузданије сагледавање развоја и напредовања ученика. Тај процес започети иницијалном проценом нивоа на ком се ученик налази. Прикупљање информација из различитих извора (свакодневна посматрања, активност на часу, учествовање у разговору и дискусији, самосталан рад, рад у групи, тестови) помаже наставнику да сагледа постигнућа (развој и напредовање) ученика и степен остварености исхода. Свака активност је добра прилика за процену напредовања и давање повратне информације, а важно је и ученике оспособљавати и охрабривати да процењују сопствени напредак у учењу.

1.2. Образовни стандарди за крај обавезног образовања за наставни предмет Математика

Образовни стандарди за крај обавезног образовања представљају суштинска знања, вештине и умења које ученици треба да поседују по завршетку обавезног образовања. Стандарди обликују најважније захтеве школског учења и наставе и исказују их као исходе видљиве у понашању и расуђивању ученика. Они описују постигнућа ученика, стечена знања, вештине и умења. Основна карактеристика образовних стандарда је то што су дефинисани у терминима мерљивог понашања ученика. Треба имати у виду да је успостављање и унапређење стандарда континуиран процес, тесно повезан са променама положаја и улоге образовања у друштву. Стандарди су по својој природи подложни проверама и променама у циљу даљег унапређења образовног процеса.

Стандарди за крај обавезног образовања постављени су на три нивоа постигнућа:

Основни ниво: Ученик влада појмовима бар у смислу њиховог разликовања на класи одговарајућих примера и распознаје и користи одговарајуће термине и ознаке. Уз помоћ интерпретација (сликом, узорним примерима и сл.) способан је за основно операсање. Очекује се да ће сви ученици, а најмање 80% њих, достићи овај ниво.

Средњи ниво: Ученик влада појмовима тако што је оспособљен да сам издваја одговарајуће примере и уме да истиче њихова карактеристична својства. Оперише њиховим назнакама по правилима која процедурално изражава (тачно рачуна, представља их правилно иконички, тј. путем слике и сл.) и притом има виши степен рачунске увежбаности. Очекује се да ће око 50% ученика достићи овај ниво.

Напредни ниво: Ученик потпуно влада појмовима, оперише њима по прихваћеним правилима која уме да исказује вербално (тј. путем природног језика) и симболички. Разуме хијерархију која успоставља односе међу појмовима по степену њихове апстрактности, уме да закључује на основу претпоставки које су формално исказане (разуме и сам изводи неке једноставније доказе) и достиже високи степен аутоматског извођења операција. Очекује се да ће око 25% ученика достићи овај ниво.

За стандарде су усвојене скраћенице које користимо при њиховом навођењу. Скраћеницу чине четири дела:

1. скраћеница за назив предмета, у случају математике МА;
2. први број је ознака за ниво (1. – основни ниво, 2. – средњи ниво, 3. – напредни ниво);
3. други број је ознака за област (1. – Бројеви и операције са њима, 2. – Алгебра и функције, 3. – Геометрија, 4. – Мерење, 5. – Обрада података);
4. трећи број је редни број стандарда у одређеној области на одређеном нивоу.

На пример МА.1.3.2. је ознака за други стандард у области Геометрија на основном нивоу
у оквиру предмета Математика.

У наставку је дата табела са свим стандардима за предмет Математика, где су они разврстани по областима и нивоима.

БРОЈЕВИ И ОПЕРАЦИЈЕ СА ЊИМА		
Основни ниво	**Средњи ниво**	**Напредни ниво**
Ученик уме да:	*Ученик уме да:*	*Ученик уме да:*
МА.1.1.1. прочита и запише различите врсте бројева (природне, целе, рационалне);		
МА.1.1.2. преведе децимални запис броја у разломак и обратно;		
МА.1.1.3. упореди по величини бројеве истог записа, помажући се сликом кад је то потребно;	МА.2.1.1. упореди по величини бројеве записане у различитим облицима;	
МА.1.1.4. изврши једну основну рачунску операцију са бројевима истог записа, помажући се сликом када је то потребно (у случају сабирања и одузимања разломака само са истим	МА.2.1.2. одреди супротан број, реципрочну вредност и апсолутну вредност броја; израчуна вредност једноставнијег израза са више рачунских операција	МА.3.1.1. одреди вредност сложенијег бројевног израза;

имениоцем); рачуна, на пример, 1/5 од n, где је n дати природан број;	различитог приоритета, укључујући ослобађање од заграда, са бројевима истог записа;	
MA.1.1.5. дели са остатком једноцифреним бројем и зна када је један број дељив другим;	MA.2.1.3. примени основна правила дељивости са 2, 3, 5, 9 и декадним јединицама;	MA.3.1.2 . оперише појмом дељивости у проблемским ситуацијама;
MA.1.1.6. користи целе бројеве и једноставне изразе са њима, помажући се визуелним представама.	MA.2.1.4. користи бројеве и бројевне изразе у једноставним реалним ситуацијама.	MA.3.1.3. користи бројеве и бројевне изразе у реалним ситуацијама.

АЛГЕБРА И ФУНКЦИЈЕ		
Основни ниво	**Средњи ниво**	**Напредни ниво**
Ученик врши формалне операције које су редуциране и зависе од интерпретације; уме да:	*Ученик је рачунске операције довео до солидног степена увежбаности; уме да:*	*Ученик је постигао висок степен увежбаности извођења операција, уз истицање својстава која се примењују; уме да:*
MA.1.2.1. реши линеарне једначине у којима се непозната појављује само у једном члану;	MA.2.2.1. реши линеарне једначине и системе линеарних једначина са две непознате;	MA.3.2.1. саставља и решава линеарне једначине и неједначине и системе линеарних једначина са две непознате;
MA.1.2.2. израчуна степен датог броја, зна основне операције са степенима;	MA.2.2.2. оперише степенима и зна шта је квадратни корен;	MA.3.2.2. користи особине степена и квадратног корена;

MA.1.2.3. сабира, одузима и множи мономе;	MA.2.2.3. сабира и одузима полиноме, уме да помножи два бинома и да квадрира бином;	MA.3.2.3. зна и примењује формуле за разлику квадрата и квадратног бинома; увежбано трансформише алгебарске изразе и своди их на најједноставнији облик;
MA.1.2.4. одреди вредност функције дате таблицом или формулом.	MA.2.2.4. уочи зависност међу променљивима, зна функцију *y* = *ax* и графички интерпретира њена својства; везује за та својства појам директне пропорционалности и одређује непознати члан пропорције;	MA.3.2.4. разликује директно и обрнуто пропорционалне величине и то изражава одговарајућим записом; зна линеарну функцију и графички интерпретира њена својства;
	MA.2.2.5. користи једначине у једноставним текстуалним задацима.	MA.3.2.5. користи једначине, неједначине и системе једначина, решавајући и сложеније текстуалне задатке.
ГЕОМЕТРИЈА		
Основни ниво	**Средњи ниво**	**Напредни ниво**
Ученик:	*Ученик уме да:*	*Ученик уме да:*
MA.1.3.1. влада појмовима: дуж, полуправа, права, раван и угао (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама и уме да их нацрта користећи прибор; разликује неке врсте углова и паралелне и нормалне праве);	MA.2.3.1. одреди суплементне и комплементне углове, упоредне и унакрсне углове; рачуна са њима ако су изражени у целим степенима;	MA.3.3.1. рачуна са угловима укључујући и претварање угаоних мера; закључује користећи особине паралелних и нормалних правих, укључујући углове на трансверзали;

МА.1.3.2. влада појмовима: троугао, четвороугао, квадрат и правоугаоник (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама и уме да их нацрта користећи прибор); разликује основне врсте троуглова, зна основне елементе троугла и уме да израчуна обим и површину троугла, квадрата и правоугаоника на основу елемената који непосредно фигуришу у датом задатку; уме да израчуна непознату страницу правоуглог троугла примењујући Питагорину теорему);	МА.2.3.2. одреди однос углова и страница у троуглу, збир углова у троуглу и четвороуглу и да решава задатке користећи Питагорину теорему;	МА.3.3.2. користи основна својства троугла, четвороугла, паралелограма и трапеза, рачуна њихове обиме и површине на основу елемената који нису обавезно непосредно дати у формулацији задатка; уме да их конструише;
МА.1.3.3. влада појмовима: круг, кружна линија (издваја њихове основне елементе, уочава њихове моделе у реалним ситуацијама и уме да их нацрта користећи прибор; уме да израчуна обим и површину круга датог полупречника);	МА.2.3.3. користи формуле за обим и површину круга и кружног прстена;	МА.3.3.3. одреди централни и периферијски угао, рачуна површину исечка, као и дужину лука;
МА.1.3.4. влада појмовима: коцка и квадар (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама, зна њихове основне елементе и рачуна њихову површину и запремину);	МА.2.3.4. влада појмовима: призма и пирамида; рачуна њихову површину и запремину када су неопходни елементи непосредно дати у задатку;	МА.3.3.4. израчуна површину и запремину призме и пирамиде, укључујући случајеве када неопходни елементи нису непосредно дати;

MA.1.3.5. влада појмовима: купа, ваљак и лопта (уочава њихове моделе у реалним ситуацијама, зна њихове основне елементе).	MA.2.3.5. израчуна површину и запремину ваљка, купе и лопте када су неопходни елементи непосредно дати у задатку;	MA.3.3.5. израчуна површину и запремину ваљка, купе и лопте, укључујући случајеве када неопходни елементи нису непосредно дати;
MA.1.3.6. интуитивно схвата појам подударних фигура (кретањем до поклапања).	MA.2.3.6. уочи осносиметричне фигуре и да одреди осу симетрије; користи подударност и везује је са карактеристичним својствима фигура (нпр. паралелност и једнакост страница паралелограма).	MA.3.3.6. примени подударност и сличност троуглова, повезујући тако разна својства геометријских објеката.
МЕРЕЊЕ		
Основни ниво	**Средњи ниво**	**Напредни ниво**
Ученик уме да:	*Ученик уме да:*	*Ученик уме да:*
MA.1.4.1. користи одговарајуће јединице за мерење дужине, површине, запремине, масе, времена и углова;		
MA.1.4.2. претвори веће јединице дужине, масе и времена у мање;	MA.2.4.1. пореди величине које су изражене различитим мерним јединицама за дужину и масу;	MA.3.4.1. по потреби претвара јединице мере, рачунајући њима;

МА.1.4.3. користи различите апоене новца;	МА.2.4.2. претвори износ једне валуте у другу, правилно постављајући одговарајућу пропорцију;	
МА.1.4.4. при мерењу одабере одговарајућу мерну јединицу; заокругљује величине исказане датом мером.	МА.2.4.3. дату величину искаже приближном вредношћу.	МА.3.4.2. процени и заокругли дате податке и рачуна таквим приближним вредностима; изражава оцену грешке (нпр. мање од 1 динар, 1 cm, 1 g).

ОБРАДА ПОДАТАКА

Основни ниво	**Средњи ниво**	**Напредни ниво**
Ученик уме да:	*Ученик уме да:*	*Ученик уме да:*
МА.1.5.1. изражава положај објеката сврставајући их у врсте и колоне; одреди положај тачке у првом квадранту координатног система ако су дате координате и обратно;	МА.2.5.1. влада описом координатног система (одређује координате тачака, осно или централно симетричних итд.);	МА.3.5.1. одреди положај (координате) тачака које задовољавају сложеније услове;
МА.1.5.2. прочита и разуме податак са графикона, дијаграма или из табеле и одреди минимум или максимум зависне величине;	МА.2.5.2. чита једноставне дијаграме и табеле и на основу њих обради податке по једном критеријуму (нпр. одреди аритметичку средину за дати скуп података, пореди вредности узорка са средњом вредношћу);	МА.3.5.2. тумачи дијаграме и табеле;
МА.1.5.3. податке из табеле прикаже графиконом и обрнуто;	МА.2.5.3. обради прикупљене податке и представи их табеларно или графички; представља средњу вредност медијаном;	МА.3.5.3. прикупи и обради податке и сам састави дијаграм или табелу; црта график којим представља међузависност величина;
МА.1.5.4. одреди задати проценат неке величине.	МА.2.5.4. примени процентни рачун у једноставним реалним ситуацијама (на пример, промена цене неког производа за дати проценат).	МА.3.5.4. примени процентни рачун у сложенијим ситуацијама.

1.3. Правилник о оцењивању ученика у основном образовању и васпитању[2]

Предмет Правилника

Члан 1.

Овим правилником утврђују се начин, поступак и критеријуми оцењивања успеха из обавезних предмета, изборних програма, активности и владања и друга питања од значаја за оцењивање ученика и одраслих у основном образовању и васпитању (у даљем тексту: ученик).

Сврха и принципи оцењивања ученика

Члан 2.

Оцењивање је саставни део процеса наставе и учења којим се обезбеђује стално праћење остваривања прописаних исхода и стандарда постигнућа ученика, а за ученике са сметњама у развоју и инвалидитетом прилагођених циљева, садржаја и исхода у савладавању индивидуалног образовног плана.

Оцењивање је континуирана педагошка активност која позитивно утврђује однос према учењу и знању и подстиче мотивацију за учење.

Оцењивањем се ученик оспособљава за објективну процену сопствених постигнућа и постигнућа других ученика, за постављање личних циљева током процеса учења, развија се систем вредности и обезбеђује се поштовање општих принципа система образовања и васпитања утврђених законом којим се уређују основе система образовања и васпитања (у даљем тексту: Закон).

Принципи оцењивања, у смислу овог правилника, јесу:

1) објективност у оцењивању према утврђеним критеријумима;
2) релевантност оцењивања;
3) коришћење разноврсних техника и метода оцењивања;
4) правичност у оцењивању;
5) редовност и благовременост у оцењивању;
6) оцењивање без дискриминације и издвајања по било ком основу;
7) уважавање индивидуалних разлика, потреба, узраста, претходних постигнућа ученика и тренутних услова у којима се оцењивање одвија.

Формативно и сумативно оцењивање

Члан 3.

Ученик се оцењује из обавезних предмета, изборних програма, активности (пројектне наставе и слободних наставних активности) са и без модула и владања, у складу са Законом, посебним законом и овим правилником.

Праћење развоја, напредовања и остварености постигнућа ученика у току школске године обавља се формативним и сумативним оцењивањем.

Формативно оцењивање, у смислу овог правилника, јесте редовно праћење и процена напредовања у остваривању прописаних исхода, стандарда постигнућа и ангажовања у оквиру обавезног предмета, изборних програма, активности (пројектне наставе и слободних наставних активности) са и без модула, као и праћење владања

---

[2] Службени гласник РС, број 34 (од 17. маја 2019)

ученика. Формативно оцењивање садржи повратну информацију о остварености прописаних исхода и стандарда постигнућа и ангажовања у оквиру предмета, изборних програма, активности са и без модула, предузете активности од стране наставника за унапређивање постигнућа ученика, процена њихове делотворности и јасне и конкретне препоруке за даље напредовање.

Формативне оцене се по правилу евидентирају у педагошкој документацији наставника, у складу са овим правилником и најчешће се односе на редовно праћење напретка постигнућа ученика, начин како учи, степен самосталности у раду, начин остваривања сарадње у процесу учења са другим ученицима и други подаци о ученику битни за праћење.

Сумативно оцењивање, у смислу овог правилника, јесте вредновање постигнућа ученика на крају програмске целине или на крају полугодишта из обавезног предмета, изборних програма, активности и владања.

Оцене добијене сумативним оцењивањем у првом разреду су описне и на крају полугодишта, односно школске године исказују се као напредовање ученика у остваривању исхода, ангажовање и препорука. Оцене добијене сумативним оцењивањем у осталим разредима су по правилу бројчане.

Сумативне оцене се евидентирају у прописаној евиденцији о образовно-васпитном раду (у даљем тексту: дневник), а могу бити унете и у педагошку документацију, у складу са овим правилником.

Оцена ученика

Члан 4.

Оцена представља објективну и поуздану меру напредовања и развоја ученика, као и ангажовања ученика и његове самосталности у раду.

Оцена је описна и бројчана.

Оцена је и показатељ квалитета и ефикасности рада наставника и школе у остваривању прописаних исхода и стандарда постигнућа.

Оцена је јавна и саопштава се ученику одмах по добијању, са образложењем. Образложење оцене садржи препоруку које активности ученик треба да предузме у даљем раду.

У првом разреду основног образовања и васпитања, у току школске године, ученик се оцењује описном оценом из обавезног предмета, изборних програма и активности (пројектне наставе).

У оквиру предмета, у првом разреду, у току школске године, описном оценом изражава се напредовање у остваривању прописаних исхода.

Од другог до осмог разреда, у току школске године, ученик се оцењује описно и бројчано из обавезног предмета, изборних програма и активности (пројектне наставе и слободних наставних активности) и владања.

Бројчана оцена из обавезног предмета и изборног програма други страни језик је: одличан (5), врло добар (4), добар (3), довољан (2) и недовољан (1). Оцена недовољан (1) је непрелазна.

Успех ученика из изборних програма и то: верска настава и грађанско васпитање, матерњи језик/говор са елементима националне културе и активности (пројектне наставе и слободних наставних активности) оцењује се описно и то: истиче се, добар, задовољава.

Члан 5.

Ученик се оцењује најмање четири пута у полугодишту, а ако је недељни фонд часова обавезног предмета, изборног програма и активности један час најмање два пута у полугодишту.

Ученику који није оцењен најмање четири пута из обавезног предмета и изборног програма други страни језик у току полугодишта, односно најмање два пута у току полугодишта уколико је недељни фонд обавезног предмета, изборног програма и активности један час, не може да се утврди закључна оцена.

Ученика који редовно похађа наставу и извршава школске обавезе, а нема прописани број оцена у полугодишту, наставник је дужан да оцени на посебно организованом часу у току трајања полугодишта уз присуство одељењског старешине, педагога или психолога.

Одељењски старешина је у обавези да редовно прати оцењивање ученика и указује предметним наставницима на број прописаних оцена које ученик треба да има у полугодишту ради утврђивања закључне оцене.

Ученику се не може умањити оцена из обавезног предмета, изборних програма и активности (пројектне наставе и слободних наставних активности) због односа ученика према ваннаставним активностима или непримереног понашања у школи.

Оцењивање из обавезног предмета: музичка култура, ликовна култура, физичко и здравствено васпитање, обавља се полазећи од ученикових способности, степена спретности и умешности. Уколико ученик нема развијене посебне способности, приликом оцењивања узима се у обзир индивидуално напредовање у односу на сопствена претходна постигнућа и могућности, а нарочито се узима у обзир ангажовање ученика у наставном процесу.

Ученик, његов родитељ, други законски заступник има право да поднесе приговор складу са Законом.

Закључна оцена обавезног предмета, изборног програма и активности

Члан 7.

Закључна оцена из обавезног предмета, изборног програма и активности (пројектне наставе и слободних наставних активности) утврђује се на крају првог и другог полугодишта, на основу свих појединачних оцена које су унете у дневник од почетка школске године, а у складу са законом.

Закључна оцена из обавезног предмета за ученика првог разреда је описна и исказује се као напредовање ученика у остваривању исхода, ангажовање и препорука.

У првом разреду закључне оцене из обавезних предмета и из изборних програма и активности (пројектна настава) уносе се у ђачку књижицу и ученик прелази у наредни разред.

Закључна оцена из обавезног предмета за ученика од другог до осмог разреда је бројчана.

Закључна оцена из изборних програма и активности (слободне наставне активности и пројектна настава) је описна и то: истиче се, добар и задовољава и не утиче на општи успех ученика, осим из изборног програма други страни језик који се оцењује бројчано и закључна оцена утиче на општи успех ученика.

Ученика од првог до четвртог разреда у току образовно-васпитног рада, оцењује наставник који изводи наставу, а оцену на крају полугодишта утврђује одељењско веће на предлог наставника.

Ученика од петог до осмог разреда оцењује предметни наставник у току образовно-васпитног рада, а оцену на крају полугодишта утврђује одељењско веће на предлог предметног наставника.

Када предмет садржи модуле, закључна оцена се изводи на основу позитивних оцена свих модула у оквиру предмета.

Закључна оцена за успех из обавезног предмета и изборног програма други страни језик не може да буде већа од највеће појединачне оцене уписане у дневник, добијене било којом техником провере знања.

Закључна оцена за успех из обавезног предмета и изборног програма други страни језик, не може да буде мања од:

1) одличан (5), ако је аритметичка средина свих појединачних оцена најмање 4,50;

2) врло добар (4), ако је аритметичка средина свих појединачних оцена од 3,50 до 4,49;

3) добар (3), ако је аритметичка средина свих појединачних оцена од 2,50 до 3,49;

4) довољан (2), ако је аритметичка средина свих појединачних оцена од 1,50 до 2,49.

Закључна оцена на полугодишту не узима се у обзир приликом утврђивања аритметичке средине из става 10. овог члана, на крају другог полугодишта.

Ако одељењско веће не прихвати образложени предлог закључне оцене предметног наставника, нову оцену утврђује одељењско веће гласањем.

Утврђена оцена из става 12. овог члана евидентира се у напомени, а у записнику одељењског већа шире се образлаже.

Закључна оцена утврђена на одељењском већу уписује се у дневник у предвиђену рубрику.

Ученик, његов родитељ, други законски заступник има право да поднесе приговор у складу са Законом.

Оцењивање ученика који остварују додатну подршку у образовању

Члан 8.

Ученик коме је услед социјалне ускраћености, сметњи у развоју, инвалидитета, тешкоћа у учењу, ризика од раног напуштања школовања и других разлога потребна додатна подршка у образовању и васпитању оцењује се на основу ангажовања и степена остварености циљева и исхода дефинисаних планом индивидуализације и ИОП-ом.

Уколико ученик стиче образовање и васпитање по ИОП-у 1, оцењује се на основу ангажовања и степена остварености исхода, уз прилагођавање начина и поступка оцењивања.

Уколико ученик стиче образовање и васпитање по ИОП-у 2, оцењује се на основу ангажовања и степена остварености прилагођених циљева и исхода, који су дефинисани у персонализованом плану наставе и учења, уз прилагођавање начина и поступка оцењивања.

Ученику који стиче образовање и васпитање по индивидуалном образовном плану, а не остварује планиране циљеве и исходе, ревидира се индивидуални образовни план.

Ученик са изузетним способностима који стиче образовање и васпитање на прилагођен и обогаћен начин, применом индивидуалног образовног плана, оцењује се на основу праћења остваривања прописаних исхода и стандарда постигнућа и ангажовања.

Иницијално процењивање

Члан 9.

На почетку школске године наставник процењује претходна постигнућа ученика у оквиру одређене области, модула или теме, која су од значаја за обавезни предмет, изборни програм и активност (у даљем тексту: иницијално процењивање) у тој школској години.

Резултат иницијалног процењивања не оцењује се и служи за планирање рада наставника и даље праћење напредовања ученика.

Начин и поступак оцењивања

Члан 10.

Ученик се оцењује на основу усмене провере постигнућа, писмене провере постигнућа и практичног рада, а у складу са програмом обавезног предмета, изборног програма и активности. У току полугодишта најмање једна оцена треба да буде на основу усмене провере постигнућа ученика.

Ученик се оцењује и на основу активности и његових резултата рада, а нарочито: излагања и представљања (изложба радова, резултати истраживања, модели, цртежи, постери, дизајнерска решења и др.), учешћа у дебати и дискусији, писања есеја, домаћих задатака, учешћа у различитим облицима групног рада, рада на пројектима, збирке одабраних ученикових продуката рада – портфолија, у складу са програмом наставе и учења, односно школским програмом.

Постигнуће ученика из практичног рада, огледа, лабораторијске и друге вежбе, уметничког наступа и спортске активности оцењује се на основу примене учениковог знања, самосталности, показаних вештина у коришћењу материјала, алата, инструмената и других помагала у извођењу задатка, као и примене мера заштите и безбедности према себи, другима и околини, у складу са програмом наставе и учења, односно школским програмом.

Распоред писмених задатака и писмених провера

Члан 11.

Распоред писмених задатака и писмених провера (у даљем тексту: распоред) дужих од 15 минута уписује се у дневник и објављује се за свако одељење на огласној табли школе и на званичној интернет страни школе најкасније до краја треће наставне недеље у сваком полугодишту.

Распоредом може да се планира највише једна провера у дану, а две у наставној недељи.

Распоред утврђује директор на предлог одељењског већа.

Распоред може да се мења на предлог наставника, уз сагласност одељењског већа. Промену распореда утврђује директор. Измењени распоред објављује се на исти начин као и распоред.

Одељењски старешина дужан је да прати да се писмени задаци и писмене провере, дуже од 15 минута, остварују у складу са распоредом и да благовремено указује директору и наставницима на обавезу поштовања распореда и прописани број провера.

Наставник је дужан да обавести ученике о садржајима програма наставе и учења који ће се писмено проверавати према распореду најкасније пет дана пре провере.

Писмене провере

Члан 12.

Провера постигнућа ученика обавља се на сваком часу.

Писмене провере постигнућа у трајању до 15 минута обављају се без најаве, а спроводе се ради утврђивања остварености циља једног или више часова и савладаности дела реализованих програмских садржаја, односно остварености операционализованих исхода.

Оцена из писмене провере постигнућа у трајању до 15 минута се не уписују у дневник.

Оцена из писмене провере постигнућа у трајању до 15 минута евидентира се у педагошкој документацији наставника ради праћења постигнућа ученика на крају програмске целине или на крају полугодишта.

Резултати писмене провере постигнућа у трајању до 15 минута могу се узети у обзир приликом утврђивања закључне оцене ученика, а у најбољем интересу ученика.

Ученик у току часа може да буде само једанпут оцењен за усмену или писмену проверу постигнућа.

Оцена из писмене провере постигнућа уписује се у дневник у року од осам радних дана од дана провере, у противном писмена провера се поништава.

Ако након писмене провере постигнућа више од половине ученика једног одељења добије недовољну оцену, писмена провера се поништава за ученика који је добио недовољну оцену.

Оцена са писмене провере може бити поништена и ученику који није задовољан оценом.

Писмена провера из става 8. овог члана понавља се једанпут и може да буде организована на посебном часу.

Након поништене писмене провере, а пре организовања поновљене, наставник је дужан да одржи допунску наставу, односно допунски рад.

Ученик и родитељ има право увида у писани рад, као и право на образложење оцене. Начин остваривања увида у писани рад школа утврђује у сарадњи са родитељима.

Оцењивање владања ученика

Члан 13.

Владање се оцењује најмање два пута у току полугодишта.

Владање ученика од првог до петог разреда основног образовања и васпитања оцењује се описно у току и на крају полугодишта.

Владање ученика од шестог до осмог разреда основног образовања и васпитања оцењује се описно у току полугодишта, а бројчано на крају полугодишта.

Закључна оцена из владања ученика из става 2. овог члана јесте: примерно, врло добро, добро, задовољавајуће и незадовољавајуће, и не утиче на општи успех ученика.

Закључна оцена из владања из става 3. овог члана на крају првог и другог полугодишта јесте: примерно (5), врло добро (4), добро (3), задовољавајуће (2) и незадовољавајуће (1) и свака од наведених оцена утиче на општи успех ученика.

Владање одраслих не оцењује се.

Приликом оцењивања владања сагледава се понашање ученика у целини.

На оцену из владања не утичу оцене из обавезног предмета, изборних програма и активности (слободне наставне активности и пројектна настава).

Оцена из владања смањује се због изречене васпитно-дисциплинске мере, а може да се смањи због понашања за које је изречена васпитна мера.

Оцена из владања поправља се на предлог одељењског старешине најкасније на крају полугодишта када се утврди да ученик показује позитивне промене у свом понашању и прихвата одговорност за своје поступке након појачаног васпитног рада, оствареног друштвено корисног, односно хуманитарног рада, након изречене васпитне, односно васпитно-дисциплинске мере.

Ученик, његов родитељ, други законски заступник има право да поднесе приговор у складу са Законом.

Описна оцена из владања у току полугодишта

Члан 14.

Описна оцена из владања ученика у току полугодишта утврђује се на основу учениковог односа према обавезама и правилима понашања, нарочито понашања према другим ученицима, запосленима и имовини.

Оцена из става 1. овог члана садржи и васпитну препоруку.

Опис односа према обавезама јесте:

1) у потпуности извршава обавезе у школи;
2) углавном извршава обавезе у школи;
3) делимично извршава обавезе у школи;
4) углавном не извршава обавезе;
5) не извршава обавезе у школи.

Опис понашања према другим ученицима, запосленима и имовини јесте:

1) представља пример другима својим односом према ученицима, запосленима и имовини;
2) има најчешће коректан однос према ученицима, запосленима и имовини;
3) понекад се непримерено односи према ученицима, запосленима и имовини;
4) често има непримерен однос према ученицима, запосленима и имовини;
5) најчешће има непримерен однос према ученицима, запосленима и имовини.

Закључна оцена из владања

Члан 15.

Закључну оцену из владања, на предлог одељењског старешине, утврђује одељењско веће.

Закључна оцена из владања утврђује се на основу понашања ученика у целини, имајући при том у виду и ангажовање ученика у ваннаставним активностима, у складу са школским програмом (слободне активности, ученичка задруга, заштита животне средине, заштита од насиља, злостављања и занемаривања, и програми превенције других облика ризичног понашања, културна активност школе), процењивањем његовог понашања и извршавања обавеза прописаних законом, а нарочито на основу односа према:

1) школским обавезама;
2) другим ученицима;
3) запосленима школе и других организација у којима се остварује образовно-васпитни рад;
4) школској имовини, имовини других лица или организација у којима се остварује настава или поједини облици образовно-васпитног рада и заштити и очувању животне средине.

Ако ученик има изречене васпитне или васпитно-дисциплинске мере, одређен друштвено-користан, односно хуманитарни рад, њихови ефекти се узимају у обзир приликом утврђивања закључне оцене из владања.

Оцењивање на испиту

Члан 16.

Оцена на испиту утврђује се већином гласова укупног броја чланова комисије, у складу са законом.

Ученик, његов родитељ, други законски заступник има право да поднесе приговор на оцену на испиту, у складу са Законом.

Обавештавање о оцењивању

Члан 17.

На почетку школске године ученици, родитељи, односно други законски заступници обавештавају се о критеријумима, начину, поступку, динамици, распореду оцењивања и доприносу појединачних оцена закључној оцени из свих обавезних предмета, изборних програма и активности.

Одељењски старешина је обавезан да благовремено, а најмање четири пута у току школске године, на примерен начин обавештава родитеље о постигнућима ученика, напредовању, мотивацији за учење и напредовање, владању и другим питањима од значаја за образовање и васпитање.

Ако родитељ, односно други законски заступник не долази на родитељске и индивидуалне састанке, одељењски старешина је дужан да га благовремено, званично, у писменој форми обавести о успеху и оценама, евентуалним тешкоћама и изостанцима ученика и последицама изостајања ученика.

Евиденција о успеху ученика

Члан 18.

Наставник у поступку оцењивања прикупља и бележи податке о постигнућима ученика, процесу учења, напредовању и развоју ученика током године у прописаној евиденцији и својој педагошкој документацији.

Под педагошком документацијом, у смислу овог правилника, сматра се писана документација наставника која садржи: личне податке о ученику и његовим индивидуалним својствима која су од значаја за постигнућа, податке о провери постигнућа, ангажовању ученика и напредовању, датим препорукама, понашању ученика и друге податке од значаја за рад са учеником и његово напредовање.

2. ПЛАНИРАЊЕ НАСТАВЕ

Настава је веома комплексан процес са много фактора који на њу утичу и много разноликих циљева које треба да оствари. Најсажетије бисмо могли рећи да је настава организован процес поучавања и учења у ком ученици сопственом активношћу, вођени и усмеравани од стране наставника, стичу одговарајућа знања, вештине, навике и ставове и правилно се психофизички развијају.

Организација наставе је дужност наставника и савремена теорија и пракса управо ову улогу наставника намећу као главну и кључну за успешност наставе. Стога је јасно да је правилно и благовремено планирање наставе неопходан предуслов ефективности и ефикасности наставе, као и да добар део радног времена наставника одлази управо на ове активности.

Без обзира на наставне садржаје и узраст ученика којима су садржаји намењени, настава математике треба да се придржава неких основних идеја које управо описују природу саме наставе, а упућују и на њен крајњи циљ. Наш истакнути, можда и први методичар математике, Станко Првановић (1904–1982), формулисао је три постулата методике наставе математике, које ћемо парафразирати.

- **Први постулат.** Ученика треба водити кроз континуиран низ одговарајућих активности које га не скрећу са развојног пута његове интелигенције.
- **Други постулат.** Ученику треба допустити (дати му слободу) да сам изграђује појмове, да сам открива чињенице, да уопште сам (што је могуће самосталније) решава проблеме, односно да стваралачки ради.
- **Трећи постулат.** Математичко образовање је дужно да убрза, да интензивира ментални развој ученика, да максимално временски скраћује, а садржајно проширује спонтани развојни пут интелигенције ученика.

Ови постулати на најсажетији начин исказују суштину наставе математике и одличан су путоказ ка решењу сваког проблема на који у планирању наставе наиђемо. Наравно, за сврсисходно планирање наставе, поред одличног разумевања предметне области, кључна је добра методичка поткованост наставника. Неоходно је познавање, разумевање и адекватна примена дидактичких принципа, као и познавање и практиковање различитих метода и облика рада. Рукопис овог обима не дозвољава подсећање на све ове садржаје методике наставе математике, а то и није његова сврха. Циљ овог приручника је да пружи подршку наставницима при решавању свакодневних проблема у планирању и реализацији наставног процеса у оквиру предмета Математика за VII разред основне школе. Имајући у виду садржај претходно дата три подзаконска акта, стручна и предметно-методичка знања, у оквиру ове главе детаљније ће бити расветљени појмови који кључно утичу на планирање наставе.

На почетку сваке школске године, а заправо и свакодневно, наставник је пред комплексним задатком планирања наставе. Он треба да:

- оптимално распореди наставне садржаје (састави глобални и оперативни план);
- одабере литературу за ученике (уџбенички комплет и додатне садржаје) која им највише одговара, која ће бити од значајне помоћи ученицима у савладавању градива, а која се уједно добро уклапа са његовим стилом рада;
- одабере наставне методе за појединачне наставне јединице;
- одабере облике рада за појединачне наставне јединице;
- направи смернице за евалуацију наставног процеса.

2.1. Предметни исходи

Од школске 2018/2019. године почела је реализација нових програма наставе и учења у основној школи. Тако је 2018/2019. године настава реализована по реформисаном програму за ученике I и V разреда основне школе, а школске 2019/2020. године додатно су ученици II и VI разреда учили по реформисаним програмима. Од школске 2020/2021. године и ученици III и VII разреда учиће по новом програму наставе и учења, док ће им се годину дана касније придружити и ученици IV и VIII разреда.

Нов програм наставе и учења за предмет Математика у VII разреду:

- уводи новине у наставном садржају, о чему ће касније детаљније бити речи;
- истиче начелну опредељеност да наставни процес буде оријентисан на исходе учења, као и да учење откривањем, односно пројектна настава, постане део свакодневне наставе праксе.

Оријентисаност новог програма на исходе и процес учења заједничка је за све наставне предмете и прати идеје већ изнете при реформи V разреда, а биће проширена на читав образовни систем (све разреде). Мотивација за овај заокрет јесу уочени недостаци досадашње школске праксе и/или незадовољство неким од постигнутих резултата образовног система наше земље, али то је заправо и приклањање тренутно општеприхваћеној (интернационалној) идеји о томе шта се данас подразумева под квалитетном и ефикасном наставом. Направљен је општи заокрет у образовању, тежи се прелазу са усвајања знања и вештина на усвајање стратегија учења на које се надовезују знања, као и прелазу са меморисања чињеница на усвајање мисаоних токова.

Заједничко за све савремене типове наставе је постављање ученика за главног актера, док је улога наставника пре свега координаторска, он наставни процес организује и усмерава тако да обезбеди жељене резултате. С тим у вези, реформа подразумева мењање наставне праксе стављањем акцента на знања/способности/вештине/ставове ученика по завршеној настави. Док су раније задаци наставе наглашавали радње/поступке које се у току наставног процеса реализују, исходи учења указују на оно што ученик зна/уме/може да уради по завршетку успешне наставе, оно за шта је ученик оспособљен након одређеног наставног циклуса. Остваривањем тих исхода ученик стиче одговарајућу компетенцију. Суштину промене можда је најлакше схватити упоређивањем неколико некадашњих оперативних задатака и њима одговарајућих сада дефинисаних исхода (видети Табелу 1). Наравно, и раније је успешна настава, адекватно организована на принципима дидактике и предметне методике, доводила до остваривања исхода који су сада прописани. Стога је јасно да није у питању радикална промена, већ само директније усмеравање наставника на резултат који треба заједно са својим ученицима да постигне. На овај начин је дато више слободе наставнику у организацији наставе, а обезбеђен је и прецизан и једноставан алат за евалуацију наставног процеса. Тренутно је програм тако организован да пред наставника поставља исходе које његови ученици треба да остваре, али и прописује садржаје који се на часовима обрађују. Очекује се да ће се у будућности програм још више фокусирати на исходе, док ће наставнику бити остављено да бира/одређује садржаје које ће са ученицима обрађивати како би се остварили зацртани исходи.

Табела 1

Оперативни задаци наставе математике, 2014. (извод)	Исходи наставе и учења математике, 2020. (извод)
Ученике треба оспособити да:	*По завршетку* VII *разреда ученик ће бити у стању да*:
– умеју да преведу на математички језик и реше једноставније текстуалне задатке; – добро упознају директну и обрнуту пропорционалност и практичне примене.	– на основу реалног проблема састави и израчуна вредност једноставнијег бројевног израза са реалним бројевима; – примени продужену пропорцију у реалним ситуацијама.
– умеју да изводе основне рачунске операције с полиномима, као и друге идентичне трансформације ових израза (назначене у Програму).	– трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); – примени трансформације полинома на решавање једначина.
– знају Питагорину теорему и умеју да је примене код свих изучаваних геометријских фигура у којима се може уочити правоугли троугао.	– примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима.
– познају најважнија својства многоугла и круга; умеју да конструишу поједине правилне многоуглове (са 3, 4, 6, 8 и 12 страница) и да цртају друге правилне многоуглове рачунајући централни угао и преносећи га угломером; – знају најважније обрасце у вези с многоуглом и кругом и да умеју да их примене у одговарајућим задацима.	– примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – примени својства централног и периферијског угла у кругу; – израчуна обим и површину круга и његових делова.

Нови програм наставе и учења прописује исходе учења након завршетка школске године, тј. одређеног разреда. Међутим, потребно је дефинисати и исходе мањих наставних целина, па и сваког часа. То чини сваки наставник при планирању наставе. Заправо, одређивање тих исхода представља први корак у планирању реализације одговарајуће наставне јединице. Како исходи представљају жељени резултат наставе, прво њих морамо јасно исказати да бисмо након тога наставу обликовали тако да се они остваре. Исходи се дефинишу на основу когнитивних способности ученика и на основу врсте знања. За формулисање исхода користе се глаголи који јасно указују на предметне компетенције, као и на њихову повезаност са општим и међупредметним компетенцијама. За предмет Математика, при формулисању исхода неки од најчешћих глагола јесу: *израчунава, решава, одређује, примењује, упоређује, разликује, анализира, мери, конструише, црта, разуме, препознаје, идентификује, уочава, процењује, дискутује* итд. Наравно, исходи се могу дефинисати и многим другим глаголима који указују на способности ученика након реализоване наставе.

Сваки наставни предмет представља јасно дефинисано поље деловања, и с тим у вези предметне компетенције су прецизно дефинисане. Међутим, ниједна научна дисциплина не делује потпуно самостално и изоловано од других, па тако ниједан предмет не би требало да се реализује само кроз своје уже компетенције. Модерна настава, као и наука, подразумева повезивање знања из различитих области. То је могуће реализовати повезивањем различитих предметних компетенција, што ће омогућити да ученици развијају опште компетенције и на тај начин јасније позиционирају стечена знања и лакше их примене у свакодневном животу.

При планирању наставе поред предметних исхода за одређени разред треба имати на уму и стандарде за крај обавезног образовања. Они дефинишу суштинска знања, вештине и умења која ученици треба да поседују на крају обавезног циклуса образовања. Стандарди обликују најважније захтеве школског учења и наставе у обавезном образовању и исказују их као исходе видљиве у понашању и расуђивању ученика, описују постигнућа ученика, стечена знања, вештине и умења. Основна карактеристика образовних стандарда, као и предметних исхода јесте то што су дефинисани у терминима мерљивог понашања ученика. Континуирано остваривање исхода сваке наставне јединице, односно предметних исхода на крају сваке школске године, доводи до остваривања прописаних стандарда на једном од три нивоа постигнућа. Неки исходи ће се понављати у наставном процесу више пута, као исходи више различитих наставних јединица, и тиме учинити да одговарајући образовни стандард буде остварен на вишем нивоу постигнућа. Дакле, при планирању конкретне наставне јединице, треба размишљати о директним исходима тог часа, као и о томе ка којим предметним исходима тог разреда то води, али и о томе који се стандард за крај обавезног образовања остварује.

Треба имати на уму да је успостављање и унапређење стандарда континуиран процес, као и да су предвиђене периодичне провере остваривања стандарда, односно промене стандарда када је то сврсисходно.

2.2. Међупредметне компетенције

Ако погледамо циљеве образовања и васпитања, јасно је да њих неће остварити настава која је концентрисана искључиво на предметне исходе/компетенције. Кроз изучавање различитих дисциплина у оквиру наставних предмета, ученици треба да изграде функционална знања и способности, као и да оформе ставове који ће им омогућити даље квалитетно школовање и оспособити их за живот у савременом демократском друштву. Теме, садржаји, активности у оквиру сваког предмета доприносе развијању свих међупредметних компетенција, али у различитој мери и различитом степену директности. Када наставник планира и остварује програм, треба да има у виду које активности воде ка развоју међупредметних компетенција. С тим у вези, настава математике суштински помаже остваривању више међупредметних компетенција. У наставку ћемо навести оне чије остваривање настава математике директније подржава.

Компетенција за учење

Наставник математике свакодневно развија код својих ђака компетенцију за учење. Он ученике подучава поступном и систематичном савладавању градива, подржавајући их да што више буду самостални. Циљ је да ученик изгради позитиван став према учењу уопште и усвајању нових знања, да је спреман да користи стручну литературу, планира и организује учење/истраживање користећи разноврсне изворе информација. Ученици ће овим вештинама најлакше овладати и трајно их усвојити ако се неке наставне јединице реализују путем писаног или електронског, програмираног или полупрограмираног материјала. Током тако организоване наставе наставник најбоље учи ученике како да уче, да разликују битно од небитног, да уочавају везе међу појмова, сличности и разлике, да повезују нове садржаје са већ усвојеним знањима (унутар предметне и међупредметне корелације). Ученике треба свакодневно подстицати да своје тврдње излажу језгровито и прецизно, увек износећи и аргументе који су их довели до закључка. Веома је битно да ученици схвате значај и потребу за континуираним (целоживотним) учењем у школском и ваншколском контексту, јер је то неопходан предуслов практично за свако савремено занимање. Ученике континуирано треба упућивати да користе разноврсне изворе знања (уџбеници, часописи, енциклопедије, интернет...), али и да имају критички став према прочитаном, да прикупљене информације, упоређују и проверавају, тј. учити их како да траже и препознају кредибилне изворе знања. Током наставе они треба да буду детаљно и аргументовано информисани о резултатима својих залагања, о напретку који су остварили или о уоченим недостацима, како би изградили одговоран став према постигнутим резултатима сопственог учења, тј. како би развили одговорност за резултате свог рада.

Комуникација

Наставник математике свакодневно развија код својих ђака компетенцију за комуникацију. Радећи на развоју математичког језика код својих ученика, наставник математике развија њихове способности за комуникацију у оквиру стручне области, али и на матерњем језику. Он учи ученике да комуницирају на сврсисходан и конструктиван начин у образовном контексту, али се те вештине преносе и на свакодневну комуникацију. Математички језик је језгровит, прецизан и строго структуриран, тако да његовим овладавањем подстичемо и да свакодневна комуникација ученика постане прецизнија и информативнија. Посебно део Програма који се односи на логичко закључивање потпомаже развој компетенција за комуникацију. Наставник треба да се труди да код ученика изгради језичку и сваку другу толеранцију, скрене пажњу на говор мржње као негативну појаву у друштву, а свако нетолерантно понашање на часу адекватно санкционише.

Сарадња

Ученици на добро организованим часовима математике одговорно, активно и конструктивно учествују у раду одељења (кроз фронтални облик рада), групе, тима или пара (у групном раду или раду у паровима, сарадничко учење) и тиме доприносе унапређивању заједничког рада, а уједно и стичу компетенцију за сарадњу. Имајући у виду да ће у будућности ученици бити упућени на заједнички рад свакодневно у животу (на послу, у породици, локалној заједници...), веома је битно да их наставник учи како да пружају подршку и помоћ својим сарадницима, као и да прихватају подршку и помоћ сарадника, да поштују правила заједничког рада и препознају и прихвате своје место и улогу у организацији тог рада.

Дигитална компетенција

Наставник треба да оспособљава ученике за адекватно претраживање и квалитетно одабирање садржаја до којих могу доћи електронским путем. Ученике упућујемо да стварају сопствене хипертекстове на дату тему, али и да доступне информације укрсте и подвргну анализи како би евентуално утврдили грешке у посматраним садржајима. Веома је корисно да наставник овлада коришћењем различитих софтверских пакета посебно дизајнираних да потпомогну наставу математике (GeoGebra, Cinderella, Microsoft Mathematics, Wolfram Mathematics, MATLAB, Maxima, MAPLE…). Употребом квалитетних аплета креираних у неком од ових софтвера настава добија на динамици и квалитету, али не треба стати на томе. Пожељно је и ученике оспособити за коришћење ових софтвера, што ће унапредити њихове дигиталне компетенције, али и оснажити способности за самостално учење. У прилог овоме иде и државна регулатива која захтева електронски додатак за сваки уџбенички комплет.

Решавање проблема

Међупредметна компетенција решавање проблема посебно долази до изражаја у настави математике, када је она активна, истраживачка, хеуристичка, проблемска или пројектна. Математичко моделирање реалних проблема идеално је за развијање ове компетенције. Наставник ученике подстиче да уоче/препознају проблем, рашчлане проблемску ситуацију на делове, уочавају везе и односе између њих у светлу претходно стечених знања у оквиру математике, али и других предмета и ваншколског искуства. Наставник потом упућује ученике како да одаберу стратегију за решавање проблема, како да формулишу објашњења и закључке на основу резултата до којих су дошли у раду, како да их презентују и дискутују са другим особама, а онда их и преиспитују у светлу добијених коментара. Такође, наставник ученике упућује на то како да провере примењивост решења у пракси и користе их у новим ситуацијама.

Рад с подацима и информацијама

Математика има важну улогу у стицању компетенције рада с подацима и информацијама, јер се овладавање табеларним и графичким приказом података, укључујући и њихове дигиталне репрезентације, као и везе ова два приказа, управо најчешће усваја на часовима математике. Стога при одабиру задатака који укључују анализу података наставник треба да се труди да они буду што разноврсније природе, да подстиче ученике да повезују знања и вештине из различитих наставних предмета са потребом да представе, прочитају и протумаче податке користећи наративни, табеларни или графички приказ информација.

Одговорно учешће у демократском друштву

Часови математике често се реализују доминантно дијалошком методом, а то је права прилика да ученици овладају правилима дискусије и аргументованог излагања тврдњи, што су основне премисе одговорног учешћа у демократском друштву. За разлику од неких других области, у оквиру математичких садржаја, на нивоу основне школе, увек је релативно лако установити која страна заступа исправно гледиште, па је у том случају најлакше и прихватити/признати учињене грешке и извршити потребне корекције у закључцима. Стога је дискусија на часовима математике и васпитно врло значајна. Ученике треба бодрити да активно учествују у дискусији, да износе и бране своје закључке, као и да усвоје процедуре доношења одлука.

Естетичка компетенција

Настава математике, посебно геометрије, код ученика развија и естетичку компетенцију. То је потпуно очекивано, имајући у виду да се ликовна уметност увелико ослања на симетрије, пропорције, перспективу, односно пројективну геометрију. Такође, о вези музике и математике јасно говори историја образовања, која почиње управо са изучавањем ових дисциплина. Нотни систем, скала, ритам и фреквенција блиско су повезани са математичким појмовима и на то треба указивати. Ученици треба да схвате значење појма *култура* и ваљано га употребљавају у свим сферама живота, па и у смислу математичке културе.

2.3. Наставни садржаји математике у VII разреду

У овом делу приручника осврнућемо се на неке детаље у вези са наставним садржајима програма математике у VII разреду. Нови наставни програм, који се реализује од школске 2020/2021, у односу на претходни не доноси драстичне промене, али ипак има неколико новина. Направићемо кратак осврт на новине у наставним темама.

1. У VII разреду више нема засебне наставне теме *Зависне величине и њихово графичко представљање*, већ су садржаји ове тема углавном пребачени у VI разред (правоугли координатни систем, директна и обрнута пропорционалност, пропорције, график зависности међу величинама) и обрађују се у оквиру теме *Рационални бројеви*, док се функција директне пропорционалности и продужена пропорција обрађују у VII разреду и интегрисане су у тему *Реални бројеви*.
2. У наставну тему *Многоугао* додати су садржаји везани за примену ставова подударности троуглова, као и значајне тачке троугла, који су пре последње реформе обрађивани у VI разреду. У овим лекцијама акценат је стављен на доказивање геометријских тврђења (од којих су нека ученицима већ позната), тј. на дедуктивни начин размишљања. Доказивање спада у најзахтевнији део наставе математике и зато је добро да се ученицима, почевши од VI разреда, у VII разреду и надаље поступно дају све тежи задаци овог типа. Ту идеју прати ова промена наставног програма. Очекује се да ће старији ученици дубље разумети потребу за доказом математичких тврђења и брже савладати сложеније доказе.
3. У наставну тему *Круг* укључена је и ротација, где се, пре свега, инсистира на конструисању фигура добијених одређеном ротацијом, као и изучавању особина ове изометријске трансформације.
4. Додата је нова наставна тема – *Обрада података*. Заправо, елементи статистике који су пре последње реформе били у VIII разреду сада су подељени. Делимично се обрађују у V и VI разреду (графички приказ података), док се у VII разреду то знање продубљује и усвајају се појмови *средња вредност* (*аритметичка средина*), *медијана* и *мод* за дати скуп података. Предвиђено је да се ови садржаји максимално повежу са примерима из свакодневног живота који су ученицима блиски, као и да се опише, по могућству и спроведе, анкетно истраживање, а све у циљу прикупљања података које ће ученици статистички обрадити и анализирати.

2.3.1. Вертикална и хоризонтална повезаност градива математике у VII разреду

Математика је предмет који нас, поред матерњег језика, прати од самог почетка школовања. Разлога за то има доста. Као илустрацију наводимо два закључка значајних светских институција.

„Математика и њен стил размишљања морају постати саставни део опште културе савременог човека, човека који се образује у данашњим школама, без обзира на то да ли ће он вршити посао који користи математику или не.”

Конференција УНЕСКО-а о образовању, 1956.

„Математичка писменост и решавање проблема сврстани су у кључне компетенције које мора да поседује човек данашњице, чије образовање заправо траје током читавог живота.”

Европски парламент и Савет Европе, 2006.

Чињеница је да се математика, као школски предмет, издваја по много чему у односу на остале предмете. Навешћемо само неке њене специфичности.

- У поређењу са другим предметима, у математици је број нових појмова који се уводе на једном часу мали у односу на број појмова неопходних за разумевање нових. Другим речима, учење математике је у великој мери условљено претходним знањима. (Ствари стоје слично са страним језицима.) У другим предметима часови обраде новог градива могу обиловати новим информацијама, а да потребно предзнање буде минимално.
- Друга специфичност јесте посебан језик математике. Фонд нових речи карактеристичних само за математику (комутативност, асоцијативност, дистрибутивност, апсолутна вредност, дијагонала итд.) временом постаје све већи; повећава се и број „свакодневних” речи које добијају нова, математичка значења (конструкција, став, подударност, рационалан и тако даље); најпроблематичније могу бити ознаке апстрактних математичких објеката. Овај сегмент учења математике доводи до проблема у учењу, сличних онима који се појављују приликом учења страног језика. Временом се ученик са „рупама” у знању веома тешко сналази, јер не разуме „језик” на коме му се предаје.

Вертикалну повезаност математике VII разреда са математичким садржајима осталих разреда илустроваћемо за сваку од шест наставних тема засебно. Притом ће се за сваку тему побројати лекције и дати преглед најбитнијих појмова и њихових међусобних веза.

Реални бројеви

Пре. После прва четири разреда, ученици добро владају операцијама са природним бројевима, као и представљањем природних бројева на бројевној полуправој. У V разреду су се упознали и са скупом разломака као једним (првим) проширењем скупа N_0. У VI разреду усвајају појам негативног броја и бројевне праве. Прво се обрађује скуп целих бројева, поредак и рачунске операције, а затим и његово проширење (и проширење скупа разломака) – скуп рационалних бројева, поредак и рачунске операције.

VII разред. Ова наставна тема је по садржају вероватно најзахтевнија и најтежа у основној школи уопште. Централни нови појам је ирационалан број. Историјски гледано, појам ирационалног броја је релативно нов – први пут је строго дефинисан у XIX веку. С друге стране, постојање нерационалних бројева открили су још стари Грци. Огроман временски период који дели откриће ирационалних бројева и њихово строго дефинисање најбоље илуструје да је реч о „тешким“ апстрактним питањима. Главни „водич” кроз ову тему може бити квадрат са својом дијагоналом, што је, имајући у виду историјски развој појма реалног броја, потпуно оправдано. Међутим, никако се не сме догодити да ученик стекне утисак да је мерење дијагонале главни циљ читаве наставне теме. Требало би јасно истаћи да су проблеми одређивања дужина дужи само илустровани на проблему мерења дијагонале квадрата страницом квадрата. Другим речима, не обрађујемо ову тему само да бисмо одредили дијагоналу јединичног квадрата, већ да бисмо могли да одредимо дужине свих дужи.

1. *Децимални запис рационалних бројева.* Ученици прво обнављају знање о децималном запису рационалних бројева и као новину усвајају поступак за превођење бесконачних периодичних децималних записа у разломак. Ово је битно како би касније међу бесконачним децималним записима разликовали оне који одговарају рационалним од оних који одговарају ирационалним бројевима.

2. *Квадрати рационалних бројева*. Прво се обрађују потпуни квадрати и њихове особине везане за дељивост простим бројевима, што је касније кључно при доказивању постојања нерационалних бројева. Потом се обрађују и квадрати рационалних бројева и њихове особине. Лекција се завршава разматрањем једначина облика $x^2 = r, r > 0$, тј. доказивањем да постоје позитивни рационални бројеви r, такви да поменута једначина нема рационална решења, што је заправо основа за увођење ирационалних бројева. Веома битна новост за ученике је индиректан доказ, који ученици обично теже разумеју и прихватају него директне доказе тврђења. Због тога овим садржајима треба посветити посебну пажњу и довољно времена при објашњавању, пре свега инсистирати на разумевању извођења закључака, а као напредан ниво схватити самостално извођење сличних доказа.
3. *Скуп реалних бројева и бројевна права*. На основу резултата претходне лекције, указује се на то да мерни бројеви свих дужи нису рационални, па се позитивни реални бројеви управо уводе као мерни бројеви свих дужи, а негативне реалне бројеве уводимо као њима супротне бројеве, тј. успоставља се 1–1 кореспонденција између тачака реалне праве и реалних бројева (све до овог тренутка реална права је имала „шупљине”). Приближна вредност, поредак и апсолутна вредност се уводе по аналогији са рационалним бројевима. Новину чини прецизно дефинисање интервала.
4. *Квадратни корен*. Мотивисани античким проблемом квадратуре правоугаоника, уводимо појам квадратног корена. Затим се указује на случајеве позитивних реалних бројева за које можемо тачно и напамет израчунати квадратни корен, али и на поступак одређивања приближне вредности квадратних корена бројева без калкулатора и уз помоћ њега. Како проширење скупа Q до R није алгебарско, као што су то била претходна проширења, битно је да ученици схвате природу ирационалних бројева, тј. да ирационални број доживе као границу низа рационалних бројева који су му све приближнији. То је управо суштина поступка „лоцирања” ирационалних бројева на бројевној правој, нпр. лоцирање тачке која одговара броју $\sqrt{3}$. За сваки ирационалан број могуће је наћи рационалан број који му је произвољно близу.
5. *Рачунске операције у скупу реалних бројева*. Све четири (заправо две) рачунске операције се по аналогији проширују и на скуп реалних бројева (сабирање, односно одузимање се на очигледан начин геометријски интерпретира, али је и множење, односно дељење могуће геометријски представити). Кључно је усвајање аксиома реалних бројева који се односе на поредак и особине рачунских операција, као и својстава квадратног корена. Лекција се завршава разматрањем решења квадратних једначина облика $x^2 = r, r \geq 0$ у скупу реалних бројева.
6. *Функција директне пропорционалности*. Ова лекција се наслања на градиво VI разреда, директну пропорционалност и график зависности међу величинама, али се сада посматра функција чији је домен читав скуп R и разматрају се особине графика $y = kx, x \in R$ у односу на коефицијент k. Ово је заправо први сусрет ученика са једном подкласом линеарних функција и њиховим графицима.
7. *Продужена пропорција*. Проширују се знања стечена о пропорцијама и примењују се пре свега у задацима који захтевају тзв. рачун поделе.

После. Аксиоми реалних бројева су пресудни за усвајање правила за решавање једначина и неједначина, као и система једначина у VIII разреду. Тада ученици детаљно обрађују и линеарну функцију и њен график. Такође, успешан наставак школовања у великој мери зависи од усвојеног знања о реалним бројевима, јер су практично они главни објекат (поље реалних бројева) на ком се развија готово целокупна средњошколска математика, прецизније, садржаји математичке анализе и алгебре, мада има значајног додира и са садржајима геометрије. Ученици ће се у знатно мањем обиму у средњој школи сусрести са комплексним бројевима.

Питагорина теорема

Пре. Појмом троугла на нивоу препознавања ученици су овладали још у млађим разредима основне школе, као и распознавањем различитих врста троуглова, па тако знају да препознају и правоугли троугао. Такође, у VI разреду ученици су обрађивали тему *Троугао* и у оквиру ње неједнакост троугла, ставове подударности троуглова и нека тврђења везана за правоугле троуглове. Нпр. знају да је правоугли троугао одређен (на подударност) са своје две странице. Ученици знају и да одреде растојање између тачака на бројевној правој или између тачака које се налазе на правама које су паралелне координатним осама.

VII разред. Питагорина теорема је вероватно најпознатије математичко тврђење уопште. Управо овој теореми Питагора дугује своју популарност у ширим (нематематичким) круговима, иако је дискутабилно да ли ју је он и доказао. Велики број људи памти ову теорему захваљујући некој методичкој „досетки”, смишљеној управо у те сврхе. Готово на свим језицима састављени су стихови о овој теореми, попут Нушићевих у „Аутобиографији”:

„Квадрат над хипотенузом,
То зна свако дете,
Једнак је збиру квадрата
Над обе катете.”

У оквиру ове наставне теме фокус је на усвајању формулације, разумевању доказа и применама теореме у различитим ситуацијама.

1. *Питагорина теорема.* Битно је постићи да ученици ову теорему не поистовете са формулом, јер она није формула већ (математичко) тврђење да једна формула универзално важи за све правоугле троуглове. Са ученицима је пожељно проанализирати што више доказа Питагорине теореме. Битно је уочити да на основу Питагорине теореме, ако знамо мерне бројеве две странице правоуглог троугла, можемо израчунати мерни број треће странице тог троугла и то повезати са одређеношћу правоуглог троугла са две његове странице, што ученици већ знају (непознату страницу правоуглог троугла можемо конструктивно одредити ако знамо друге две странице тог троугла).
2. *Примене Питагорине теореме.* Разликујемо типичне случајеве примене и систематично их ученицима презентујемо. Уочавајући одговарајуће правоугле троуглове, Питагорину теорему примењујемо да израчунамо елементе правоугаоника, квадрата, једнакокраког троугла, једнакостраничног троугла, ромба, једнакокраког трапеза, правоуглог трапеза, правоуглог троугла са оштрим угловима од $30°$ и $60°$, као и да одредимо растојање произвољних тачака у координатном систему. Ово би биле типичне рачунске примене. Поред тога, Питагорину теорему примењујемо и у конструктивним задацима, где је потребно конструисати дуж задате дужине, чији мерни број је квадратни корен природног броја који није потпун квадрат.
3. *Обрат Питагорине теореме.* Повезујемо неједнакости које важе за странице троугла и једнакост $a^2 + b^2 = c^2$, тј. да када за три броја важи ова једнакост, онда они јесу мерни бројеви страница неког троугла. Међутим, истичемо да важи и више од тога, да је тада тај троугао правоугли. Ово тврђење називамо обратом Питагорине теореме, јер су претпоставке и тврдња у односу на Питагорину теорему замениле места. То и ученицима мора бити јасно. Заправо, уместо да дамо исказ теореме у облику еквиваленције исказа (што у основној школи избегавамо), наводимо две засебне теореме у облику

импликације. Треба илустровати ученицима на неком конкретном примеру да није обрат сваке теореме нова теорема. Додатно, ученици могу закључити која неједнакост имплицира да су дати бројеви дужине страница оштроуглог троугла, а која да су дужине страница тупоуглог троугла. Добро је да ученици уоче и запамте што више Питагориних тројки како би на основу дужина страница одмах препознали правоугле троуглове. То може бити корисно касније у неким комплекснијим задацима.

После. Ученицима је знање Питагорине теореме и њених примена неопходно за даље учење математике, пре свега за даље садржаје планиметрије и стереометрије, али и тригонометрије и аналитичке геометрије.

Цели алгебарски изрази

Пре. Ученици су се још у млађим разредима срели са алгебарским изразима, али су их досад углавном називали изразима са промењљивом/промењљивама. Упознали су се и са записом степена при обради теме *Природни бројеви и дељивост* у V разреду. Такође, они већ користе својства комутативности и асоцијативности, као и дистрибутивни закон, при раду са једноставнијим алгебарским изразима.

VII разред. У овој теми већ постојећа знања ће се систематизовати и проширити, тако да ученици овладају рачуном са степенима и полиномима.

1. *Степен чији је изложилац природан број*. Наслањајући се на постојеће знање о квадрату и кубу датог броја, уводи се општи облик степена када је изложилац природан број и изводе се основне особине степена.
2. *Множење и дељење степена једнаких основа*. На основу особина рачунских операција које су ученицима познате, изводе се правила (скраћени поступци) за множење и дељење степена једнаких основа. Посебно се објашњава зашто је $a^0 = 1$, за реалан број a различит од нуле. Наведена правила се користе при израчунавању конкретних бројевних израза.
3. *Степен производа, количника и степена*. На основу особина рачунских операција које су ученицима познате, изводе се правила (скраћени поступци) за израчунавање степена производа, количника и степена. Наведена правила се користе при израчунавању сложенијих бројевних израза.
4. *Примена степена*. Централни појам који се уводи је стандардни запис броја, за чије оперативно коришћење је неопходно да ученици усвоје правила за рачун са степенима броја 10, где је изложилац цео број. Битно је ученицима мотивисати и објаснити потребу и предности оваквог записивања бројева, и то треба чинити на примерима из што више области.
5. *Алгебарски изрази*. Ученици заправо систематизују претходна знања, дајемо прецизне дефиниције алгебарских израза, а саме изразе представљамо и дрветом израза.
6. *Полиноми*. Уводимо специјалну класу алгебарских израза – целе алгебарске изразе. Посебно издвајамо мономе (сређен облик, степен монома, слични мономи), а дефинишемо и биноме и триноме.
7. *Сабирање полинома*. Прво применом дистрибутивног закона изводимо правило за сабирање сличних монома, а затим сређеног облика полинома и сабирања полинома. По аналогији са бројевима, одузимање се уводи као сабирање са супротним полиномом.
8. *Множење полинома*. На основу комутативности и асоцијативности множења, једноставно се долази до правила за множење монома, а затим разматрамо множење полинома мономом и, на крају, и множење два произвољна полинома. Пожељно је као мотивацију користити геометријске интерперетације добијених једнакости. Битно је истаћи да операције сабирања и множења полиномима наслеђују особине ових операција на скупу R.

9. *Квадрат бинома.* Користећи знање о множењу бинома, изводимо формулу за брже рачунање квадрата бинома и користимо је на конкретним примерима.
10. *Разлика квадрата.* Мотивисани геометријском илустрацијом формуле, користећи знање о множењу бинома, изводимо формулу за разлику квадрата и користимо је на конкретним примерима.
11. *Растављање полинома на чиниоце.* Дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата користимо да одговарајуће класе полинома запишемо у облику производа полинома. Указујемо на то да је ово веома битно при решавању једначина и подсећамо ученике када је производ бројева/израза једнак нули, као и на ненегативност квадрата бројева/израза.

После. Знање о целим алгебарским изразима ученици ће проширити у средњој школи, када буду разматрали степене када је изложилац негативан цео број. Такође, стечена знања су битна за усвајање појма и особина степених функција. Знања о полиномима су неопходан предуслов за даље учење о алгебарским изразима (у првом разреду средње школр се учи о рационалним алгебарским изразима). Решавање многих једначина, а посебно квадратних, ослања се на знања стечена о полиномима.

Многоугао

Пре. Појам многоугла и поделу према броју темена ученици су усвојили још у V разреду. У VI разреду су детаљно обрађивали троугао и четвороугао, и та знања су неопходни основ (унакрсни углови, углови на трансверзали, збир углова у троуглу и четвороуглу, ставови подударности, уписана и описана кружница, елементарне конструкције троуглова и четвороуглова, обим и површина троугла и четвороугла) за изучавање многоугла.

VII разред. Усвајају се садржаји о особинама многоугла аналогни онима које смо разматрали о троуглу и четвороуглу. Такође, разматрају се и неки конструктивни проблеми везани пре свега за правилне многоуглове. Посебну новину чине први комбинаторни проблеми који се сада решавају. Поред самих формула, бар исто тако је важно да ученици овладају техникама пребројавања размишљањем.

1. *Број дијагонала.* Анализирајући неколико конкретних многоуглова, а потом и општи случај, изводимо формулу за израчунавање броја дијагонала многоугла. Усвојени начин размишљања преносимо и на неке друге сродне ситуације које захтевају пребројавање елемената неког коначног скупа, а које нису у директној вези са појмом многоугла.
2. *Основне теореме геометрије.* Ученици систематизују знања из VI разреда и примењују их у доказивању нових тврђења.
3. *Збир углова многоугла.* Анализирајући неколико конкретних многоуглова (троугао, четвороугао, петоугао), а потом и општи случај, изводимо формулу за збир унутрашњих углова многоугла. Уочавамо да, за разлику од збира унутрашњих углова многоугла, збир спољашњих углова не зависи од броја темена многоугла.
4. *Примене ставова подударности.* Доказују се нека већ позната тврђења, ради подсећања, јер ће бити даље коришћена, а затим се ставови подударности примењују на доказивање сложенијих тврђења. Поред тога, уводи се појам средње линије и неке њене важне особине.
5. *Значајне тачке троугла.* Увођењем ортоцентра и тежишта, као и њихових особина, комплетирају се садржаји о значајним тачкама троугла.
6. *Правилни многоуглови.* По аналогији са једнакостраничним троуглом и квадратом, уводимо општу дефиницију правилног многоугла и усвајамо заједничке особине. Посебно се истиче појам карактеристичног троугла правилног многоугла и његове особине које заправо генеришу особине читавог многоугла. Од свих правилних многоуглова најдетаљније се обрађује правилан

шестоугао.

7. *Геометријске конструкције.* По обнављању основних геометријских конструкција и једноставних конструкција троуглова и четвороуглова, примењујући усвојена геометријска тврђења, врше се сложеније конструкције троуглова и четвороуглова, као и конструкције неких правилних многоуглова.
8. *Обим и површина многоугла.* Усвајају се поступци за израчунавање обима и површине произвољног многоугла, а посебно се разматра случај правилних многоуглова. Изводе се и примењују одговарајуће формуле.

После. Успешно усвајање ових садржаја из геометрије битно утиче на савладавање даљих садржаја планиметрије и стереометрије у VIII разреду и средњој школи. Такође, разумевање елемената комбинаторике (пребројавање елемената неких коначних скупова) олакшаће даље учење садржаја из ове области.

Круг

Пре. Од најмлађег узраста ученици умеју да препознају круг и у млађим разредима уче да га нацртају шестаром. У V разреду усвајају прва значајнија знања о кругу и кружници (прецизна дефиниција, однос праве и кружнице, однос две кружнице) у оквиру теме *Основни геометријски појмови.* Такође, у V разреду се обрађују три изометријске трансформације, централна симетрија, транслација и осна симетрија. У VI разреду круг се пре свега помиње као уписани или описани круг око троугла, односно четвороугла.

VII разред. Ова тема на неки начин природно представља наставак теореме *Многоугао*, јер, изражавајући се слободније, у духу старих Грка, круг можемо схватити као правилан многоугао са бесконачним бројем темена. Ученици се сада први пут срећу са одређивањем дужине неке криве линије, површине фигуре ограничене кривом линијом и самим тим са важном константом – бројем π.

1. *Централни и периферијски угао.* По увођењу самих појмова централни и периферијски угао, разматрајући сва три могућа случаја, доказује се веома битна теорема о односу централног и периферијског круга над истим кружним луком. Након тога се закључује и да су сви периферијски углови над истим луком једнаки, а као најбитнија последица издваја се тврђење да су сви периферијски углови над пречником прави. Ово тврђење има многобројне примене у конструктивним задацима (нпр. конструкција тангенте на дату кружницу из дате тачке), као и при доказивању других геометријских тврђења (нпр. једнакост периферијског угла и угла који заклапају одговарајућа тетива и тангента).
2. *Примена Питагорине теореме на круг.* Истичемо две карактеристичне ситуације у којима примењујемо Питагорину теорему на круг, тј. успостављамо везу између тангентне дужи из дате тачке, растојања те тачке од центра круга и полупречника круга, као и везу између тетиве, њеног растојања од центра круга и полупречника. Потом се ова нова, као и претходно усвојена тврђења, примењују на решавање сложенијих задатака.
3. *Ротација.* По увођењу самог појма ротације око тачке за дати угао, истичемо да је ротација изометијска трансформација. На различитим примерима, од једноставнијих ка сложенијим, увежбавамо конструкцију слике дате фигуре при задатој ротацији.
4. *Обим круга.* Ученици прво емпиријским путем уочавају природу везе између полупречника круга и његовог обима, а затим усвајају и примењују формулу која у себи садржи константу π. У задацима с реалним проблемима константу π на крају израчунавања треба замењивати њеном приближном вредношћу (најчешће са 3,14).
5. *Дужина кружног лука.* Уочава се зависност дужине кружног лука од централног угла који му одговара и полупречника, а изведена формула се

примењује на задацима различитог нивоа сложености.

6. *Површина круга.* Емпиријским путем ученици долазе до формуле за површину круга, а затим је примењују у разним задацима. И овде се препорује да се у задацима с реалним проблемима константа π на крају израчунавања замењује својом приближном вредношћу.
7. *Површина кружног исечка и кружног прстена.* Уочава се зависност површине кружног исечка од централног угла који му одговара и полупречника. Обнављајући појам концентричних кружница, уводимо појам кружног прстена и изводимо формулу за његову површину. Усвојене формуле се примењују на задацима различитог нивоа сложености.

После. Усвајање ових садржаја о кругу битно утиче на даље правилно усвајање садржаја планиметрије и стереометрије (обртна тела) у VIII разреду, али и касније у средњој школи. Такође, ротација је битна изометријска трансформација која ће касније бити додатно обрађивана у математици при описивању изометријских трансформација равни.

Обрада података

Пре. У складу са новим плановима наставе и учења, већ у млађим разредима ученици се срећу са елементима графичког представљања података. У V разреду, у оквиру садржаја који се тичу аритметичке средине, размере и процената, ученици се упознају са стубичним и кружним дијаграмом. У VI разреду то знање се значајно проширује и систематизује у оквиру теме *Рационални бројеви.*

VII разред. Током последње деценије, ови садржаји заузимају све више простора у нашим основнообразовним курикулумима, што је потпуно оправдано имајући у виду савремени тренутак. Многе информације усвајамо управо на основу различитих графикона, па њихово „читање” представља део савремене писмености. Још битније је то да је развој технологије омогућио, до скоро неслућених размера, прикупљање огромног броја података и њихову софистицирану анализу. Стога анализа података постаје саставни део великог броја емпиријских истраживања.

1. *Средња вредност, медијана и мод.* Средња вредност скупа података се надовезује на појам аритетичке средине, а уводе се два нова појма – медијана и мод. Излагање прати мноштво илустративних, реалних и ученицима разумљивих примера, који указују и на примену стеченог знања.
2. *Прикупљање, обрада и анализа података.* Ова лекција представља својеврстан путоказ за реализацију пројектне наставе посвећене обради података. Објашњен је концепт статистичких (анкетних) истраживања и наведене су уобичајене фазе тих истраживања пропраћене илустративним примерима и задацима за ученике.

После. Са анализом података ученици ће се сретати и касније током школовања, а то је посебно изражено на крају средњошколског образовања када је у четвртој години предвиђено обрађивање садржаја вероватноће и статистике.

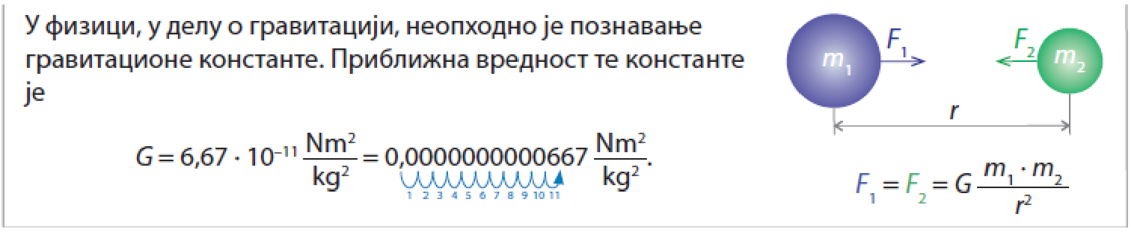
2.3.2. Корелација са другим предметима

Савремено образовање потенцира интердисциплинарност, тј. инсистира на знању као интегралном ентитету појединца, па се стога читава стручна јавност залаже за чвршће повезивање знања из различитих области. У складу с тим, у оквиру наставе математике треба указивати на корелацију са другим предметима, посебно што то често и није тешко, а код ученика ствара позитивне представе о употребној вредности њиховог математичког знања. На тај начин, ученици непосредно доживљавају значај математике за сопствено образовање и схватају позицију математике као наставне и научне области.

Препоручујемо развијање ближе сарадње међу члановима одељењских већа како би на исту корелацију две области ученицима било указано у оквиру оба наставна предмета. То би умногоме помогло да ученици прихвате знање као интегрално.

У наставку ћемо навести само неколико примера (преузетих из Уџбеника и Збирке) који илуструју корелације математике са другим предметима.

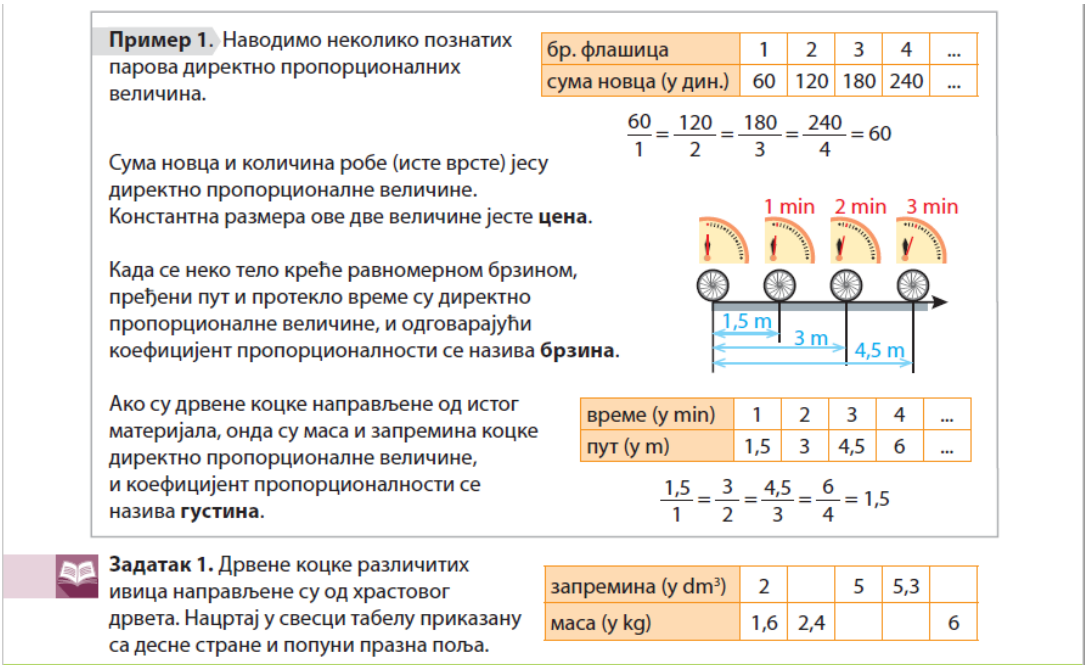
Математика и физика



У физици, у делу о гравитацији, неопходно је познавање гравитационе константе. Приближна вредност те константе је

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} = 0{,}\underbrace{00000000006}_{1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11}67\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}.$$

$$F_1 = F_2 = G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$



Пример 1. Наводимо неколико познатих парова директно пропорционалних величина.

бр. флашица	1	2	3	4	...
сума новца (у дин.)	60	120	180	240	...

$$\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{180}{3} = \frac{240}{4} = 60$$

Сума новца и количина робе (исте врсте) јесу директно пропорционалне величине. Константна размера ове две величине јесте **цена**.

Када се неко тело креће равномерном брзином, пређени пут и протекло време су директно пропорционалне величине, и одговарајући коефицијент пропорционалности се назива **брзина**.

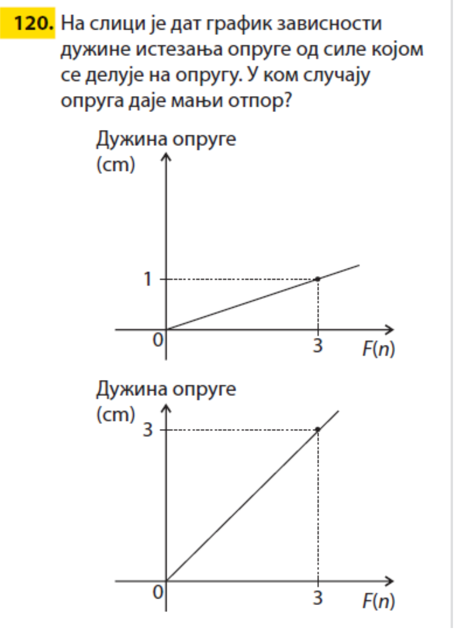
време (у min)	1	2	3	4	...
пут (у m)	1,5	3	4,5	6	...

$$\frac{1{,}5}{1} = \frac{3}{2} = \frac{4{,}5}{3} = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

Ако су дрвене коцке направљене од истог материјала, онда су маса и запремина коцке директно пропорционалне величине, и коефицијент пропорционалности се назива **густина**.

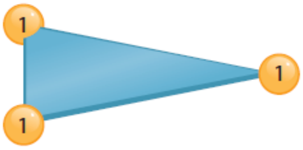
Задатак 1. Дрвене коцке различитих ивица направљене су од храстовог дрвета. Нацртај у свесци табелу приказану са десне стране и попуни празна поља.

запремина (у dm^3)	2		5	5,3	
маса (у kg)	1,6	2,4			6

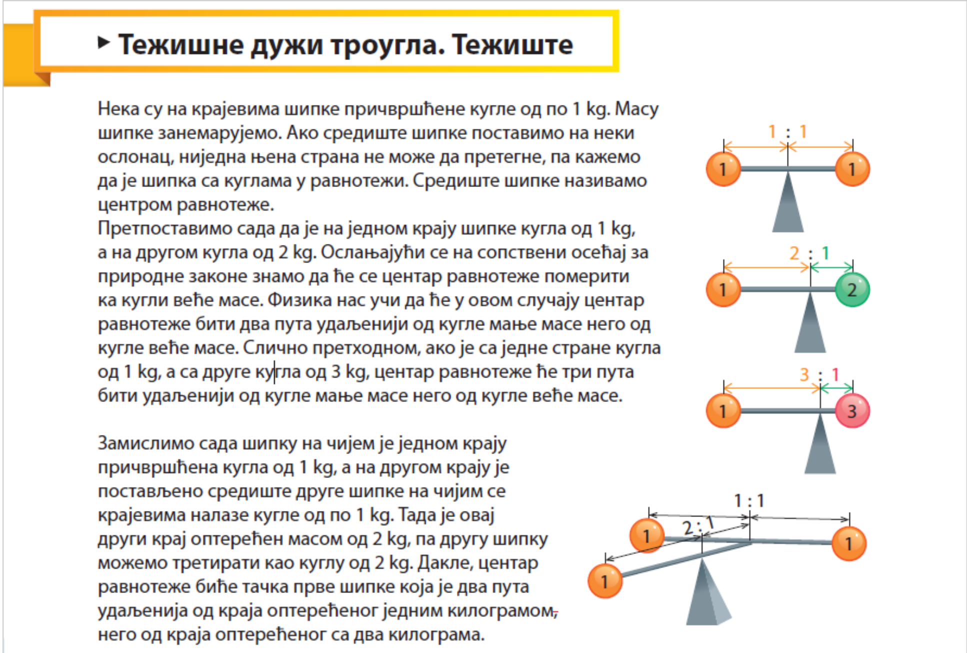


120. На слици је дат график зависности дужине истезања опруге од силе којом се делује на опругу. У ком случају опруга даје мањи отпор?

Где ће бити центар равнотеже троугаоне плоче у чијим су теменима постављене кугле од по 1 kg?
Ова ситуација је потпуно аналогна оној коју смо већ разматрали.



Уочавамо да се центар равнотеже налази на линији која спаја једно теме са средиштем наспрамне странице, и притом је центар равнотеже два пута удаљенији од темена него од средишта странице. Примети да теме и наспрамну страницу можемо изабрати на три начина, па остаје недоречено да ли је свеједно који избор направимо.

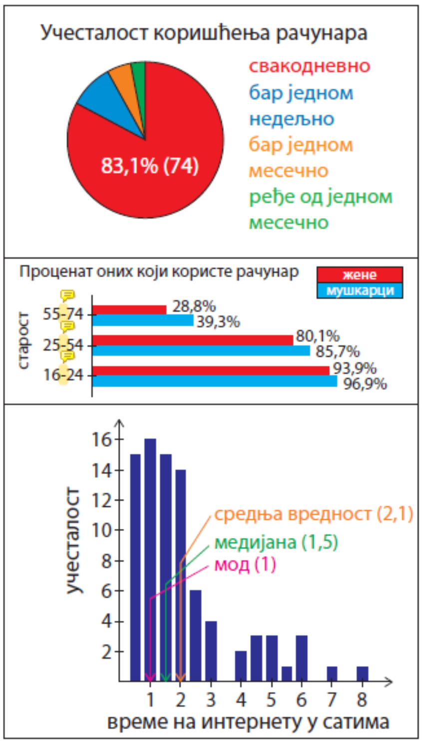


▸ Тежишне дужи троугла. Тежиште

Нека су на крајевима шипке причвршћене кугле од по 1 kg. Масу шипке занемарујемо. Ако средиште шипке поставимо на неки ослонац, ниједна њена страна не може да претегне, па кажемо да је шипка са куглама у равнотежи. Средиште шипке називамо центром равнотеже.
Претпоставимо сада да је на једном крају шипке кугла од 1 kg, а на другом кугла од 2 kg. Ослањајући се на сопствени осећај за природне законе знамо да ће се центар равнотеже померити ка кугли веће масе. Физика нас учи да ће у овом случају центар равнотеже бити два пута удаљенији од кугле мање масе него од кугле веће масе. Слично претходном, ако је са једне стране кугла од 1 kg, а са друге кугла од 3 kg, центар равнотеже ће три пута бити удаљенији од кугле мање масе него од кугле веће масе.

Замислимо сада шипку на чијем је једном крају причвршћена кугла од 1 kg, а на другом крају је постављено средиште друге шипке на чијим се крајевима налазе кугле од по 1 kg. Тада је овај други крај оптерећен масом од 2 kg, па другу шипку можемо третирати као куглу од 2 kg. Дакле, центар равнотеже биће тачка прве шипке која је два пута удаљенија од краја оптерећеног једним килограмом, него од краја оптерећеног са два килограма.

Математика и информатика

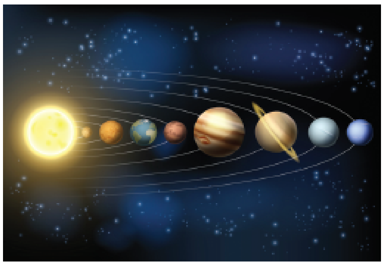


Математика и географија

Пример 7. Приближна маса Земље је $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg, а приближна маса Сунца је $1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg. Како је

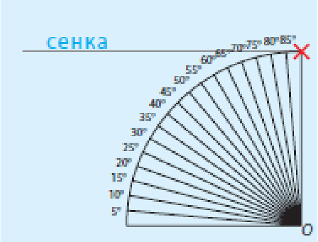
$$\frac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{1{,}989 \cdot 10^{30}} = \frac{5\,972}{1\,989} \cdot 10^{-6} \approx 3 \cdot 10^{-6} = 0{,}0003\%,$$

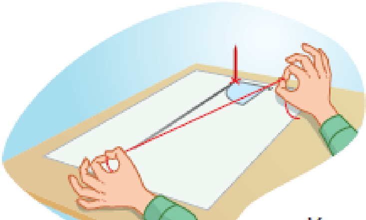
увиђамо да је маса Земље веома мала у односу на масу Сунца и износи само 0,0003% масе Сунца.



Пример 1. Угао који Сунчеви зраци образују са тлом назива се висина Сунца. Висина Сунца зависи и од тренутка и од места мерења. Смене годишњих доба, смене дана и ноћи су у вези са непрекидним променама висине Сунца.

На слици десно приказан је једноставан уређај за одређивање висине Сунца, који није тешко направити. Потребно је на месту које је означено црвеним крстићем изрезати отвор и у њему учврстити усправно постављен заоштрен штапић, чија је дужина једнака растојању између тачке O и црвеног крстића. Читав уређај треба изложити према Сунцу, али тако да сенка штапића падне дуж праве уз коју пише „сенка”. Ако затегнемо конац од тачке O до краја сенке, место где конац сече четвртину круга показује висину Сунца.



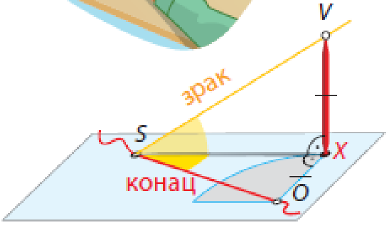


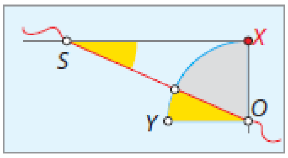
Да описани уређај заиста мери висину Сунца закључујемо према ставу подударности СУС и теореми о наизменичним угловима.

Из једнакости:

- ▸ $OX = XV$, јер је дужина штапића једнака растојању између тачке O и црвеног крстића,
- ▸ $SX = SX$ и
- ▸ $\sphericalangle SXV = \sphericalangle SXO = 90°$,

према ставу СУС следи да је $\Delta SXV \cong \Delta SXO$, па је $\sphericalangle VSX = \sphericalangle OSX$, то јест $\sphericalangle OSX$ је једнак висини Сунца. Према теореми о наизменичним угловима, $\sphericalangle SOY$ је такође једнак висини Сунца, а његова величина се директно очитава са нашег уређаја.

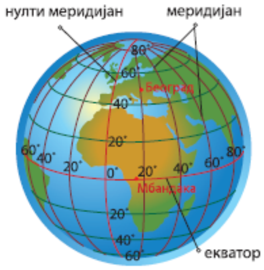


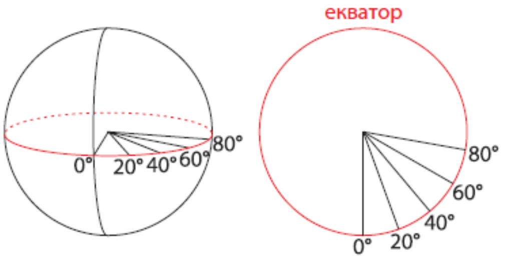


Задатак 2. Одреди дужину (на две децимале) екватора планете Земље ако је њен полупречник 6 370 km.

Напомена. Претпостави да је планета Земља лопта датог полупречника, па је њен екватор кружница истог полупречника.

Пример 3. Скоро на самом екватору, на северозападу Демократске Републике Конго, налази се град Мбандака. Ако је географска дужина овог града 18,3° источно, одредимо његову удаљеност од нултог меридијана. (Претпостављамо да је Земља лопта полупречника 6 370 km, и да је самим тим њен екватор кружница истог полупречника.)





Тражено растојање ℓ јесте заправо дужина лука кружнице полупречника 6 370 km коме одговара централни угао од 18,3°. Узимајући да је $\pi \approx 3{,}14$ и заокругљујући на једну децималу, добијамо

$$\ell = \frac{2r\pi}{360^\circ}\cdot\alpha = \frac{2\cdot 6\,370\pi\text{ km}}{360^\circ}\cdot 18{,}3^\circ \approx 2\,033{,}5\text{ km}.$$

Задатак 7. Географска ширина Београда је 44,49° северно, а географска дужина 20,28° источно. Одреди удаљеност Београда од екватора и његову удаљеност од Северног пола.

7. Површина Земље је приближно 510 072 000 km², а површина Јупитера је 61 419 000 000 km² (подаци преузети са Википедије на енглеском језику 2019. године). Колико пута је површина Јупитера већа од површине Земље? (Користи калкулатор и резултат заокругли на једну децималу.)

8. У табели су дате површине неколико држава (подаци преузети са Википедије на српском језику 2019. године).

Држава	Површина
Србија	88 499 km²
Русија	17 125 187 km²
Швајцарска	41 285 km²
Немачка	357 168 km²
Француска	640 679 km²

Користећи калкулатор и заокругљујући резултат на једну децималу одреди:

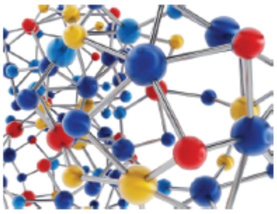
а) колико пута је површина Немачке већа од површине Србије;

Математика и хемија

Пример 2. Важна константа у хемији је *Авоīадров број* (број честица у молу неке супстанце). Приближна вредност те константе је

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} = 602\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000.$$

23 22 21 20 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1



Задатак 9. Приближна вредност масе електрона је $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, а масе протона је $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Која честица има већу масу и колико пута?

Математика и биологија (здравствено образовање)

Задатак 4. У медицини се користи поједностављена формула за одређивање површине људског тела у квадратним метрима: $BSA = \frac{1}{6}\sqrt{mh}$, где је m маса тела у килограмима, а h висина у метрима. Користећи дату формулу одреди површину свог тела у квадратним метрима.

Напомена. BSA је скраћеница настала од енглеског назива the **b**ody **s**urface **a**rea.

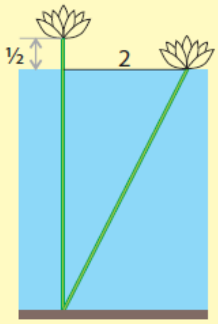
Математика и српски језик

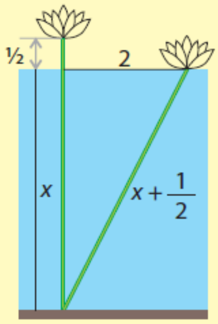
Стари Индуси су имали обичај да математичке законитости и задатке изражавају стиховима. Наводимо слободан превод једног задатка који је поставио чувени индијски математичар Баскара II (1114 – 1185) у својој књизи „Лилавати“. Ова књига је током многих векова у Индији била главни уџбеник из аритметике и вештине мерења.

Задатак о лотосовом цвету
У језеру тихом стоји лотос часно,
Пола стопе над водом процветао красно.
Не имаше среће по ветровитом дану,
Цвет паде на воду, две стопе у страну.
Е сад одредите, млади детективи,
Дубину језера где тај лотос живи.

Задатак је једноставно решити применом Питагорине теореме и једнакости са стране 49: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

Из $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - x^2 = 4$, тј. $x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} - x^2 = 4$ добијамо једноставну једначину $\frac{1}{4} + x = 4$ чије је решење $x = 3\frac{3}{4}$. Дакле, језеро је дубоко 3,75 стопа.





Префикс **моно-** води порекло од грчке речи за један, једини. Као део сложене речи *моно* значи један, једно, јединствено, само. Префикс **поли-** води порекло од грчке речи за много. Као први део сложеница *йоли* означава мноштво, вишеструкост онога што је исказано другим делом речи.

Префикс **би-** води порекло од латинске речи за двапут. Овај префикс налазимо у сложеницама којима се означава да се нешто јавља двапут, да је удвојено, двоструко и томе слично.

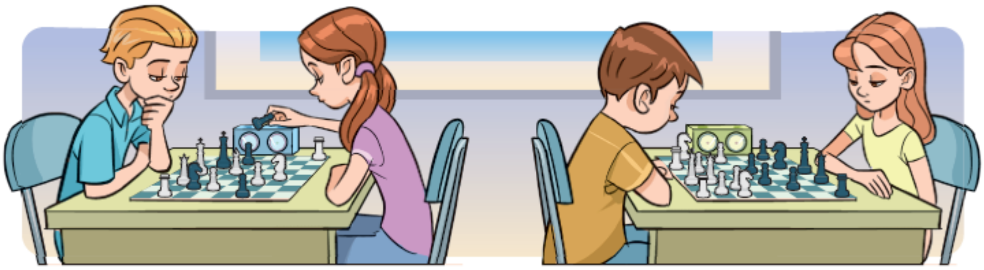
Да ли знаш како је настала реч шестар?
Порекло ове речи тесно је повезано са конструкцијом правилног шестоугла. Шестаром се на кружници могу одредити темена правилног шестоугла, то јест шестаром се кружница може поделити на шест једнаких делова. Ову реч је створио наш обичан народ, а забележио ју је и Вук Караџић, али и неких сто педест година пре њега, још неки састављачи наших речника. Иначе, рачваста грана је, у Вуково време, служила за одмеравања дна за бурад и каце.
Други назив за шестар је циркл. Овај назив потиче из латинског језика, јер су стари Римљани круг називали циркулус (*circulus*). Од ове речи је настала реч циркл, коју су усвојили Руси, Немци и многи други народи.

Популација је реч латинског порекла, а поред значења које има у статистичким испитивањима, она се користи и да означи становништво одређене земље или регије, али и да означи скуп биљака и животиња одређене области.

Анкета је реч француског порекла и значи прикупљање мишљења већег броја људи, испитивање јавног мњења или тржишта помоћу упитника.

Математика и спорт

Задатак 7. На шаховском турниру учествује четворо шахиста. Колико партија је укупно одиграно, ако се играло по систему свако са сваким?



Задатак 4. Пречник стандардног кошаркашког обруча је 0,45 m. Колико треба да буде дугачка метална шипка од које се може направити обруч?

Вељко: „Љубице, колико си скочила?”
Љубица: „Први пут само 1,70 m, а други пут знатно боље, 1,94 m.”
Вељко: „Значи у просеку 1,82 m. Мислим да је то добар резултат.”

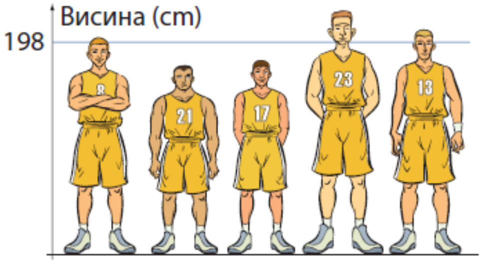
Вељко: „Наставниче, јесте ли задовољни нашим резултатима?”
Наставник: „Трудили сте се, задовољан сам. Просечан резултат за читаво одељење је 1,81 m, а то је веома добро.”

Име	Скок 1	Скок 2	Просек
Љубица	1,70 m	1,94 m	1,82 m

Пример 1. У првој постави једног кошаркашког тима налазе се играчи који су високи 190 cm, 192 cm, 199 cm, 202 cm и 207 cm.

Просечна висина те петорке је аритметичка средина висина играча:

$$\frac{190 + 192 + 199 + 202 + 207}{5} = \frac{990}{5} = 198\text{ cm.}$$

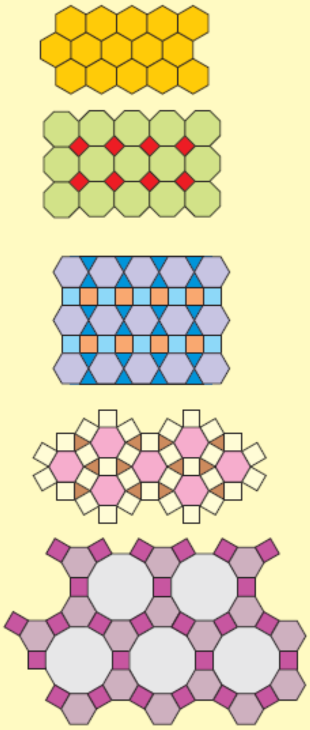


Израчуната вредност је заједничка карактеристика ~~за~~ тих пет играча као групе. На основу тог податка уобичајено је у кошарци говорити о „ниској” или „високој” петорци. Појединачне висине играча могу да се разликују од израчунате просечне висине. У посматраној постави, двојица су нижа од просека, а тројица виша.

Математика и ликовна уметност

Веома занимљива област геометрије бави се могућностима прекривања равни фигурама које се не преклапају међу собом и које се могу додиривати само дуж ивица. Наравно, не сме бити непокривених делова равни. Паркетне дашчице и керамичке плочице на подовима су најједноставнији примери оваквог прекривања. Много занимљивији примери, који често изазивају дивљење, јесу орнаменти на подовима и таваницама некадашњих двораца. Мозаици састављени од складно поређаних правилних многоуглова су веома леп пример примене математике. Проучавање могућности састављања различитих мозаика од правилних многоуглова јесте својеврсно приближавање математике уметности.

У последње време, математичари су почели да проучавају и шаре на животињском крзну. Иако су туфне на леопарду или пруге на тигру донекле правилне, оне не показују правилности као мозаици приказани са десне стране. Ипак, једно од сазнања до којих је дошла математика јесте да се и шаре на животињском крзну покоравају извесним математичким законима.



2.4. Савремене наставне методе

Савремена (мада су неке идеје старе и један век и више) методика и дидактика наставе уопште, па и наставе математике, као пожељне нуде више видова наставе (активну, интерактивну, пројектну, проблемску, хеуристичку наставу итд.), а за све њих је заједничко да омогућавају/подстичу веће активно учешће ученика у раду, обезбеђују мотивисаност за учење, значајније подстичу интелектуални развој, самосталност и креативност ученика, а резултирају квалитетнијим и дуготрајним знањима. Ако се од наставног процеса очекује да од ученика створи способног, самосталног, активног човека који мисли, критикује, сумња, проверава чињенице, поставља питања, тражи решења, изводи закључке и практично користи своја знања, онда се са пасивног усвајања мора прећи на активно освајање знања. Овом приликом ћемо се фокусирати на три типа наставе који ученика постављају у позицију истраживача, оног који садржаје активно открива и потом примењује, а не пасивно усваја/меморише/репродукује чињенице.

За успешну наставу је, поред избора наставних метода, неопходно и адекватно изабрати наставна средства којима ће настава бити реализована, као и одабрати погодне облике рада. Како генерације наших ученика расту у време свеприсутне дигиталне револуције, која управо почива на резултатима математике и њој сродних наука, природно је дигиталне технологије укључити у наставу математике. Увођењем дигиталних уџбеника, и од стране државе је директно подржана ова активност. Притом треба бити обазрив и рачунаре и електронске садржаје користити сврсисходно, само када наставу чине ефектнијом и ефикаснијом. За наставу математике су посебно интересантни интерактивни садржаји који се могу реализовати у више софтверских пакета (GeoGebra, Cinderella, Microsoft Mathematics, Wolfram Mathematica, MATLAB и др.), а који значајно мењају динамику часа и ученицима боље приближавају садржаје.

Пројектна настава

Пројектна настава подразумева наставу која је концентрисана око задатог **пројекта**, који је по правилу интердисциплинаран, а решава се кроз сарадњу више ученика или група ученика, који се о самом пројекту информишу из разноликих извора знања. Наставник је сарадник током израде пројекта и подршка ученицима током читавог процеса. Резултат пројектне наставе је **продукт** који има јасну употребну и/или васпитну вредност.

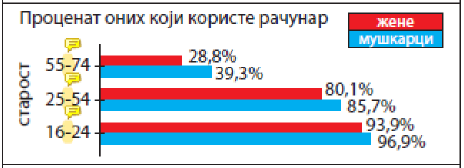
Разликујемо четири фазе у пројектној настави:

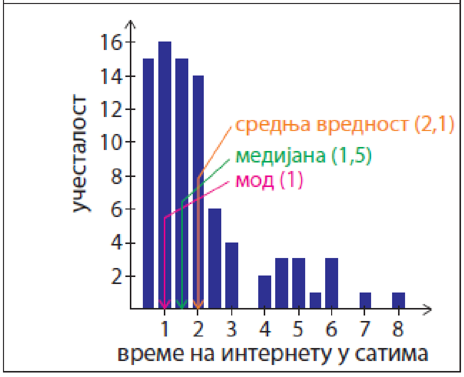
1. планирање (тема, циљ, активности...);
2. реализација пројектних активности;
3. презентовање/промовисање пројекта;
4. рефлексија и евалуација пројекта.

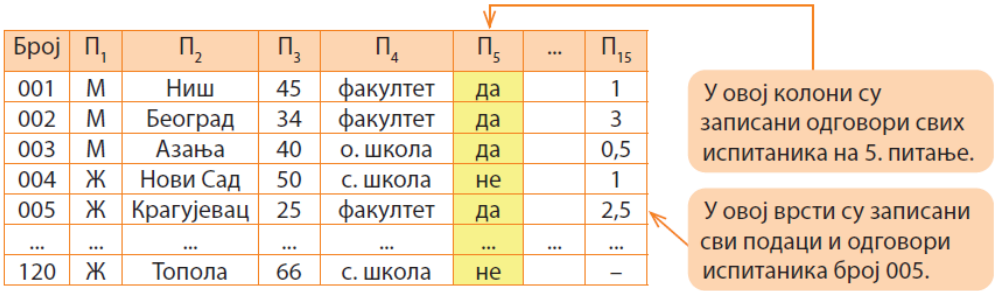
При одабиру пројекта, битно је да он буде интересантан и релевантан како за наставника и ученика, тако и за окружење. За успешну пројектну наставу пожељно је да више наставника различитих предмета сарађује у њеном осмишљавању и реализацији. Ово је тип наставе који максимално развија међупредметне компетенције (компетенција за учење, сарадњу, решавање проблема, дигитална компетенција итд.) и јача корелације међу предметима. Јасно је да ову наставу није могуће реализовати у оквиру само једног часа, већ је потребан дужи период у ком се одвијају све четири фазе. Препоручљиво је периодично реализовати овакав тип наставе како би се ученици прилагодили и усвојили све његове фазе, научили да се поставе као истраживачи спремни на сарадњу и коришћење разноврсне литературе и савремених технологија.

Имајући у виду предзнање ученика, математички садржаји могу помоћи при реализацији активности везаних за многе пројекте, пре свега оних које укључују прикупљање и представљање података о некој појави која нужно не мора имати директне везе за математиком. Заправо, замишљено је да тема *Обрада података* на тај начин и буде реализована.

Број анкетног листића		127
П1	Пол	М Ж
П2	Место	
П3	Старост	
П4	Ниво образовања	• основни • средњи • виши и високи
П5	Да ли користите рачунар?	ДА НЕ
П6	Колико често сте користили рачунар?	• свакодневно • бар једном недељно • бар једном месечно • ређе од једном месечно
...	...	...
П15	Колико времена дневно „проводите“ на интернету?	(Одговор дати као цео број сати или као цео број сати и једна половина.)







Број	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	...	$П_{15}$
001	М	Ниш	45	факултет	да		1
002	М	Београд	34	факултет	да		3
003	М	Азања	40	о. школа	да		0,5
004	Ж	Нови Сад	50	с. школа	не		1
005	Ж	Крагујевац	25	факултет	да		2,5
...	...	...	...	...	...	...	...
120	Ж	Топола	66	с. школа	не		–

У овој колони су записани одговори свих испитаника на 5. питање.

У овој врсти су записани сви подаци и одговори испитаника број 005.

У решењима која иду уз Уџбеник (прилози 1, 2, 3 и 4 у оквиру припреме 140) предложили смо четири могуће теме за пројекат овог типа:

- анкетно истраживање о ставовима ученика осмог разреда (музика, филм, књиге, медији, даље школовање...);
- анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца везаних за бављење спортом и праћење спортских дешавања;
- анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца везаних за употребу информационо-комуникационих технологија;
- анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца везаних за рециклирање отпада.

Наравно, не морају се реализовати сва предложена питања, као ни предложене четири теме, већ све треба подредити конкретној ситуацији у одељењу. На наш избор тема је утицала пре свега њихова актуелност и потенцијална васпитно-образовна компонента закључака по обради података. Такође, постоји релативно велики број објављених истраживања која се тичу ових или сродних тема, па она могу бити узета за поређење са резултатима које су добили ученици. Наравно, постоји још много тема које би могле да се испитују и при њиховом одабиру треба дати предност ученичким интересовањима.

Поред добрих страна пројектне наставе, евидентно је да она није подједнако погодна за овладавање садржајима различитих предмета на истом узрасту, посебно имајући у виду предзнања ученика. Тако је за ученике седмог разреда значајно теже осмислити довољно интересантан, а достижан пројекат чија окосница би били математички садржаји. То би, на пример, могли да буду:

- доказивање, илустровање и примена Питагорине теореме у обиму и дубини који превазилазе оквире редовне наставе;
- испитивање особина степене функције $f(x) = x^n$, $n \in N$, и проналажење примера примене ових функција;
- решавање квадратне једначине и илустрација примера где нам је то потребно за решавање неких практичних проблема;
- решавање проблема пребројавања објеката са задатим својством, тј. давање мотивационих примера за усвајање елемената комбинаторике и илустровање тих садржаја на реалним примерима;
- историјски приказ одређивања броја π.

Проблемска настава

Проблемска настава је још један вид наставе која ученика ставља у позицију истраживача. Она је сродна пројектној настави, али вероватно више примерена математичким садржајима. Ученицима се представља **проблем** који је мање комплексан или обиман од пројекта у пројектној настави, а који они треба да реше у што већој мери самостално. Погодном причом и/или интересантним визуелним ефектима ствара се **проблемска ситуација** која ће ученике заинтересовати за решавање проблема који из те ситуације произлази. Избор проблема зависи од онога шта њиме желимо да постигнемо, тј. зависи од садржаја којима желимо да ученици на тај начин овладају, али при избору увек треба водити рачуна о узрасту ученика, тј. о нивоу њиховог интелектуалног развоја, њиховом предзнању, као и о тежини самог проблема (он не сме бити исувише лак, али ни претежак да демотивише ученике), али и о томе да проблем буде прецизно и адекватно формулисан.

При реализацији проблемске наставе можемо уочити следеће фазе:

1. мотивација за решавање проблема (стварање проблемске ситуације);
2. уочавање и разјашњавање проблема;
3. анализа проблема;
4. процењивање резултата и формулисање хипотеза;
5. непосредно решавање проблема;
6. извођење закључака и анализа резултата;
7. примена стечених знања, испитивање и уопштавање добијених тврђења.

Наравно, ова структура је подложна променама. У зависности од самог проблема, неке етапе се могу груписати у једну или чак потпуно изоставити. Такође, од самог проблема зависи и расподела времена по фазама. Често проблемска настава представља својеврстан увод у такозвано математичко моделирање, јер захтева обликовање/стварање математичког модела који одговара датом проблему из реалног окружења.

Како је главни циљ проблемске наставе развој стваралачког мишљења ученика, то се улоге ученика и наставника на неки начин замењују. Наставник је сада само координатор у наставном процесу (он што мањим бројем питања и сугестија покушава да обезбеди да наставни процес иде у жељеном смеру), а главну улогу преузимају ученици који одређују пут и брзину доласка до решења.

При припреми и реализација часова проблемске наставе могу нам помоћи закључци чувеног математичара и дидактичара математике Ђерђа Поје[3]. Да би ученик

---

[3] György Pólya (1887–1985), мађарски математичар.

могао самостално да реши проблем, потребно је:

- да схвати и разуме проблем;
- да створи план решавања;
- да реализује тај план;
- да провери тачност;
- да дискутује и интерпретира решење.

Такође, неке од његових препорука за ученике при решавању проблема су следеће:

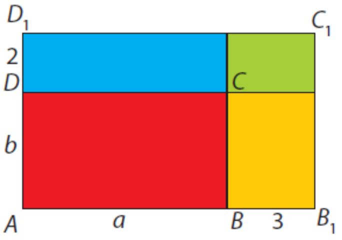
- Покушај да се сетиш нечега сличног!
- Пробај да нађеш једноставнији проблем који ћеш умети да решиш!
- Употреби интуицију!
- Употреби машту!
- Пробај и погреши!
- Не одустај!

Јасно је да због своје сложености и повећаних захтева и према ученицима и према наставницима, проблемска настава представља поприличан изазов и за једне и за друге. Мотивисаност, креативност и теоријска припремљеност наставника имају пресудну улогу у припреми часа, док је мотивисаност и оспособљеност ученика за напоран самосталан умни рад од пресудне важности за реализацију часа. Потребно је време да би се испуниле ове претпоставке, тј. потребно је време да се обе стране (наставник и ученици) припреме и постану фамилијарне са оваквим приступом учењу. Најбољи начин за то је да се оваква настава практикује од најранијег узраста и да се њен обим постепено повећава.

Главна мана проблемске наставе је то што, услед своје сложености и тежине, изискује више времена и за припрему часова, као и за обраду наставних садржаја, али сматрамо да су предности које оваква настава пружа вредне такве „жртве”. Међутим, иако читава математика почива на решавању проблема, потпуно је разумљиво да се не може сваки час реализовати на овај начин, али то није ни неопходно. Треба направити ужи, примерен избор математичких садржаја који ће се на овај начин реализовати. Верујемо да би један или два часа месечно реализована на овај начин већ произвела позитиван ефекат код ученика.

Најмање што се може учинити у настави математике у VII разреду је да бар елементе проблемске наставе уведемо у свакодневну праксу. Рецимо, погодно је обраду нових наставних садржаја започети неким мотивационим проблемом/примером. У Уџбенику смо на више места понудили такве проблеме, а овде наводимо неколико њих. Када ученици постану фамилијарни са решавањем таквих проблема, може се прећи и на комплексније проблеме из окружења које ћемо прво математички моделирати и решити на моделу, а онда дати интерпретацију тог решења у реалном окружењу.

Задатак 2. Страница $a = 5$ cm правоугаоника $ABCD$ повећана је за 3 cm, а страница $b = 4$ cm за 2 cm и тако је добијен правоугаоник $AB_1C_1D_1$.
а) Израчунај површину правоугаоника $AB_1C_1D_1$.
б) Да нису познате величине страница a и b, који би израз одговарао површини правоугаоника $AB_1C_1D_1$?
Упутство. Слика десно ти може помоћи да уочиш два таква израза.



ДУЖИНА КРУЖНОГ ЛУКА

Научићеш:

- формулу за израчунавање дужине кружног лука дате кружнице када је познат централни угао који одговара луку.

Размисли

Задатак 1. Колико пута је сваки од кружних лукова ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3, приказаних на слици испод, краћи од обима кружнице на којој се налази? Израчунај дужине ових лукова.

ПОВРШИНА КРУЖНОГ ИСЕЧКА И КРУЖНОГ ПРСТЕНА

Научићеш:

- формуле за израчунавање површине кружног исечка и кружног прстена.

Размисли

Задатак 1. Израчунај површине осенчених делова круга полупречника 3 cm.

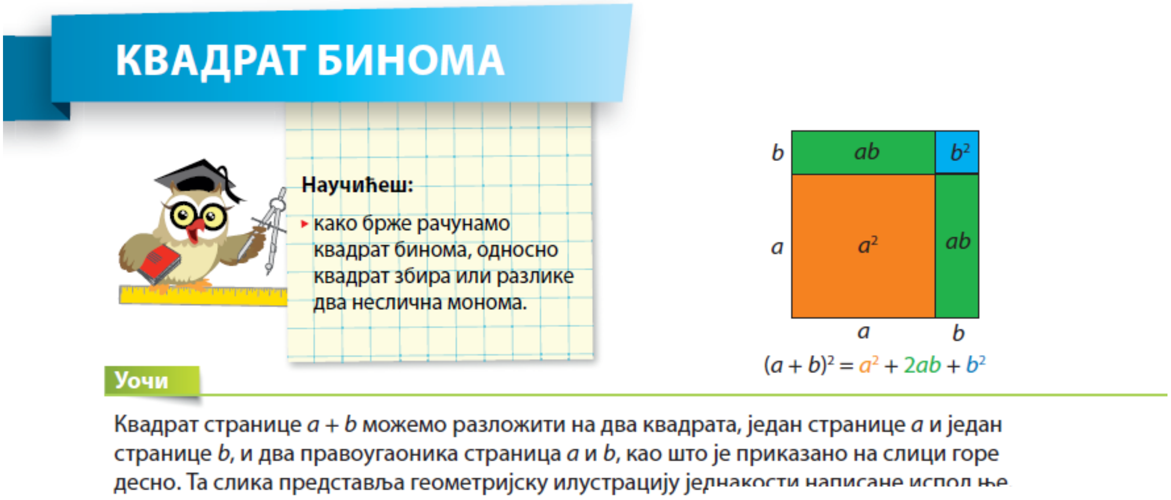
Хеуристичка настава

Ученик неће заволети математику ако бар једном није осетио задовољство победе над задатком/проблемом који је дуго решавао, ако бар некад није успео самостално да открије решење. Такође, тврдње које не разумемо, већ их само прихватимо као такве, нећемо умети да користимо за решавање нових проблема, па ће такав рад произвести незадовољство и одбојност. Зато хеуристичка настава инсистира на учењу откривањем чињеница и законитости. О томе говори и сам назив ове методе, који потиче од грчке речи *heureksein*, што значи **откривање**, **проналажење**. Циљ овакве наставе је да ученици што чешће осете задовољство због неког открића и пожеле као и Архимед да узвикну:

„Еурека!” Ова метода има елементе проблемске наставе, али је сада улога професора доминантнија, професор значајније учествује наводећи ученике на одговарајуће закључке (постављањем додатних потпитања, давањем сугестија, или ако се испостави да ученицима понестаје идеја за решавање датог задатка наставник даје нови лакши задатак чије решавање ће помоћи да се реши постављени проблем).

За разлику од пројектне и проблемске наставе, хеуристичку наставу је могуће реализовати готово на сваком часу математике у сваком узрасту ученика, па то треба и чинити. Овај вид наставе одлично припрема ученике за комплексније захтеве проблемске и пројектне наставе. У хеуристичкој настави задатак који се решава може бити директно исказан у математичком контексту, а кључно је да ученик буде истраживач који га решава – он осмишљава стратегију решавања и евалуира добијене резултате, на крају презентује решење и евентуално дискутује егзистенцију и број решења.

Уџбенички комплет је писан управо тако да максимално подржи овај вид наставе, а на више места су дате директне инструкције за реализовање садржаја на овај начин. У наставку се налази неколико таквих примера из Уџбеника.



КВАДРАТ БИНОМА

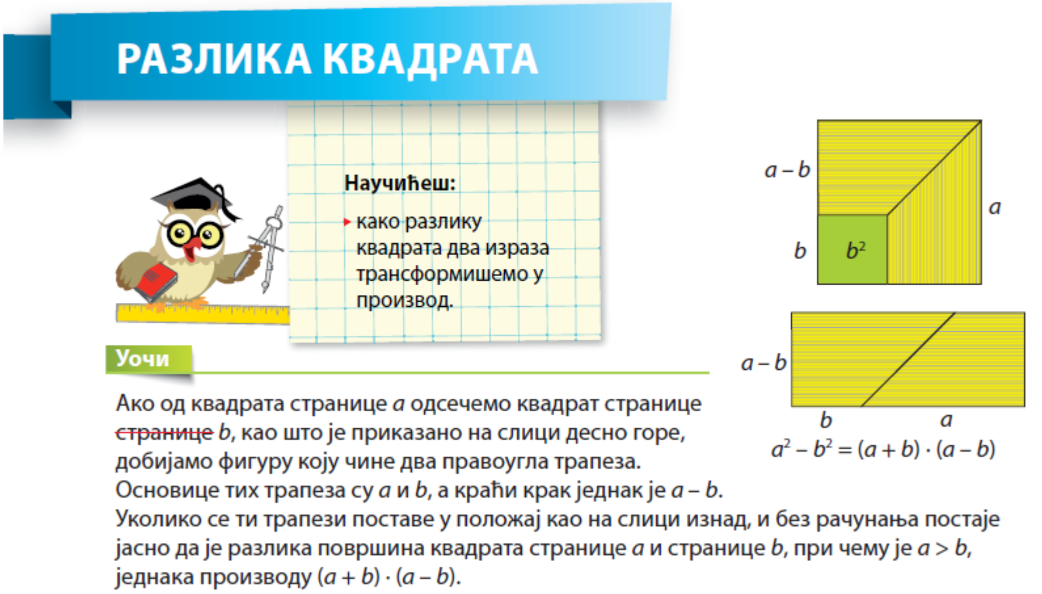
Научићеш:

- како брже рачунамо квадрат бинома, односно квадрат збира или разлике два неслична монома.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Уочи

Квадрат странице $a + b$ можемо разложити на два квадрата, један странице a и један странице b, и два правоугаоника страница a и b, као што је приказано на слици горе десно. Та слика представља геометријску илустрацију једнакости написане испод ње



РАЗЛИКА КВАДРАТА

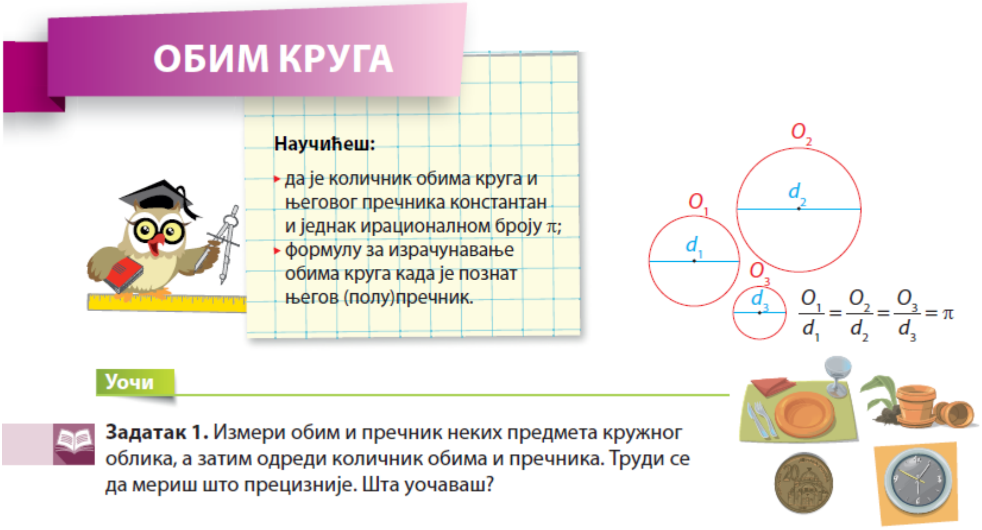
Научићеш:

- како разлику квадрата два израза трансформишемо у производ.

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$

Уочи

Ако од квадрата странице a одсечемо квадрат странице ~~странице~~ b, као што је приказано на слици десно горе, добијамо фигуру коју чине два правоугла трапеза. Основице тих трапеза су a и b, а краћи крак једнак је $a - b$. Уколико се ти трапези поставе у положај као на слици изнад, и без рачунања постаје јасно да је разлика површина квадрата странице a и странице b, при чему је $a > b$, једнака производу $(a + b) \cdot (a - b)$.



ОБИМ КРУГА

Научићеш:
- да је количник обима круга и његовог пречника константан и једнак ирационалном броју π;
- формулу за израчунавање обима круга када је познат његов (полу)пречник.

$\frac{O_1}{d_1}=\frac{O_2}{d_2}=\frac{O_3}{d_3}=\pi$

Уочи

Задатак 1. Измери обим и пречник неких предмета кружног облика, а затим одреди количник обима и пречника. Труди се да мериш што прецизније. Шта уочаваш?

▸ **Површина круга**

Повећањем броја страница правилних многоуглова уписаних у неки круг, површине тих многоуглова се све мање међусобно разликују и све су ближе броју који узимамо за површину тог круга.

Површину неког правилног многоугла најједноставније је одредити разлагањем на карактеристичне троуглове. Површина правилног *n*-тоугла је *n* пута већа од површине његовог карактеристичног троугла. Ако карактеристичне троуглове правилних *n*-тоуглова уписаних у неки круг „препакујемо” као на слици десно, добијамо фигуре које се све мање разликују од паралелограма чија је једна страница једнака половини обима круга $\frac{2r\pi}{2}$, а њој одговарајућа висина једнака полупречнику круга *r*.
Са повећањем броја *n*, све су мање разлике између површине оваквог паралелограма и површине фигуре изграђене од карактеристичних троуглова.

Другим речима, са повећањем броја *n*, површине фигура изграђених од карактеристичних троуглова све су ближе производу $r^2\pi$, то јест површини круга.

2.5. Оцењивање ученика и евалуација наставног процеса

Оцењивање је саставни и неодвојиви део наставног процеса, а често бива и његов најтежи део, како за ученике тако и за наставнике. Савремена настава би требало да се реализује кроз међусобну обострану сарадњу свих учесника, наставника и ученика, али често у домену оцењивања та сарадња затаји или ју је теже остварити. Без жеље да парафразирамо чланове Правилника о оцењивању, указаћемо на неке детаље које сматрамо кључним за отклањање проблема при оцењивању, односно за унапређење оцењивања.

Прописани исходи учења представљају инструменте на основу којих се евалуира читав наставни процес у току једне школске године, а образовни стандарди за крај обавезног образовања могу послужити за евалуацију ученичких постигнућа на крају другог циклуса образовања. Међутим, оцењивање је континуирани процес и потребно је чешће реализовати сумативно оцењивање ученика, као и стално формативно оцењивање. За ове сталне активности наставника нема тако прецизних упутстава и ту он као посвећени професионалац треба да поступа у складу са становиштима савремене образовне теорије, да у изналажењу најбољих решења истражује сопствену праксу, као и примере добре праксе других.

Оцена би требало да буде:

- **информативна** – она обавештава ученика, родитеље, читаву школску заједницу о успеху и резултатима учења ученика;
- **мотивациона** – она подстиче ученика на даље учење;
- **оријентациона** – она утврђује узроке тешкоћа, указује на мере које треба предузети ради побољшања успеха, усмерава ученика на избор програма даљег школовања, касније и занимања итд.

Имајући у виду ове основне улоге оцене, треба учинити додатни напор да и ученици увиде сврху и неминовност оцењивања, као и да суштински схвате сопствену корист од оцењивања њиховог знања, рада и залагања. Посебно треба оснажити капацитете ученика за самопроцењивање и одговорност према сопственом напретку у учењу. Пожељно је повремено заменити улоге наставника и ученика, тј. ученика ставити у позицију да оцењује и себе и друге. Овакве активности имају посебан васпитни карактер.

Оцењивање треба спроводити тако да оцена буде:

- **ваљана** – да показује степен усвојености садржаја, односно остварености зацртаних исхода;
- **објективна** – да зависи само од показаних резултата, а не од субјектвних утисака наставника и начина оцењивања;
- **поуздана** – да се поновљеним оцењивањем добија иста оцена, односно да се не добија битно различита оцена;
- **јавна и образложена** – ученици морају да буду упознати са резултатима евалуације, као и разлозима/параметрима за представљени закључак наставника, односно разлозима који су довели до добијене сумативне/формативне оцене.

Посебну тежину има закључна оцена. Да би она имала све тражене карактеристике, потребно је да у њу буду уткане бројне евалуације различитих ученичких активности. Поред обавезних писаних провера знања (4 писмена задатка), треба спровести бројчано оцењивање и на крају наставних целина (тема), а пожељно је да то буде и чешће, кроз кратке провере знања које се спроводе за мање од 15 минута. На овај начин ученици ће бити свеснији чињенице да се њихов напредак континуирано прати и процењује, као и да евентуални „лоши” резултати већ на следећој провери могу бити поправљени. Ово, такође, наставнику чешће обезбеђује повратну информацију о резултатима његовог рада, па на тај начин он на време може да дијагностикује евентуалне проблеме и добије потребне смернице за корекције својих наставних планова.

Савремено образовање код нас, а и у свету, често посеже за различитим облицима тестирања ради утврђивања компетенција ученика, па је веома значајно навикнути ученике на овакав вид испитивања. Треба их оспособити да у датом тренутку покажу шта заиста знају, односно научити их да минимизирају неке психолошке аспекте који могу тренутно умањити ученичке способности. Ово се, између осталог, постиже и чешћим краћим проверама знања.

Највећа замерка сумативног бројчаног оцењивања јесте релативно мали број категорија (у случају нашег образовног система свега пет) у које треба разврстати све ученике. Међутим, сведоци смо праксе да често у неким одељењима имамо само четири, па и три категорије. Уколико је у питању погрешна процена наставника, највећа опасност која се иза тога крије је неадекватна информисаност ученика о сопственим могућностима, способностима, нивоу постигнућа и потребном залагању да би се исходи учења остварили на одговарајућем нивоу. Све ово касније може довести до погрешних одлука о даљем образовању, тј. резултирати неадекватним избором занимања за које се ученик школује.

Ученици и родитељи као прву, а често и једину асоцијацију на оцењивање имају бројчану оцену. Међутим, наставник свакодневно врши формативно оцењивање, али изгледа да често ученици нису тога свесни у довољној мери. Треба радити на промени свести ученика о томе, јер је то један од најбољих начина да ученике одговоримо од „кампањског" учења, које дугорочно не доноси добре резултате. Поред тога што наставник редовно и уредно води своју педагошку документацију, потребно је и да су ученици обавештени о томе. Њима готово свакодневно треба пружати повратну информација о напретку (похвалу, критику, сугестију) и давати им јасне препоруке за даљи рад. Битно је да ученик види/доживљава да се његова залагања стално прате и евидентирају, јер се испоставља да је то често јак мотив за већу посвећеност учењу и образовању уопште. Свакако треба избећи ситуацију у којој ученик оцену доживљава као казну или награду, јер то она никако не треба да буде, она је показатељ остваривања прописаних циљева, исхода и стандарда постигнућа ученика у току савладавања школског програма, као и његовог напретка и залагања.

Наставник, као рефлексивни практичар, треба континуирано да прати и евалуира сопствени рад, како кроз свакодневне евалуације одржаних часова, тако и на крају већих целина, на крају наставних тема, по завршетку школске године. Врло је значајно да се тако прикупљени подаци документују, како би били разматрани и анализирани и после дужих временских периода. Ови подаци могу бити извор за уочавање различитих образаца и трендова у резултатима наставног процеса, па и почетна тачка за отклањање уочених проблема. Посебно би било добро да наставници своја искуства међусобно деле и упоређују (у оквиру школе, градских актива, стручних друштава...) како би наставни процес био што боље сагледан. Тек отворена и аргументована дискусија већег броја наставника може донети ваљане закључке о укупном наставном процесу и утврдити ваљане предлоге за даљи рад.

2.6. Улога уџбеничког комплета у наставном процесу

При планирању наставе никако не треба заборавити да је Уџбеник, односно уџбенички комплет, основно наставно средство. Иако је намењен ученицима, наставник у њему налази материјал на основу ког планира наставу, као и инспирацију за креирање наставног процеса. Додатно, овај приручник управо има за циљ да расветли све могућности коришћења уџбеничког комплета у настави.

Један од основних циљева образовања уопште, па и математичког, јесте оспособљавање ученика за даље школовање, односно оспособљавање ученика за самостално учење и коришћење стручне литературе. Ово ће бити остварено само ако наставник континуирано указује на улогу уџбеника у образовању појединца, тј. ако се код ученика континуирано развија навика правилног коришћења стручне литературе. Уџбенички комплет ће бити искоришћен у пуном капацитету само ако га наставник јасно представи као незаобилазни извор знања за ученике. Неопходно је да се садржаји које комплет нуди често користе на часовима у школи, да наставник показује како се конкретан уџбеник/збирка користи, односно како се из писаних или дигиталних материјала учи, као и да се ученици упућују на коришћење Уџбеника и Збирке током самосталног рада ван школе. Оспособити ученике да самостално уче из књига (штампаних и дигиталних) посебно је битно данас, када се свет убрзано мења, када знамо да најтраженија занимања данашњице пре двадесет или тридесет година нису ни постојала. То готово сваком појединцу намеће обавезу сталног усавршавања и учења нових садржаја, односно стицања нових компетенција. Готово сигурно добар део свачијег образовања више неће бити формалан, у оквиру институција образовања, већ ће бити резултат самозалагања и учења на основу доступних материјала.

Услед свега наведеног, трудили смо се да за ученике понудимо квалитетан уџбенички комплет који ће им помоћи у остваривању жељених исхода учења. Комплет чине:

- штампани уџбеник,
- збирка задатака са решењима и
- дигитални уџбеник.

Поред тога, као пратећи материјал за наставнике, обезбеђени су (овај) приручник и збирка тестова. Уџбенички комплет потпуно прати важећи (нови) програм наставе и учења за VII разред, оријентисан на исходе и процес учења. Такође, комплет представља природни наставак нашег комплета за VI разред и са њим је концепцијски врло сличан.

2.6.1. Основне идеје на основу којих су обрађене теме у уџбеничком комплету

Постепено навикавање на све озбиљније математичке садржаје основни је услов за оспособљавање ученика да самостално учи, чита и разуме прочитано. Имајући то у виду, наш основни циљ, с којим смо приступили писању Уџбеника и Збирке, јесте да ученици из њих уче, да они буду примарни извор знања и информација за ученике. Дозвољавајући да уџбеници математике остају „нови” након сваке школске године, добијамо велики број ученика (средњошколаца и студената) који не могу самостално да науче елементарне ствари (те је неопходно ангажовање родитеља или „приватних” наставника, што са собом даље повлачи читав низ негативних последица). Основни принципи приликом писања комплета били су засновани на чињеници да ученици овог узраста не могу да читају дугачке математичке текстове, нити да разумеју формални начин излагања математике (није им увек јасна разлика између дефиниције и теореме, а често и не увиђају потребу за доказивањем тврђења, посебно када су она једноставна/очигледна). Настојали смо да стил писања прати савремене тенденције наставе математике, а конкретна решења су обликована пре свега имајући у виду следеће одлике добре наставе математике.

Стварност и математика. Скоро сви садржаји који чине градиво математике у основној школи базирани су на опажањима до којих су људи дошли посматрањем и објашњавањем природе. Ту чињеницу не бисмо смели да заборављамо било приликом упознавања ученика са новим концептима, било када научено треба и применити.

Откривање математичких законитости. Углавном смо се трудили да описивање и писано убеђивање заменимо навођењем ученика да експериментисањем, посматрањем и размишљањем сами изводе исправне закључке. Добро је познато да се много дуже памте и знатно боље разумеју законитости које сами откријемо. У овом случају, под самосталним откривањем мислимо на закључке до којих ученици долазе наставниковим правилним навођењем. Активна настава и учење откривањем су императив савременог школског система.

Извођење закључака. Након почетка у VI разреду, градиво VII разреда наставља да пред ученике све чешће поставља задатак да неко тврђење докажу, што и јесте суштина математике. У Уџбенику се не инсистира увек на употребљавању речи *теорема*, сем у случају Питагорине теореме. Уместо речи теорема, коришћени су термини *тврђење, чињеница* и слично. Реч доказ такође се не помиње експлицитно – уместо ње употребљава се мање формално питање: *Зашто?* Ученици се са доказивањем срећу у алгебри и значајно више у геометрији. Међутим, можда најзначајни помак и уједно најапстрактнији захтев за ученике представља усвајање индиректног доказа постојања бројева који нису рационални. Ово је посебно осетљиво место и треба бити нарочито стрпљив при извођењу овог доказа. У основној школи се углавном сва тврђења исказују у виду импликације, јер је у том случају ученицима лакше да разликују претпоставке од тврдњи. Новину донекле представља јасно истицање везе између Питагорине теореме и обрата Питагорине теореме. То је прилика за темељну анализу претпоставки једног, односно другог тврђења, као и примера када се једно, односно друго примењују. Битно је избећи и честу грешку да ученици помисле да су обрати свих теорема такође теореме. Да бисмо ово спречили, најбоље је дати илустративне контрапримере те тезе. У сваком случају, пракса показује да је доказивање веома осетљиво место у математичком образовању, али уједно и суштински битно. Извођењем прво једноставних, а онда и сложенијих доказа, ученицима се приближавају *логика* и *правила закључивања* – ствари на којима се базирају сви математички докази. Када ученици науче да разликују *посебно* од *општег,* да уоче *дато* и *претпостављено,* када стекну навику да *исправно мисле* и рутину *да изводе исправне закључке,* разумеће *шта је дефиниција*, а *шта теорема* (јасно ће правити разлику између та два појма), као и *шта је математички доказ.* Овоме ученике, наравно, не можемо научити одмах, у оквиру једне наставне теме или разреда, већ је за то потребно време и упорност.

Математичка строгост. Веома је важно поштовати математичку строгост у највећој могућој мери. Математичари врло често под математичком строгошћу подразумевају строго формалне оквире (дефиниције, теореме, доказе и тако даље) у којима се излаже неки математички садржај. Наше мишљење је да је немогуће математику излагати на тај начин у основној школи. Математичку строгост у основној школи треба схватити као излагање основних токова мисли и размишљања који карактеришу (савремену) математику на језику који је потпуно прилагођен језику ученика одговарајућег узраста. Тако ће ученик, упознавањем са основним концептима математике на свом језику, постепено богатити свој речник, подизати ниво апстракције и постајати све спремнији за математичку строгост, те у крајњем исходу схватити и основну идеју њене изградње као науке. Једна од специфичности математике јесте и веома развијен језик који се користи у оквиру математике као науке – математички језик. Семантику овог језика усвајамо на сваком часу математике, а поступно, како су ученици старији, усваја се и синтакса.

Слојевитост и разноврсност. Важна одлика наших уџбеничких комплета јесте јасна структура текста. На различите начине су *истакнута* кључна места одговарајућег математичког садржаја: дефиниције, тврђења, примери, задаци, типични поступци, подсећања на раније усвојене садржаје и слично, што омогућава ученицима једноставније сналажење при коришћењу стручне литературе. На тај начин је ученицима јасно скренута пажња на приоритете у садржајима, на то шта је више, а шта мање битно. Сматрамо и да је то примерен вид *постепеног увођења ученика у коришћење стручне математичке литературе.* Поред тога, дате су и неке језичке напомене, порекло назива појединих појмова, као и објашњење неких недоумица. За оне који желе више, понуђена су одговарајућа проширења већ изложених садржаја, као и неки занимљиви детаљи из историје математике.

2.6.2. Структура садржаја у Уџбенику

У складу са Планом наставе и учења, Уџбеник је организован у 6 целина – наставних тема:

1. Реални бројеви;
2. Питагорина теорема;
3. Цели алгебарски изрази;
4. Многоугао;
5. Круг;
6. Обрада података.

Теме су написане целовито, иако се у случају обраде теме *Цели алгебарски изрази* препоручује подела на два дела, што је у оперативном плану (видети део 2.7.2) и спроведено. Одлучили смо се за овакав приступ јер сматрамо да је боље да ученик има на располагању тему од почетка до краја на једном месту, да ће на тај начин лакше пратити излагање и по потреби обнављати већ учено. Такође, сматрамо да овакав начин излагања даје наставнику више слободе у креирању редоследа излагања, па сам наставник може одлучити где ће евентуално завршити део излагања једне теме и прећи на другу.

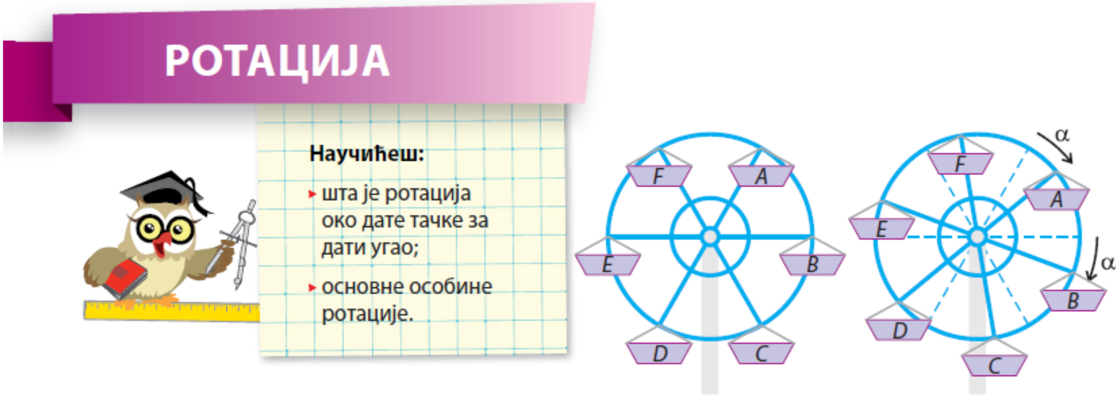
На почетку Уџбеника и Збирке дата су и детаљна упутства за њихово коришћење (*Како користити уџбеник*, *Како ћеш користити збирку задатака*), где је објашњена функција коришћених иконица, односно устаљених поднаслова. Битно је ученике упутити да овај део прочитају (или им га наставник може изложити), јер ће тек тада употреба тих графичких решења испунити своју функцију.

На крају Уџбеника, као што је обичај у стручној литератури, дат је *Индекс појмова,* на који такође треба указати ученицима, односно треба објаснити његову функцију и начин коришћења.

Лекције у Уџбенику у принципу одговарају часовима обраде новог градива, али су конципиране и тако да саме за себе чине целине. Зато су неке од њих дуже и обухватају ново градиво које се сигурно не може (и не треба) обрађивати у оквиру једног часа. Мање целине у оквиру лекција одвојене су јасно истакнутим поднасловима. У сваком случају темпо излагања градива мора се подредити околностима у којима се настава одвија, пре свега имајући у виду предзнања, способности и мотивисаност ученика којима је настава намењена.

Све лекције су структуриране на сличан начин. Трудили смо се да језик буде језгровит и примерен узрасту ученика, као и да буде пропраћен мноштвом илустрација које су у функцији усвајања нових знања. Ово посебно долази до изражаја у случају геометрије. Код садржаја који се тичу бројевних структура такође имамо доста илустрација, али ту често користимо и боје у математичком тексту (формулама) како би се визуелно појачала прегледност и олакшало усвајање битних поступака.

На почетку сваке лекције налази се иконица *сове*, односно део *Научићеш*, који најављује исходе учења за дату лекцију. Ове садржаје треба користити за прављење плана учења, како од стране наставника, тако и од стране ученика, али и за евалуацију на крају часа. Ученике морамо подстицати да планирају, контролишу и евалуирају процес сопственог учења.

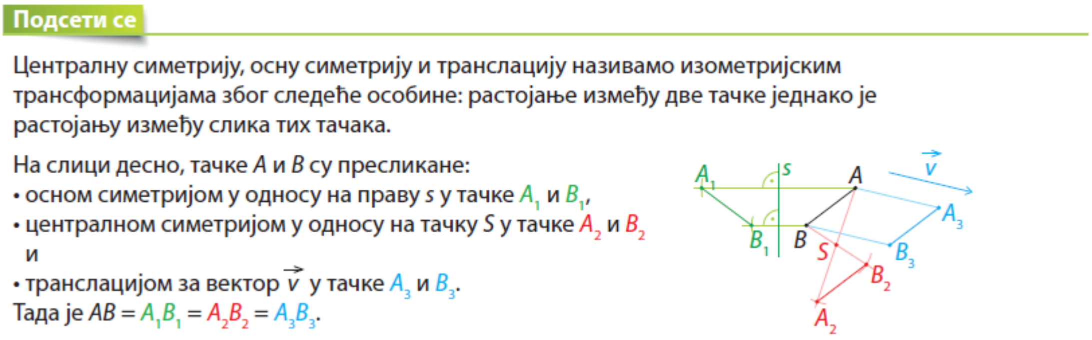


РОТАЦИЈА

Научићеш:

- шта је ротација око дате тачке за дати угао;
- основне особине ротације.

После навођења исхода лекције, наилазимо на део који је означен једним од поднаслова: *Подсети се*, *Размисли* или *Уочи*. Овај део одговара уводном делу часа и има за циљ да ученика припреми за усвајање нових садржаја. У овом делу ученике или подсећамо на садржаје које већ знају, а који су у блиској вези са новим (*Подсети се*) или им задајемо/указујемо на неки проблем који треба да мотивише усвајање новог градива (*Размисли*) или их наводимо да уоче неке очигледне законитости које ћемо касније математички обрађивати/формулисати (*Уочи*).

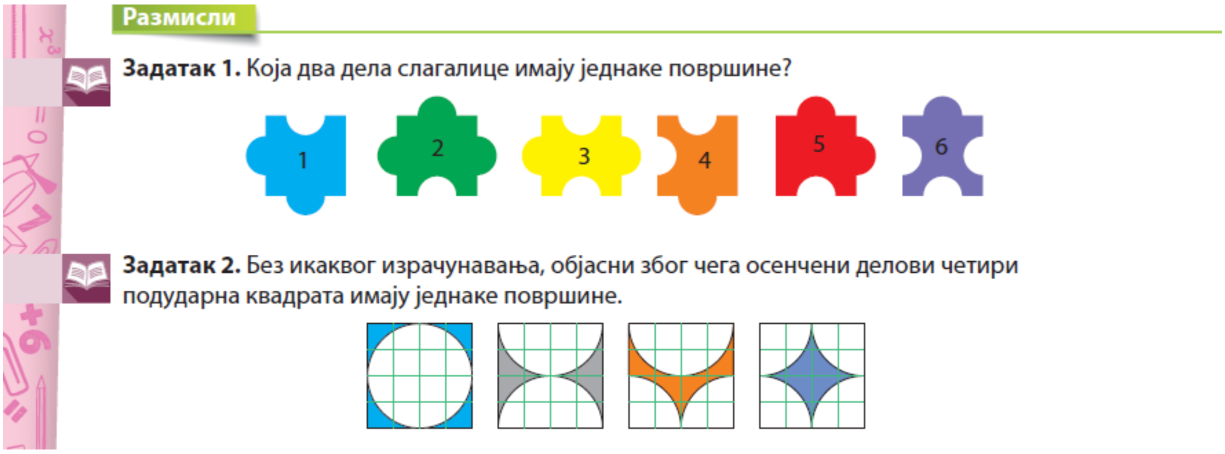


Подсети се

Централну симетрију, осну симетрију и транслацију називамо изометријским трансформацијама због следеће особине: растојање између две тачке једнако је растојању између слика тих тачака.

На слици десно, тачке A и B су пресликане:
- осном симетријом у односу на праву s у тачке A_1 и B_1,
- централном симетријом у односу на тачку S у тачке A_2 и B_2 и
- транслацијом за вектор $\vec{v}$ у тачке A_3 и B_3.

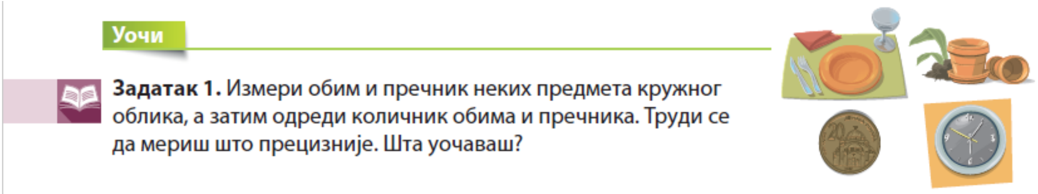
Тада је $AB = A_1B_1 = A_2B_2 = A_3B_3$.



Размисли

Задатак 1. Која два дела слагалице имају једнаке површине?

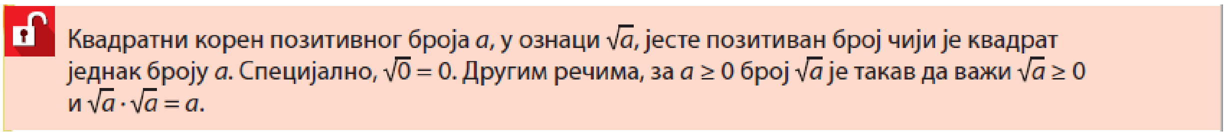
Задатак 2. Без икаквог израчунавања, објасни због чега осенчени делови четири подударна квадрата имају једнаке површине.



Уочи

Задатак 1. Измери обим и пречник неких предмета кружног облика, а затим одреди количник обима и пречника. Труди се да мериш што прецизније. Шта уочаваш?

Након уводног дела лекције следи део у ком се излажу нова теоријска знања и њихове примене, односно део у ком се наводе/усвајају нови појмови, тврђења и поступци. У овом делу смо се трудили да текст буде јасно структуриран, да сваки од специфичних делова текста – дефиниција, теорема, доказ, пример и задатак – који су посебно битни у настави у математике, буде јасно издвојен и другачије означен. Тако иконица *катанац* у принципу означава дефиницију.



Квадратни корен позитивног броја a, у ознаци $\sqrt{a}$, јесте позитиван број чији је квадрат једнак броју a. Специјално, $\sqrt{0} = 0$. Другим речима, за $a \geq 0$ број $\sqrt{a}$ је такав да важи $\sqrt{a} \geq 0$ и $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$.

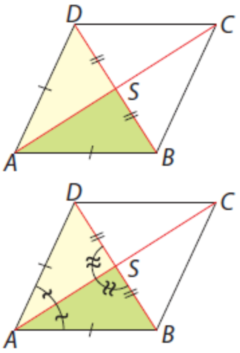
Иконица *слонче* у принципу означава теорему. Новину, у односу на претходно издање, чине јасно издвојени докази који прате теореме, а који су дати под насловом *Зашто?* Циљ је да што поступнијим, а јасно издвојеним, излагањем доказа постигнемо да што већи број ученика разуме доказ и буде способан да сличан доказ самостално изведе. Наравно, доказивање математичких теорема ће до краја школовања остати саставни део изучавања математике, а ученици, као и наставник, мораће још много труда да уложе да би постали вешти у доказивању.

Дијагонале ромба секу се под правим углом.
Свака дијагонала ромба полови наспрамне углове чија темена садржи.

ЗАШТО? Нека је S пресек дијагонала AC и BD ромба $ABCD$. Посматрајмо ΔABS и ΔADS.

$$\left.\begin{array}{r} AB = AD \text{ (странице ромба су једнаке)} \\ BS = DS \text{ (дијагонале ромба се полове)} \\ AS = AS \end{array}\right\} \overset{\text{ccc}}{\Rightarrow} \Delta ABS \cong \Delta ADS$$

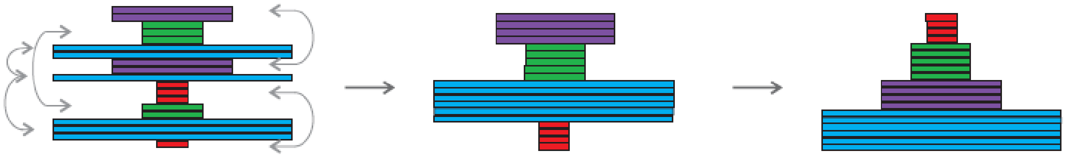
Из $\Delta ABS \cong \Delta ADS$ следи $\sphericalangle ASB = \sphericalangle ASD$. Како су углови $\sphericalangle ASB$ и $\sphericalangle ASD$ упоредни, закључујемо да морају бити прави:
$\sphericalangle ASB = \sphericalangle ASD = 90°$.
Из $\Delta ABS \cong \Delta ADS$ следи $\sphericalangle DAS = \sphericalangle BAS$. Дакле дијагонала AC полови угао BAD.



Централни део лекције обилује и детаљно урађеним примерима (датим у сивом оквиру) који ученицима треба да омогуће усвајање типичних поступака или примену изложених теоријских тврђења. Примери углавном одговарају оним угледним задацима, односно проблемима које наставник најчешће на часу сам решава дајући детаљна објашњења сваког корака.

Пример 5. Полином с једном промењљивом сређујемо у два корака:
- најпре саберемо све међусобно сличне мономе,
- а затим их „поређамо” по опадајућим степенима.

$1 + 3x^3 + 2x + 3 + x^3 + 2x^2 + 2x^3 + 3x + 2x^2$ [уочавамо сличне мономе]
$= 4 + 6x^3 + 5x + 4x^2$ [сабирамо сличне мономе]
$= 6x^3 + 4x^2 + 5x + 4$ [пишемо несличне мономе у одговарајућем редоследу]



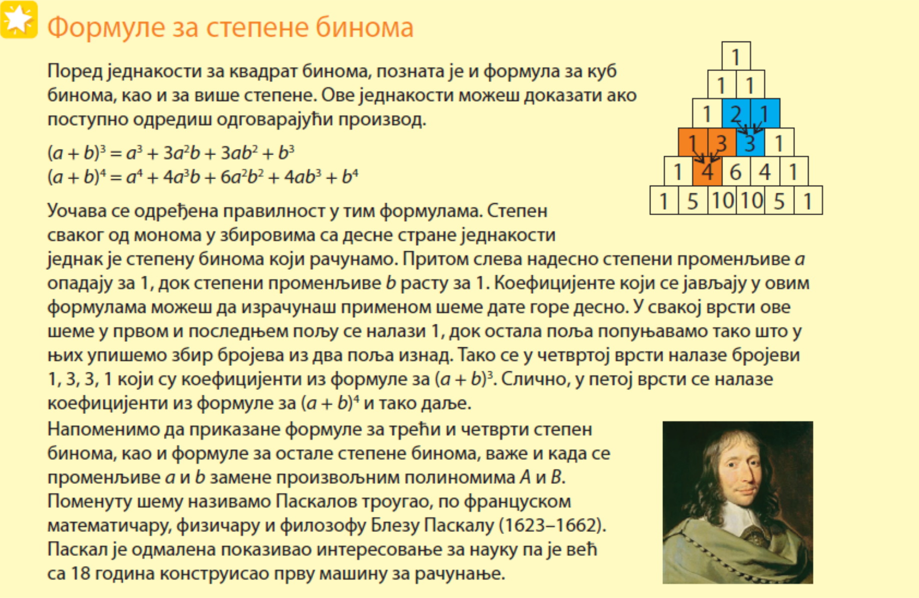
Након примера следе слични, аналогни задаци, означени иконицом *свеска*, који су намењени ученицима за самостални рад на часу или код куће. Они имају за циљ увежбавање и продубљивање усвојеног градива.

Задатак 7. Полином P запиши у сређеном облику.
а) $P = 4x - 2 + 3x$; б) $P = x^2 - x + 4x^2 + 5x$; в) $P = x^4 + 5x + 1 + 8x^2 - 2x^4 - x$;
г) $P = 3 - a^2b^2 + 2b - 5a + ab + 1 - 4ab$; д) $P = 2a^2b - a^2 + b - 5a^2 + 3ab^2 - 7b$.

Повремено су у Уџбенику иконицом *АБВ* издвојене језичке напомене које објашњавају порекло речи или указују на правилан изговор.

Назив рационални бројеви потиче од латинске речи за размеру, јер сваки рационалан број јесте размера (количник) целог и природног броја. Назив ирационални бројеви истиче да ови бројеви нису, за разлику од рационалних, размере неких целих бројева.

Иконицом *звезда* на неколико места у Уџбенику издвојени су садржаји који излазе из оквира редовне наставе, али су са њом блиско повезани. То су кратки изводи из историје математике или тврђења и задаци намењени додатној настави математике.



Формуле за степене бинома

Поред једнакости за квадрат бинома, позната је и формула за куб бинома, као и за више степене. Ове једнакости можеш доказати ако поступно одредиш одговарајући производ.

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Уочава се одређена правилност у тим формулама. Степен сваког од монома у збировима са десне стране једнакости једнак је степену бинома који рачунамо. Притом слева надесно степени променљиве a опадају за 1, док степени променљиве b расту за 1. Коефицијенте који се јављају у овим формулама можеш да израчунаш применом шеме дате горе десно. У свакој врсти ове шеме у првом и последњем пољу се налази 1, док остала поља попуњавамо тако што у њих упишемо збир бројева из два поља изнад. Тако се у четвртој врсти налазе бројеви 1, 3, 3, 1 који су коефицијенти из формуле за $(a + b)^3$. Слично, у петој врсти се налазе коефицијенти из формуле за $(a + b)^4$ и тако даље.

Напоменимо да приказане формуле за трећи и четврти степен бинома, као и формуле за остале степене бинома, важе и када се променљиве a и b замене произвољним полиномима A и B.

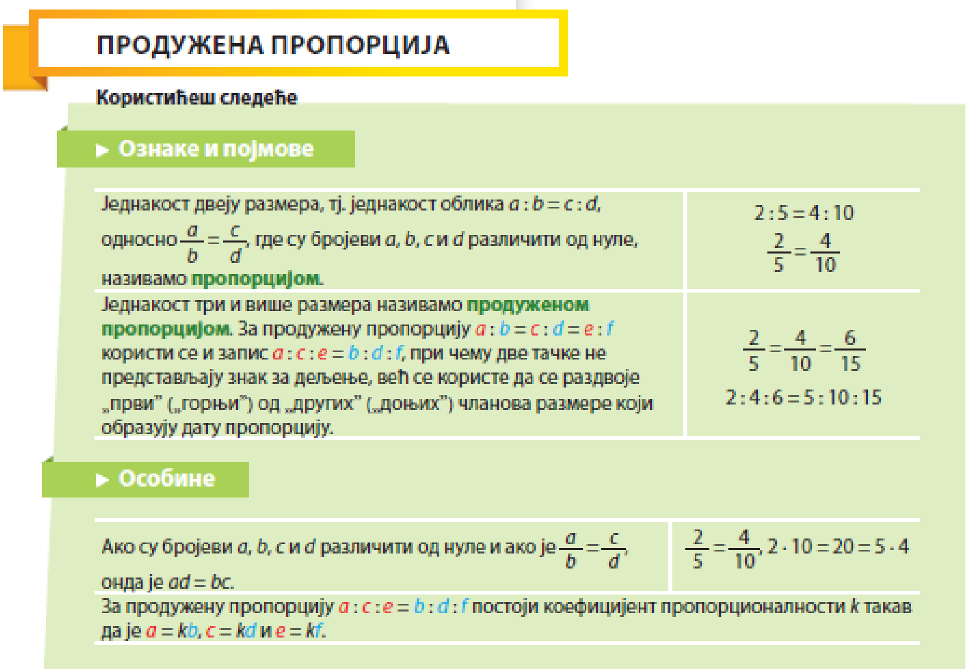
Поменуту шему називамо Паскалов троугао, по француском математичару, физичару и филозофу Блезу Паскалу (1623–1662). Паскал је одмалена показивао интересовање за науку па је већ са 18 година конструисао прву машину за рачунање.

2.6.3. Структура садржаја у Збирци

Збирка задатака је организована тако да максимално потпомогне увежбавању поступака, утврђивању и проширивању усвојених знања (из Уџбеника). Садржи 6 истих целина (наставних тема) као и Уџбеник, а лекције у Збирци задржавају редослед из Уџбеника. На почетку сваке лекције дат је кратак преглед теоријских садржаја организованих у две целине:

- ознаке и појмови;
- особине.

На десној маргини су дате одговарајуће илустрације или типични примери.



ПРОДУЖЕНА ПРОПОРЦИЈА

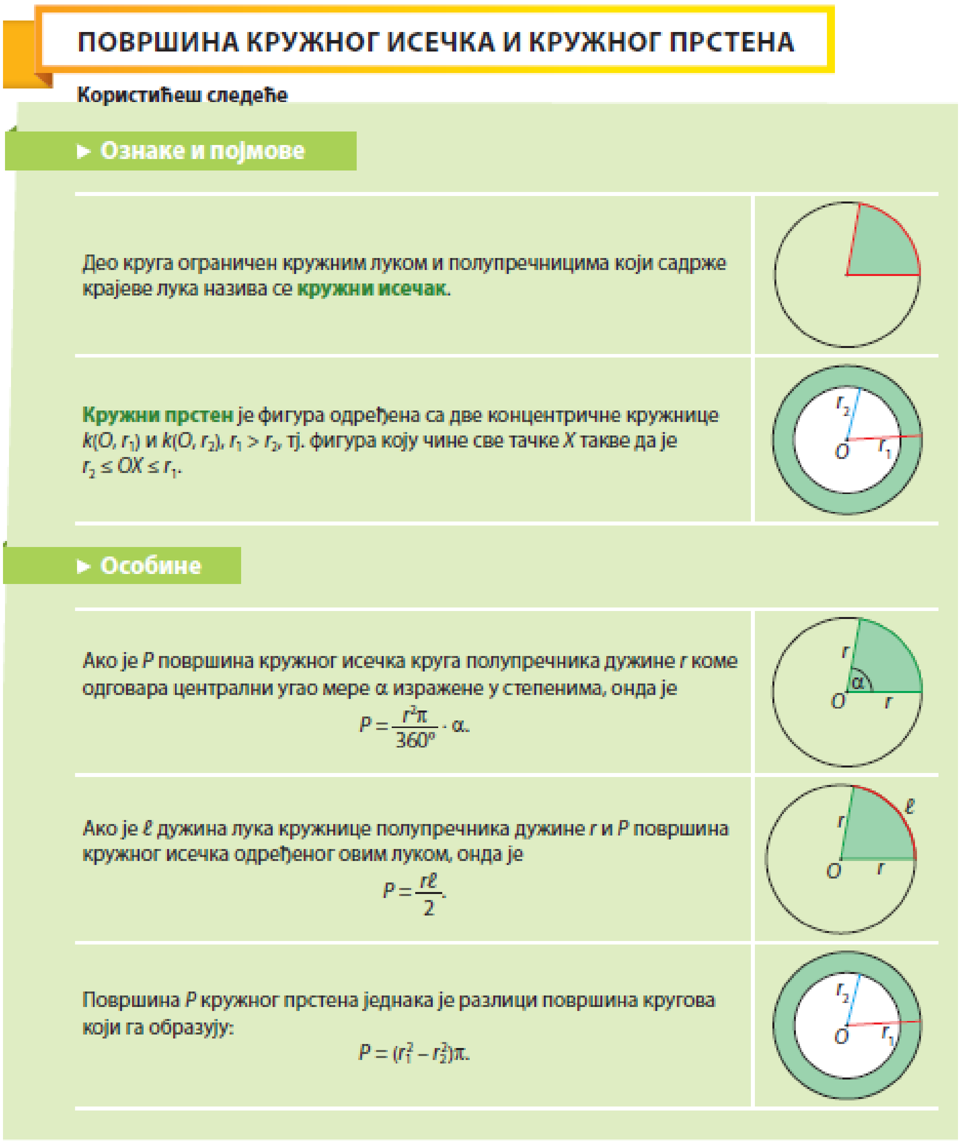
Користићеш следеће

▸ Ознаке и појмове

Једнакост двеју размера, тј. једнакост облика $a : b = c : d$, односно $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, где су бројеви a, b, c и d различити од нуле, називамо **пропорцијом**.	$2 : 5 = 4 : 10$ $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$
Једнакост три и више размера називамо **продуженом пропорцијом**. За продужену пропорцију $a : b = c : d = e : f$ користи се и запис $a : c : e = b : d : f$, при чему две тачке не представљају знак за дељење, већ се користе да се раздвоје „први” („горњи”) од „других” („доњих”) чланова размере који образују дату пропорцију.	$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15}$ $2 : 4 : 6 = 5 : 10 : 15$

▸ Особине

Ако су бројеви a, b, c и d различити од нуле и ако је $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, онда је $ad = bc$.	$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, $2 \cdot 10 = 20 = 5 \cdot 4$
За продужену пропорцију $a : c : e = b : d : f$ постоји коефицијент пропорционалности k такав да је $a = kb$, $c = kd$ и $e = kf$.	



ПОВРШИНА КРУЖНОГ ИСЕЧКА И КРУЖНОГ ПРСТЕНА

Користићеш следеће

► Ознаке и појмове

Део круга ограничен кружним луком и полупречницима који садрже крајеве лука назива се **кружни исечак**.

Кружни прстен је фигура одређена са две концентричне кружнице $k(O, r_1)$ и $k(O, r_2)$, $r_1 > r_2$, тј. фигура коју чине све тачке X такве да је $r_2 \le OX \le r_1$.

► Особине

Ако је P површина кружног исечка круга полупречника дужине r коме одговара централни угао мере α изражене у степенима, онда је

$$P = \frac{r^2\pi}{360^\circ} \cdot \alpha.$$

Ако је ℓ дужина лука кружнице полупречника дужине r и P површина кружног исечка одређеног овим луком, онда је

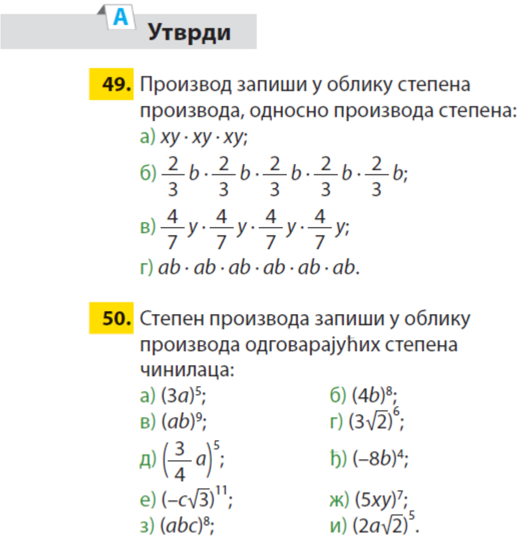
$$P = \frac{r\ell}{2}.$$

Површина P кружног прстена једнака је разлици површина кругова који га образују:

$$P = (r_1^2 - r_2^2)\pi.$$

Циљ овог дела је да ученику пружи кратко подсећање на најбитније теоријске садржаје неопходне за решавање задатака који следе. Уколико ученик има проблема при решавању задатака и не налази одговор у овом кратком прегледу, неопходно је да поново прође кроз садржаје дате у Уџбенику. Оно што би требало избећи је да се овај део схвати као замена за Уџбеник, јер то по обиму и дубини излагања свакако није. Нажалост, сведоци смо да се у пракси често форсира квантитет урађених задатака науштрб квалитета разумевања урађеног. Форсирање израде сличних задатака углавном резултира усвајањем алгоритама који се суштински не разумеју, па задаци који захтевају и најмању модификацију већ рађеног представљају проблем. Управо због тога у настави би требало да постоји равнотежа између времена посвећеног усвајању/разумевању новог градива, где кључну улогу има Уџбеник, и времена посвећеног увежбавању и утврђивању наученог, где кључну улогу има Збирка.

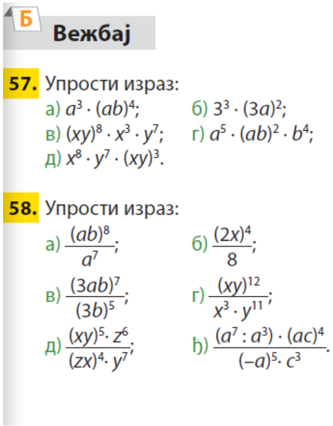
У оквиру сваке наставне теме понуђен је велики број суштински различитих задатака, од којих је солидан број повезан и са неким другим наставним предметима/знањима. Број задатака не потенцира квантитет, већ могућност различитих избора задатака који ће најбоље одговарати датом одељењу или појединцу. Задаци су тако бирани да јасно указују на слојевитост знања, односно различите нивое постигнућа. У оквиру сваке лекције, које одговарају онима из Уџбеника, наведени су задаци четири нивоа тежине. У делу *А – утврди* налазе се задаци који обезбеђују основни ниво постигнућа, у којима ученик препознаје усвојене појмове/објекте, правилно их записује, врши елементарне прорачуне и слично. Део *Б – вежбај* садржи задатке који обезбеђују средњи ниво постигнућа – можемо рећи да су то задаци који илуструју типичну примену одговарајућих математичких садржаја. Део *В – примени* представља напредни ниво и ту наилазимо на задатке који захтевају креативну примену усвојених знања. Четврти ниво, *Г – прошири,* иде још даље и представља својеврсно проширење садржаја редовне наставе. У оквиру њега се налазе задаци који су најтежи или најкомплекснији и који су углавном намењени додатној настави.



А Утврди

49. Производ запиши у облику степена производа, односно производа степена:
а) $xy \cdot xy \cdot xy$;
б) $\frac{2}{3}b \cdot \frac{2}{3}b \cdot \frac{2}{3}b \cdot \frac{2}{3}b \cdot \frac{2}{3}b$;
в) $\frac{4}{7}y \cdot \frac{4}{7}y \cdot \frac{4}{7}y \cdot \frac{4}{7}y$;
г) $ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab \cdot ab$.

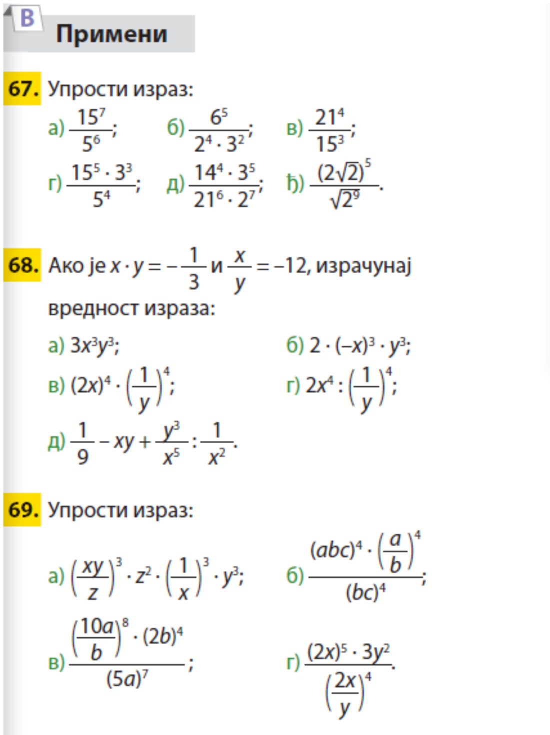
50. Степен производа запиши у облику производа одговарајућих степена чинилаца:
а) $(3a)^5$; б) $(4b)^8$;
в) $(ab)^9$; г) $(3\sqrt{2})^6$;
д) $\left(\frac{3}{4}a\right)^5$; ђ) $(-8b)^4$;
е) $(-c\sqrt{3})^{11}$; ж) $(5xy)^7$;
з) $(abc)^8$; и) $(2a\sqrt{2})^5$.



Б Вежбај

57. Упрости израз:
а) $a^3 \cdot (ab)^4$; б) $3^3 \cdot (3a)^2$;
в) $(xy)^8 \cdot x^3 \cdot y^7$; г) $a^5 \cdot (ab)^2 \cdot b^4$;
д) $x^8 \cdot y^7 \cdot (xy)^3$.

58. Упрости израз:
а) $\frac{(ab)^8}{a^7}$; б) $\frac{(2x)^4}{8}$;
в) $\frac{(3ab)^7}{(3b)^5}$; г) $\frac{(xy)^{12}}{x^3 \cdot y^{11}}$;
д) $\frac{(xy)^5 \cdot z^6}{(zx)^4 \cdot y^7}$; ђ) $\frac{(a^7 : a^3) \cdot (ac)^4}{(-a)^5 \cdot c^3}$.

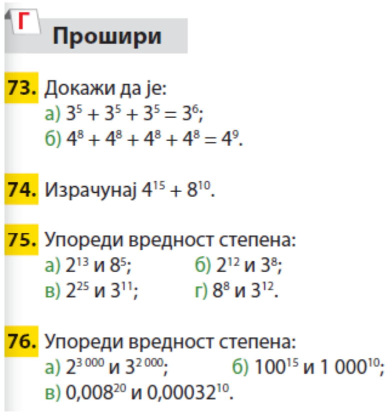


В Примени

67. Упрости израз:
а) $\frac{15^7}{5^6}$; б) $\frac{6^5}{2^4 \cdot 3^2}$; в) $\frac{21^4}{15^3}$;
г) $\frac{15^5 \cdot 3^3}{5^4}$; д) $\frac{14^4 \cdot 3^5}{21^6 \cdot 2^7}$; ђ) $\frac{(2\sqrt{2})^5}{\sqrt{2^9}}$.

68. Ако је $x \cdot y = -\frac{1}{3}$ и $\frac{x}{y} = -12$, израчунај вредност израза:
а) $3x^3y^3$; б) $2 \cdot (-x)^3 \cdot y^3$;
в) $(2x)^4 \cdot \left(\frac{1}{y}\right)^4$; г) $2x^4 : \left(\frac{1}{y}\right)^4$;
д) $\frac{1}{9} - xy + \frac{y^3}{x^5} : \frac{1}{x^2}$.

69. Упрости израз:
а) $\left(\frac{xy}{z}\right)^3 \cdot z^2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^3 \cdot y^3$; б) $\frac{(abc)^4 \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^4}{(bc)^4}$;
в) $\frac{\left(\frac{10a}{b}\right)^8 \cdot (2b)^4}{(5a)^7}$; г) $\frac{(2x)^5 \cdot 3y^2}{\left(\frac{2x}{y}\right)^4}$.



Г Прошири

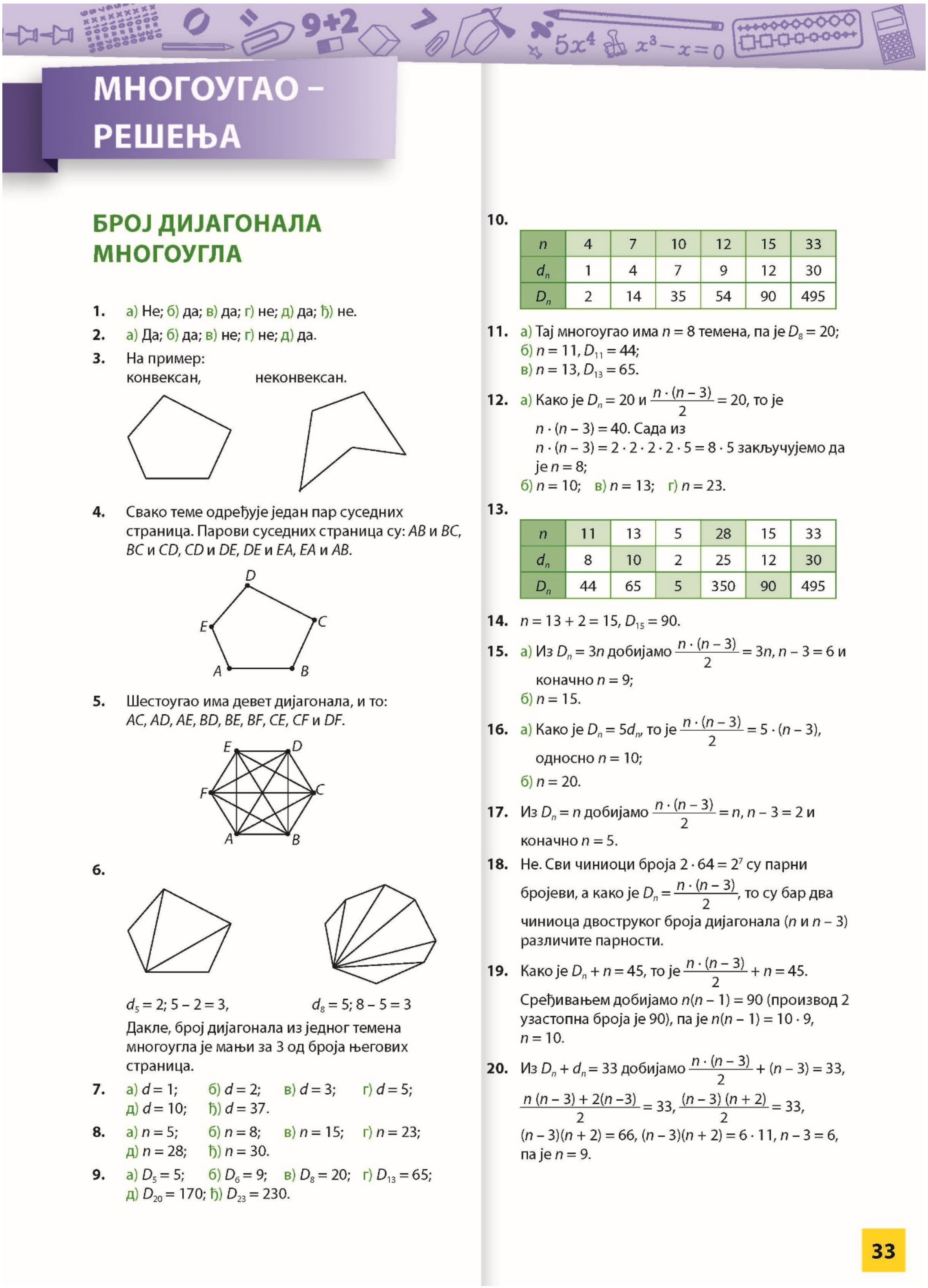
73. Докажи да је:
а) $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^6$;
б) $4^8 + 4^8 + 4^8 + 4^8 = 4^9$.

74. Израчунај $4^{15} + 8^{10}$.

75. Упореди вредност степена:
а) 2^{13} и 8^5; б) 2^{12} и 3^8;
в) 2^{25} и 3^{11}; г) 8^8 и 3^{12}.

76. Упореди вредност степена:
а) $2^{3\,000}$ и $3^{2\,000}$; б) 100^{15} и $1\,000^{10}$;
в) $0{,}008^{20}$ и $0{,}00032^{10}$.

Збирку задатака прати и посебна свеска која садржи решења свих задатака из Збирке, што ученицима омогућава брзо и лако проверавање тачности урађеног.



МНОГОУГАО – РЕШЕЊА

БРОЈ ДИЈАГОНАЛА МНОГОУГЛА

1. а) Не; б) да; в) да; г) не; д) да; ђ) не.

2. а) Да; б) да; в) не; г) не; д) да.

3. На пример:
конвексан, неконвексан.

4. Свако теме одређује један пар суседних страница. Парови суседних страница су: *AB* и *BC*, *BC* и *CD*, *CD* и *DE*, *DE* и *EA*, *EA* и *AB*.

5. Шестоугао има девет дијагонала, и то: *AC*, *AD*, *AE*, *BD*, *BE*, *BF*, *CE*, *CF* и *DF*.

6.

$d_5 = 2; 5 - 2 = 3,$ $d_8 = 5; 8 - 5 = 3$

Дакле, број дијагонала из једног темена многоугла је мањи за 3 од броја његових страница.

7. а) $d = 1$; б) $d = 2$; в) $d = 3$; г) $d = 5$;
д) $d = 10$; ђ) $d = 37$.

8. а) $n = 5$; б) $n = 8$; в) $n = 15$; г) $n = 23$;
д) $n = 28$; ђ) $n = 30$.

9. а) $D_5 = 5$; б) $D_6 = 9$; в) $D_8 = 20$; г) $D_{13} = 65$;
д) $D_{20} = 170$; ђ) $D_{23} = 230$.

10.

n	4	7	10	12	15	33
d_n	1	4	7	9	12	30
D_n	2	14	35	54	90	495

11. а) Тај многоугао има $n = 8$ темена, па је $D_8 = 20$;
б) $n = 11, D_{11} = 44$;
в) $n = 13, D_{13} = 65$.

12. а) Како је $D_n = 20$ и $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 20$, то је $n \cdot (n-3) = 40$. Сада из $n \cdot (n-3) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 8 \cdot 5$ закључујемо да је $n = 8$;
б) $n = 10$; в) $n = 13$; г) $n = 23$.

13.

n	11	13	5	28	15	33
d_n	8	10	2	25	12	30
D_n	44	65	5	350	90	495

14. $n = 13 + 2 = 15, D_{15} = 90.$

15. а) Из $D_n = 3n$ добијамо $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 3n, n - 3 = 6$ и коначно $n = 9$;
б) $n = 15$.

16. а) Како је $D_n = 5d_n$, то је $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = 5 \cdot (n-3)$, односно $n = 10$;
б) $n = 20$.

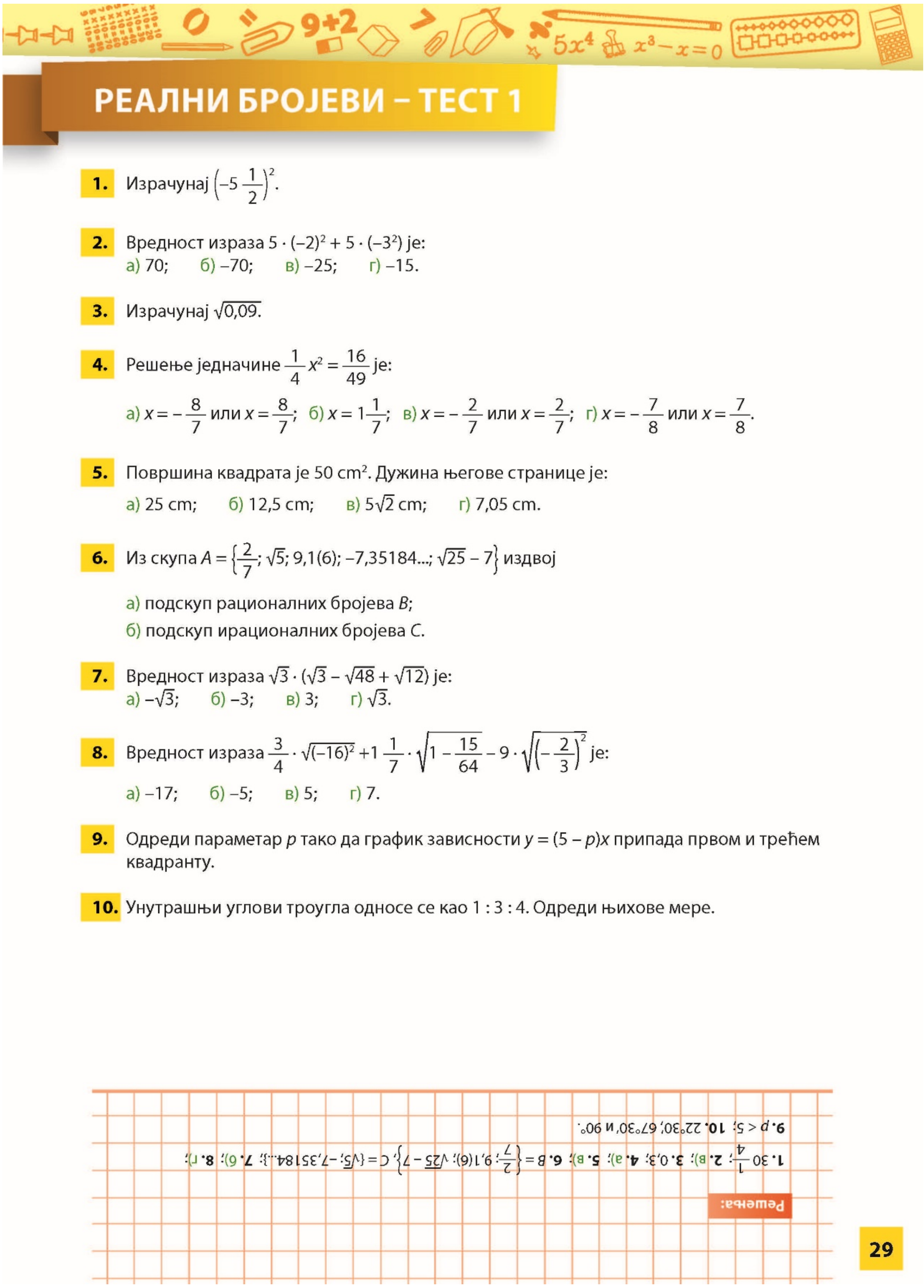
17. Из $D_n = n$ добијамо $\frac{n \cdot (n-3)}{2} = n, n - 3 = 2$ и коначно $n = 5$.

18. Не. Сви чиниоци броја $2 \cdot 64 = 2^7$ су парни бројеви, а како је $D_n = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$, то су бар два чиниоца двоструког броја дијагонала (n и $n - 3$) различите парности.

19. Како је $D_n + n = 45$, то је $\frac{n \cdot (n-3)}{2} + n = 45$.
Сређивањем добијамо $n(n-1) = 90$ (производ 2 узастопна броја је 90), па је $n(n-1) = 10 \cdot 9$, $n = 10$.

20. Из $D_n + d_n = 33$ добијамо $\frac{n \cdot (n-3)}{2} + (n-3) = 33$,
$\frac{n\,(n-3) + 2(n-3)}{2} = 33, \frac{(n-3)\,(n+2)}{2} = 33,$
$(n-3)(n+2) = 66, (n-3)(n+2) = 6 \cdot 11, n - 3 = 6,$
па је $n = 9$.

На крају сваке наставне теме, сем *Обраде података*, дата су два или три теста, која ученицима треба да послуже за самоевалуацију.



РЕАЛНИ БРОЈЕВИ – ТЕСТ 1

1. Израчунај $\left(-5\frac{1}{2}\right)^2$.

2. Вредност израза $5 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-3^2)$ је:
а) 70; б) −70; в) −25; г) −15.

3. Израчунај $\sqrt{0{,}09}$.

4. Решење једначине $\frac{1}{4}x^2 = \frac{16}{49}$ је:
а) $x = -\frac{8}{7}$ или $x = \frac{8}{7}$; б) $x = 1\frac{1}{7}$; в) $x = -\frac{2}{7}$ или $x = \frac{2}{7}$; г) $x = -\frac{7}{8}$ или $x = \frac{7}{8}$.

5. Површина квадрата је 50 cm². Дужина његове странице је:
а) 25 cm; б) 12,5 cm; в) $5\sqrt{2}$ cm; г) 7,05 cm.

6. Из скупа $A = \left\{\frac{2}{7}; \sqrt{5}; 9{,}1(6); -7{,}35184...; \sqrt{25} - 7\right\}$ издвој

а) подскуп рационалних бројева *B*;
б) подскуп ирационалних бројева *C*.

7. Вредност израза $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{12})$ је:
а) $-\sqrt{3}$; б) −3; в) 3; г) $\sqrt{3}$.

8. Вредност израза $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{(-16)^2} + 1\frac{1}{7} \cdot \sqrt{1 - \frac{15}{64}} - 9 \cdot \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$ је:
а) −17; б) −5; в) 5; г) 7.

9. Одреди параметар *p* тако да график зависности $y = (5 - p)x$ припада првом и трећем квадранту.

10. Унутрашњи углови троугла односе се као 1 : 3 : 4. Одреди њихове мере.

Решења:

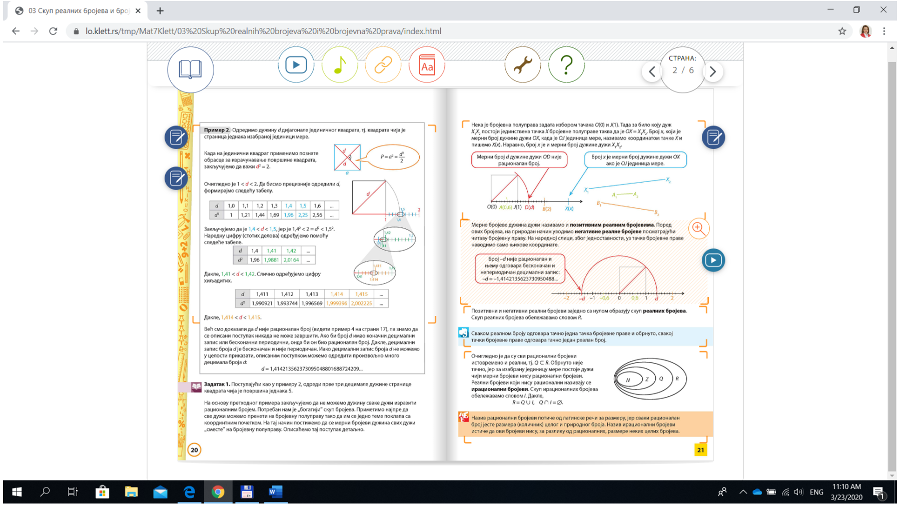
1. $30\frac{1}{4}$; **2.** в); **3.** 0,3; **4.** а); **5.** в); **6.** $B = \left\{\frac{2}{7}; 9{,}1(6); \sqrt{25} - 7\right\}$, $C = \{\sqrt{5}; -7{,}35184...\}$; **7.** б); **8.** г);
9. $p < 5$; **10.** 22°30', 67°30' и 90°.

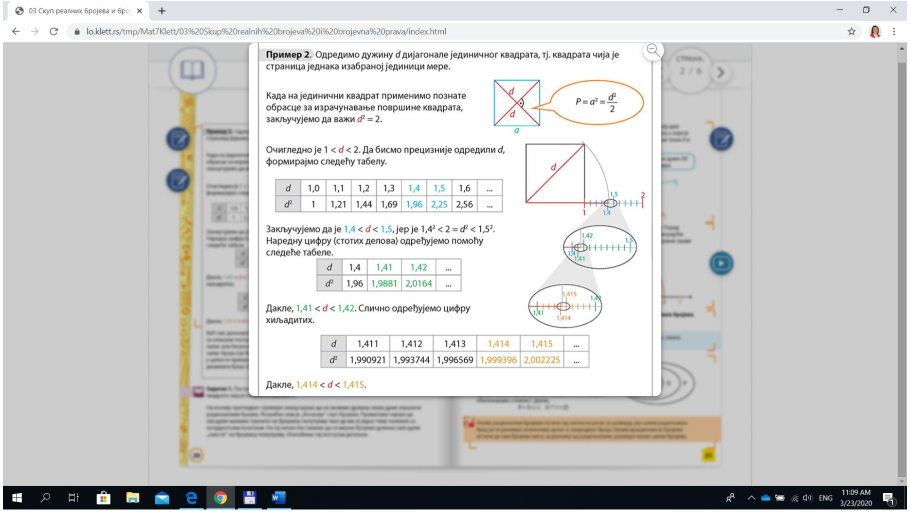
29

2.6.4. Дигитални уџбеник

У складу са савременим тренутком и потребом за већим укључивањем информационо-комуникацијских технологија у наставни процес, штампану верзију уџбеника прати дигитални уџбеник. Он је обликован тако да додатно подржи остваривање свих циљева штампане верзије уџбеника. Потпуно је компатибилан са штампаним уџбеником, а на наставнику и ученику је да изаберу коју варијанту ће у датом тренутку користити. На њима је да одлуче, у конкретној ситуацији, која варијанта им више одговара, имајући у виду своје потребе, могућности, па и сензибилитет. Чак иако из било ког разлога наставник на часу не користи дигитални уџбеник, ученике треба упознати са могућношћу коришћења ових садржаја, јер они могу бити веома корисни за самостални рад ученика код куће.

Дигитални уџбеник је обогаћен са неколико врста додатних електронских садржаја, од којих је сваки означен другом иконицом. Такође, кликом на уоквирене делове текста, они се увећавају, што повећава прегледност материјала и олакшава рад, посебно када се ради фронтално са читавим одељењем.





Пример 2. Одредимо дужину *d* дијагонале јединичног квадрата, тј. квадрата чија је страница једнака изабраној јединици мере.

Када на јединични квадрат применимо познате обрасце за израчунавање површине квадрата, закључујемо да важи $d^2 = 2$.

Очигледно је $1 < d < 2$. Да бисмо прецизније одредили *d*, формирајмо следећу табелу.

d	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	...
d^2	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,56	...

Закључујемо да је $1{,}4 < d < 1{,}5$, јер је $1{,}4^2 < 2 = d^2 < 1{,}5^2$. Наредну цифру (стотих делова) одређујемо помоћу следеће табеле.

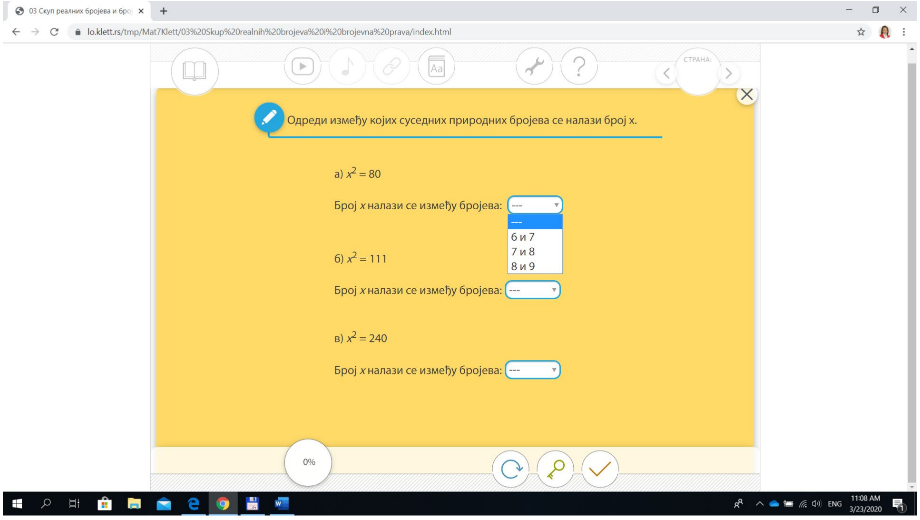
d	1,4	1,41	1,42	...
d^2	1,96	1,9881	2,0164	...

Дакле, $1{,}41 < d < 1{,}42$. Слично одређујемо цифру хиљадитих.

d	1,411	1,412	1,413	1,414	1,415	...
d^2	1,990921	1,993744	1,996569	1,999396	2,002225	...

Дакле, $1{,}414 < d < 1{,}415$.

На основу задатака из Збирке и Уџбеника направљено је више од 200 интерактивних задатака које ученик решава уписивањем или превлачењем тачног одговора, а потом може да провери да ли је тачно решио задатак, као и да погледа решење задатка. На крају лекције ученик добија и статистички преглед свега што је урадио (процентуално изражену успешност у решавању задатка, број покушаја да задатак реши, као и број грешака по задатку), а увид у ове податке има и наставник, и то за сваког ученика појединачно. Сматрамо да ће ови задаци вежбање учинити динамичнијим и забавнијим и да ће се помоћу њих раније открити уколико ученик има потешкоћа у савлађивању неког дела градива. Они омогућавају да ученици увежбавају извођење неких процедура њима својственом брзином, да решавају задатке и добијају повратну информацију о својој успешности. Места на којима се налазе ови задаци означена су плавом иконицом. Дигитални уџбеник садржи и сва решења задатака из штампане верзије уџбеника, која често приказују и сам поступак решавања. Ово омогућава ученицима да, у случају потребе, нађу помоћ у овим решењима, или пак само провере свој рад/решење. Места на којима се налазе решења задатака означена су жутом иконицом. Овде ћемо показати како изгледа интерактивни задатак који се нуди уз пример 2 са стране 21 у Уџбенику. То је електронска верзија задатка 45 са стране 16 из Збирке. Такође, дата је и слика статистичког приказа успешности решавања задатака на крају једне лекције.



Одреди између којих суседних природних бројева се налази број x.

а) $x^2 = 80$

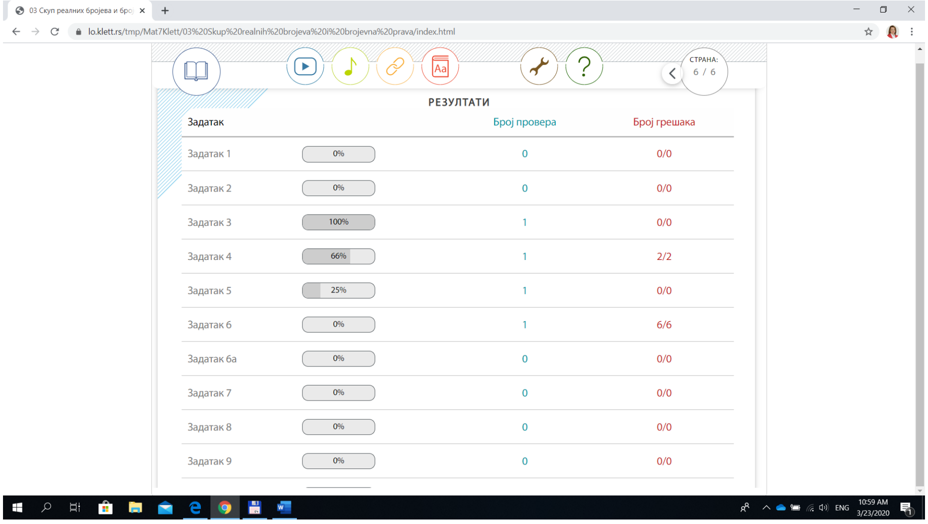
Број x налази се између бројева: ---
---
6 и 7
7 и 8
8 и 9

б) $x^2 = 111$

Број x налази се између бројева: ---

в) $x^2 = 240$

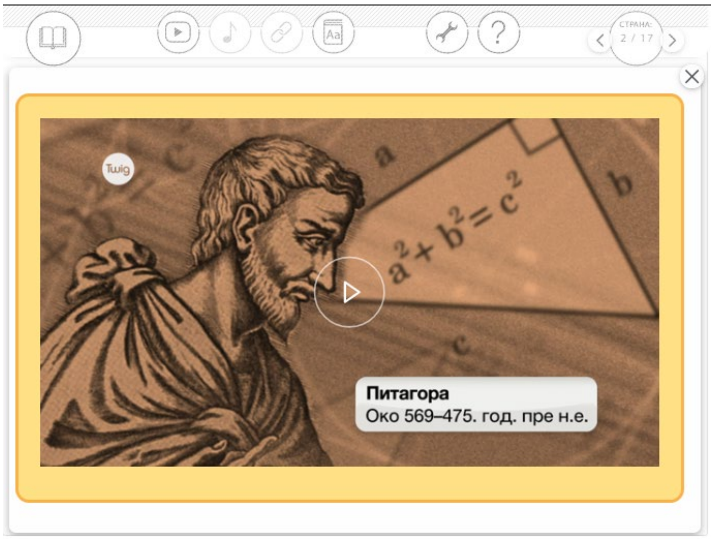
Број x налази се између бројева: ---



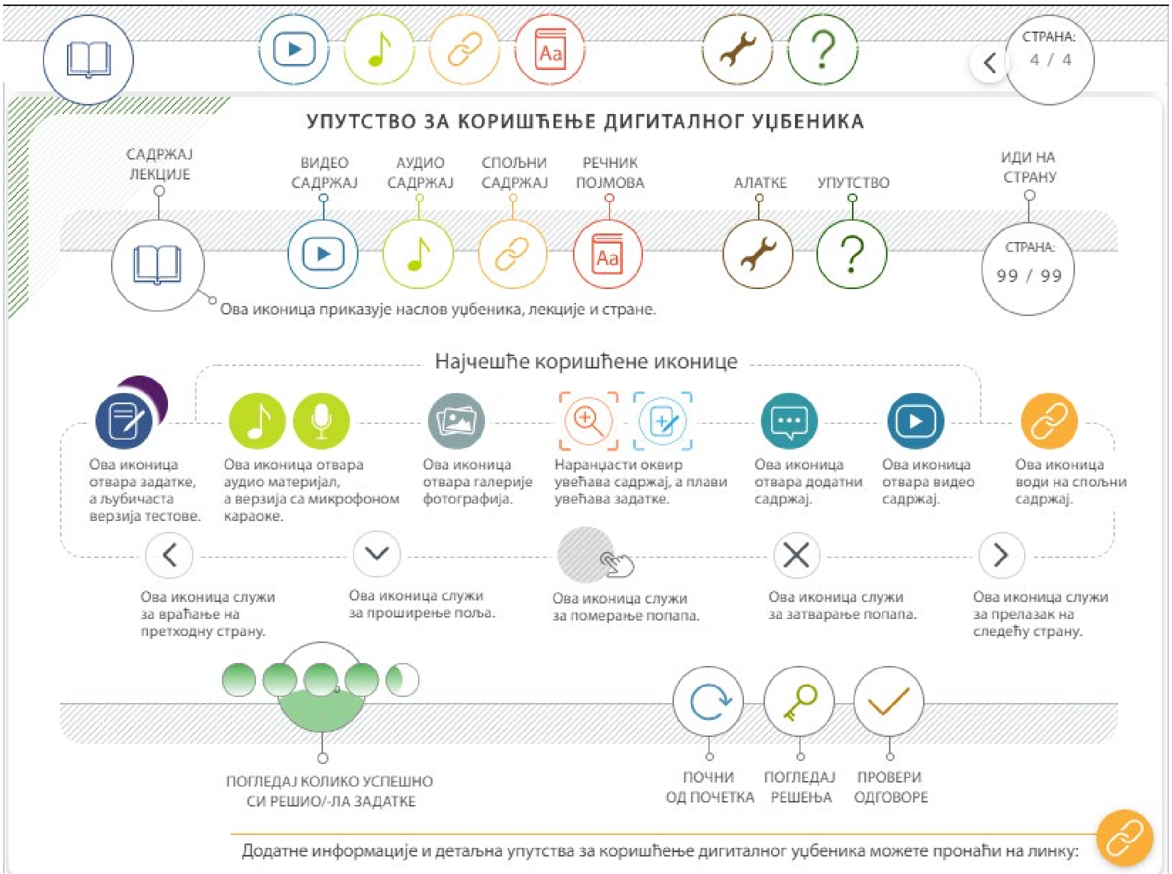
РЕЗУЛТАТИ

Задатак		Број провера	Број грешака
Задатак 1	0%	0	0/0
Задатак 2	0%	0	0/0
Задатак 3	100%	1	0/0
Задатак 4	66%	1	2/2
Задатак 5	25%	1	0/0
Задатак 6	0%	1	6/6
Задатак 6а	0%	0	0/0
Задатак 7	0%	0	0/0
Задатак 8	0%	0	0/0
Задатак 9	0%	0	0/0

Дигитални уџбеник садржи и 20 едукативних филмова реномираних медијских кућа које се баве едукативним садржајима. Места на којима се налазе ови филмови означена су иконицом за видео. Поред тога, дигитални уџбеник садржи и једноставне 2D анимације, као и видео-записе којима се корак по корак приказује како се изводи одређена математичка конструкција.



Имајући све ово у виду, сматрамо да треба бити отворен за коришћење нових елемената, средстава и извора знања у наставном процесу и искористити технологију тако да буде на корист образовања појединца, а не да омета образовање.



УПУТСТВО ЗА КОРИШЋЕЊЕ ДИГИТАЛНОГ УЏБЕНИКА

Ова иконица приказује наслов уџбеника, лекције и стране.

Најчешће коришћене иконице

Ова иконица отвара задатке, а љубичаста верзија тестове.

Ова иконица отвара аудио материјал, а верзија са микрофоном караоке.

Ова иконица отвара галерије фотографија.

Наранџасти оквир увећава садржај, а плави увећава задатке.

Ова иконица отвара додатни садржај.

Ова иконица отвара видео садржај.

Ова иконица води на спољни садржај.

Ова иконица служи за враћање на претходну страну.

Ова иконица служи за проширење поља.

Ова иконица служи за померање попапа.

Ова иконица служи за затварање попапа.

Ова иконица служи за прелазак на следећу страну.

Додатне информације и детаљна упутства за коришћење дигиталног уџбеника можете пронаћи на линку:

2.7. Планови за реализацију наставе

У наставку дајемо прво предлог годишњег плана рада наставника, а потом и оперативни план који садржи предлог распореда наставних јединица за читаву школску годину и који је прилагођен школском календару.

На сајту издавачке куће *Klett* (http://www.klett.rs), наставници могу преузети планове рада (глобални и оперативни), као и дневне припреме. Сви ови документи су потпуно усклађени са нашим уџбеничким комплетом и обликовани према претходно изнетим поставкама за организацију наставе.

2.7.1. Глобални план рада наставника

Глобални наставни план је направљен у складу са Планом наставе и учења и служи као основ за даља, детаљнија планирања. Једино се наставна тема *Цели алгебарски изрази* не обрађује у континуитету, већ је природно подељена на део у коме су садржаји о степену и део који се односи на полиноме. План даје препоручени број часова по темама, али треба имати у виду да је то само препорука и да наставник има слободу да те бројеве коригује у складу са потребама своје наставне праксе. У складу са тим, предложили смо мању корекцију у односу на препоручене бројеве часова по темама. Наиме, поред програмом предвиђених 8 часова за израду и исправку писмених задатака, издвојена су још 4 часа за припреме за писмене задатке. Сматрамо да је то потпуно оправдано, јер по правилу ти часови не припадају једној од наставних области, него служе за систематизацију знања из више наставних области. Услед ових измена, неке наставне теме имају мање часова него што је препоручено, а једино је теми *Многоугао* додат један час више.

2.7.2. Оперативни план рада наставника

На основу глобалног плана, а у складу са школским календаром, израђује се оперативни наставни план, који по месецима даје даљу разраду (операционализује) распореда наставних јединица.

При изради оперативног плана за јун, где је смештена наставна тема *Обрада података*, направљена је мала корекција. Наиме, ова тема се већим делом, као што је и препоручено, обрађује кроз пројектну наставу (као пројектни задатак), али један час је ипак издвојен за усвајање новог градива. Сматрамо да је то методички оправдано, да је боље да ученици прво на једноставнијим примерима овладају појмовима средња вредност, медијана и мод и поступцима за њихово одређивање, а да након тога та знања прошире и продубљују кроз израду пројекта.

3. ДНЕВНЕ ПРИПРЕМЕ

У оквиру ове главе дати су предлози свих дневних припрема за наставу математике у VII разреду. Оне су усклађене са предложеним оперативним планом и компатибилне су са нашим уџбеничким комплетом, како у смислу редоследа садржаја и начина излагања, тако и у поштовању општих начела којима смо се руководили при писању Уџбеника и Збирке.

Трудили смо се да припреме за појединачне наставне јединице буду што садржајније, написане у складу са савременом наставном праксом, као и да покрију све детаље везане за планирање наставе за одговарајући час. Централни део сваке припреме, који сматрамо и њеним најбитнијим делом (а који ће, надамо се, за вас наставнике бити и најкориснији), чине методичке напомене за конкретну реализацију наставних садржаја. Наведене су и детаљно образложене идеје за реализацију часа, од почетне мотивације, преко угледних примера, до одабира задатака за разраду и домаћи задатак, при чему су јасно наведене активности наставника и ученика.

Формално гледано, не постоји строго прописани образац који би таксативно навео шта све припрема треба да садржи. Ми смо се трудили да поштујемо препоруке ЗУОВ-а и понудимо форму која обједињује случајеве са којима смо се најчешће сретали у пракси, а коју уједно сматрамо сврсисходном. Свакако треба имати у виду да припрему по правилу креира сам наставник, према својим потребама, наводећи оне податке који су му потребни за реализацију наставе. Између осталог, у датим припремама за сваку наставну јединицу наведени су: тип часа, исходи, образовни стандарди, наставне методе, облици рада.

- Међу типовима часова постоји начелна подела на две категорије – на оне на којима се обрађује ново градиво и на оне на којима се градиво утврђује, обнавља, увежбава и систематизује, па је та подела углавном и коришћена. Међутим, треба бити свестан да ретко који час од почетка до краја припада само једној категорији, то јест да често имамо такозване комбиноване часове. У припремама смо наводили онај тип часа за који смо сматрали да претежно описује дату наставну јединицу.
- Исходи наведени у припремама су блиско повезани са делом *Научићеш,* који се налази на почетку сваке лекције у Уџбенику. Наравно, неки исходи су наведени више пута, у оквиру различитих наставних јединица, јер се тако и остварују.
- Иако су образовни стандарди дефинисани за крај обавезног образовања, одлучили смо се да у припремама наводимо оне стандарде чијем остваривању доприносе исходи посматране наставне јединице.
- Постоје различите поделе наставних метода. Ми смо у припремама наводили и оне које бисмо могли назвати класичним, али и оне које спадају у савремене/иновативне. Међутим, без обзира на класификацију, јасно је да готово на сваком часу имамо комбинацију више метода, а наше начелно опредељење је да настава, без обзира на метод, буде организована тако да ученике усмери ка откривању чињеница и усвајању мисаоних процеса, а не ка меморисању и репродуковању садржаја. У припремама су наведене оне методе за које смо сматрали да претежно описују метод рада у оквиру дате наставне јединице.
- Облици рада су бирани тако да буду у функцији остваривања жељених исхода учења, али и тако да потпомогну остваривање међупредметних компетенција (комуникација, сарадња...). Битно је да наставник варира облике наставе, као и наставне методе, јер се тако добија на динамичности наставе, што доказано даје позитивне ефекте. Наравно, могуће је на истом часу реализовати више облика рада, па су у припремама наведени они облици за које смо сматрали да претежно описују облик рада у оквиру дате наставне јединице.

ГЛОБАЛНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ШКОЛСКУ____/____. ГОДИНУ
(ШКОЛСКИ КАЛЕНДАР ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ)

ПРЕДМЕТ:
РАЗРЕД:
НАСТАВНИК:

ОБЛАСТ/ТЕМА/МОДУЛ		МЕСЕЦ										ОБРАДА	УТВРЂИВАЊЕ	СВЕГА
		IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI			
1.	РЕАЛНИ БРОЈЕВИ	14	6									8	12	20
2.	ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА		11	7								7	11	18
3.	ЦЕЛИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ			6	11		1	16	11			19	26	45
4.	МНОГОУГАО				7	9	6					7	15	22
5.	КРУГ								4	16	2	7	11	18
6.	ОБРАДА ПОДАТАКА										5	2	3	5
А	ОБНАВЉАЊЕ ГРАДИВА ИЗ ПРЕТХОДНИХ РАЗРЕДА	4											4	4
Б	ПРИПРЕМА, ИЗРАДА И ИСПРАВКА ПИСМЕНИХ ЗАДАТАКА			3		3		2	1		3		12	12
УКУПНО		18	17	16	18	12	7	18	16	16	10	50	94	144

*Поред програмом предвиђених 8 часова за израду и исправку писмених задатака, издвојена су још 4 часа за припреме за писмене задатке. Ови часови су издвојени јер по правилу не припадају једној од наставних области, на њима се систематизује знање из више наставних области.

Р. БР.	ОБЛАСТ/ТЕМА/МОДУЛ	МЕЂУПРЕДМЕТНЕ КОМПЕТЕНЦИЈЕ	СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА	ИСХОДИ
1.	РЕАЛНИ БРОЈЕВИ	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.1.1.2. МА.1.1.3. МА.1.1.4. МА.2.1.1. МА.2.1.2. МА.2.1.4. МА.3.1.1. МА.3.1.3.	Ученик ће бити у стању да: – израчуна степен реалног броја и квадратни корен потпуног квадрата и примени одговарајућа својства операција; – одреди бројевну вредност једноставнијег израза са реалним бројевима; – на основу реалног проблема састави и израчуна вредност једноставнијег бројевног израза са реалним бројевима; – одреди приближну вредност реалног броја и процени апсолутну грешку; – нацрта график функције $y = kx, k \in R\{0\}$; – примени продужену пропорцију у реалним ситуацијама.
2.		– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и	МА.1.3.2. МА.2.3.2. МА.3.3.2.	Ученик ће бити у стању да: – примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима;

	ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА	информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.		– правилно користи геометријски прибор.
3.	ЦЕЛИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	MA.1.1.6. MA.2.1.4. MA.2.2.2. MA.2.2.3. MA.3.1.1. MA.3.1.3. MA.3.2.2. MA.3.2.3.	Ученик ће бити у стању да: – трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); – примени трансформације полинома на решавање једначина.
4.	МНОГОУГАО	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	MA.2.3.1. MA.2.3.2. MA.3.3.2. MA.3.3.3.	Ученик ће бити у стању да: – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноставнијих тврђења и у конструктивним задацима.

5.	КРУГ	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.1.3.3. МА.2.3.3. МА.3.3.3.	Ученик ће бити у стању да: – примени својства централног и периферијског угла у кругу; – израчуна обим и површину круга и његових делова; – пресликa дати геометријски објекат ротацијом.
6.	ОБРАДА ПОДАТАКА	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.1.5.2. МА.1.5.3. МА.2.5.2. МА.2.5.3. МА.3.5.2. МА.3.5.3.	Ученик ће бити у стању да: – одређује средњу вредност, медијану и мод.

ГЛОБАЛНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ШКОЛСКУ_____/_____. ГОДИНУ
(ШКОЛСКИ КАЛЕНДАР ЗА АП ВОЈВОДИНУ)

ПРЕДМЕТ:
РАЗРЕД:
НАСТАВНИК:

ОБЛАСТ/ТЕМА/МОДУЛ		МЕСЕЦ										ОБРАДА	УТВРЂИВАЊЕ	СВЕГА
		IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI			
1.	РЕАЛНИ БРОЈЕВИ	14	6									8	12	20
2.	ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА		11	7								7	11	18
3.	ЦЕЛИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ			6	11			16	12			19	26	45
4.	МНОГОУГАО				2	7	13					7	15	22
5.	КРУГ								2	12		7	11	18
6.	ОБРАДА ПОДАТАКА										9	2	3	5
А	ОБНАВЉАЊЕ ГРАДИВА ИЗ ПРЕТХОДНИХ РАЗРЕДА	4											4	4
Б	ПРИПРЕМА, ИЗРАДА И ИСПРАВКА ПИСМЕНИХ ЗАДАТАКА			3			3	2	1		3		12	12
УКУПНО		18	17	16	13	7	16	18	15	12	12	50	94	144

*Поред програмом предвиђених 8 часова за израду и исправку писмених задатака, издвојена су још 4 часа за припреме за писмене задатке. Ови часови су издвојени јер по правилу не припадају једној од наставних области, на њима се систематизује знање из више наставних области.

Р. БР.	ОБЛАСТ/ТЕМА/МОДУЛ	МЕЂУПРЕДМЕТНЕ КОМПЕТЕНЦИЈЕ	СТАНДАРДИ ПОСТИГНУЋА УЧЕНИКА	ИСХОДИ
1.	РЕАЛНИ БРОЈЕВИ	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	MA.1.1.2. MA.1.1.3. MA.1.1.4. MA.2.1.1. MA.2.1.2. MA.2.1.4. MA.3.1.1. MA.3.1.3.	Ученик ће бити у стању да: – израчуна степен реалног броја и квадратни корен потпуног квадрата и примени одговарајућа својства операција; – одреди бројевну вредност једноставнијег израза са реалним бројевима; – на основу реалног проблема састави и израчуна вредност једноставнијег бројевног израза са реалним бројевима; – одреди приближну вредност реалног броја и процени апсолутну грешку; – нацрта график функције $y = kx, k \in R\{0\}$; – примени продужену пропорцију у реалним ситуацијама.
2.		– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и	MA.1.3.2. MA.2.3.2. MA.3.3.2.	Ученик ће бити у стању да: – примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима;

	ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА	информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.		– правилно користи геометријски прибор.
3.	ЦЕЛИ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗИ	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.1.1.6. МА.2.1.4. МА.2.2.2. МА.2.2.3. МА.3.1.1. МА.3.1.3. МА.3.2.2. МА.3.2.3.	Ученик ће бити у стању да: – трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); – примени трансформације полинома на решавање једначина.
4.	МНОГОУГАО	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.2.3.1. МА.2.3.2. МА.3.3.2. МА.3.3.3.	Ученик ће бити у стању да: – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноставнијих тврђења и у конструктивним задацима.

5.	КРУГ	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.1.3.3. МА.2.3.3. МА.3.3.3.	Ученик ће бити у стању да: – примени својства централног и периферијског угла у кругу; – израчуна обим и површину круга и његових делова; – преслика дати геометријски објекат ротацијом.
6.	ОБРАДА ПОДАТАКА	– Компетенција за целоживотно учење; – комуникација; – рад с подацима и информацијама; – дигитална компетенција; – решавање проблема; – сарадња.	МА.1.5.2. МА.1.5.3. МА.2.5.2. МА.2.5.3. МА.3.5.2. МА.3.5.3.	Ученик ће бити у стању да: – одређује средњу вредност, медијану и мод.

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА СЕПТЕМБАР ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Реални бројеви	Ученик ће бити у стању да: – израчуна степен реалног броја и квадратни корен потпуног квадрата и примени одговарајућа својства операција; – одреди бројевну вредност једноставнијег израза са реалним бројевима; – на основу реалног проблема састави и израчуна вредност једноставнијег бројевног израза са реалним бројевима; – одреди приближну вредност реалног	1.	Поредак и основне рачунске операције у скупу рационалних бројева	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви.	
		2.	Троугао и четвороугао	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао и Четвороугао.	
		3.	Површина троуглова и четвороуглова	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Површина троугла и четвороугла.	
		4.	Иницијални тест	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви,Троугао, Четвороугао, Површина троугла и четвороугла.	
		5.	Превођење из децималног записа у запис $\frac{a}{b}$	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Разломци, Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		6.	Децимални запис рационалних бројева	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Разломци, Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		7.	Квадрати рационалних бројева	обрада	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		8.	Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу Q	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике.	

	броја и процени апсолутну грешку;	9.	Квадрати природних и рационалних бројева	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике.	
		10.	Реални бројеви и бројевна права	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		11.	Интервали и апсолутна вредност	утврђивање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		12.	Квадратни корен	обрада	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		13.	Одређивање квадратних корена	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике, Биологије и Хемије.	
		14.	Основне особине рачунских операција у скупу R	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		15.	Својства квадратног корена	обрада	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		16.	Својства квадратног корена	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		17.	Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу R	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		18.	Рачунарске операције у скупу реалних бројева	систематизација	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ОКТОБАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Реални бројеви	Ученик ће бити у стању да: – нацрта график функције $y = kx$, $k \in R\backslash\{0\}$; – примени продужену пропорцију у реалним ситуацијама; – примени Питагорину теорему у рачунским задацима.	19.	Директна пропорционалност. График зависности међу величинама	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије, Биологије и Хемије.	
		20.	Функција директне пропорционалности	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		21.	График $y = kx$, $x \in R \setminus \{0\}$	утврђивање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		22.	Пропорције	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије, Биологије и Хемије.	
		23.	Продужена пропорција	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		24.	Примене продужених пропорција	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Основни појмови геометрије.	

					Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
Питагорина теорема		25.	Питагорина теорема	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		26.	Одређивање непознате странице правоуглог троугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		27.	Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		28.	Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		29.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		30.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		31.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		32.	Примена Питагорине теореме на ромб	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао.	

					Међупредметна са садржајима из Физике.	
		33.	Примена Питагорине теореме на ромб	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		34.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и правоугли трапез	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		35.	Примена Питагорине теореме на трапез	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА НОВЕМБАР ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г.   ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Питагорина теорема	Ученик ће бити у стању да: – примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима; – правилно користи геометријски прибор; – множи и дели степене једнаких основа; – рачуна степен производа и степен количника;	36.	Везе међу страницама правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		37.	Примена Питагорине теореме на троуглове и четвороуглове	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		38.	Примена Питагорине теореме у конструкцијама	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		39.	Примена Питагорине теореме у конструкцијама	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		40.	Обрат Питагорине теореме	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао.	
		41.	Обрат Питагорине теореме	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао.	

		42.	Питагорина теорема	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		43.	Припрема за први писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		44.	Први писмени задатак	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
Цели алгебарски изрази		45.	Степен чији је изложилац природан број	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Природни бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		46.	Особине степена	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Природни бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		47.	Степен чији је изложилац природан број	утврђивање	Унутарпредметна, са наставном темом Природни бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		48.	Исправка првог писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	

		49.	Множење степена једнаких основа	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		50.	Дељење степена једнаких основа	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		51.	Множење и дељење степена једнаких основа	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ДЕЦЕМБАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Цели алгебарски изрази	Ученик ће бити у стању да: – рачуна степен производа и степен количника; – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла;	52.	Степен производа и степен количника	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		53.	Степен производа и степен количника	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		54.	Степен степена	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		55.	Степен производа, количника и степена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		56.	Степени броја 10	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		57.	Стандардни запис реалних бројева	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	

		58.	Примена степена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		59.	Примена степена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		60.	Степен и операције са степеном	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		61.	Степен и операције са степеном	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		62.	Степен и операције са степеном	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви.	
Многоугао		63.	Број дијагонала многоугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Комбинаторика.	
		64.	Број дијагонала многоугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Комбинаторика.	
		65.	Углови на трансверзали	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао, Троугао.	
		66.	Основне особине троугла	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		67.	Збир углова многоугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	

		68.	Збир углова многоугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		69.	Ставови подударности троуглова	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије,Угао Троугао.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ЈАНУАР ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Многоугао	Ученик ће бити у стању да: – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноста-внијих тврђења и у	70.	Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао Троугао и Четвороугао.	
		71.	Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао Троугао и Четвороугао.	
		72.	Припрема за други писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви, Рационални бројеви, Основни појмови геометрије, Угао Троугао и Четвороугао.	
		73.	Други писмени задатак	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви, Рационални бројеви, Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		74.	Ортоцентар троугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		75.	Тежишне дужи троугла. Тежиште	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	

	конструктивним задацима.	76.	Значајне тачке троугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		77.	Исправка другог писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви, Рационални бројеви, Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		78.	Правилни многоуглови	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Ликовне културе.	
		79.	Правилни многоуглови	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Ликовне културе.	
		80.	Сложеније конструкције троугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		81.	Сложеније конструкције четвороугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ФЕБРУАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Многоугао	Ученик ће бити у стању да: – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноста-внијих тврђења и у конструктивним задацима.	82.	Конструкције неких правилних многоуглова	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		83.	Конструкције неких правилних многоуглова	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		84.	Геометријске конструкције	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		85.	Обим и површина многоугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Површина троугла и четвороугла. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		86.	Обим и површина многоугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Површина троугла и четвороугла.	

					Међупредметна са садржајима из Физике.	
		87.	Многоугао	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Површина троугла и четвороугла.	
Цели алгебарски изрази		88.	Алгебарски изрази. Дрво израза	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА МАРТ
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Цели алгебарски изрази	Ученик ће бити у стању да: – трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата).	89.	Алгебарски изрази	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви.	
		90.	Полиноми. Мономи	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Реални бројеви.	
		91.	Биноми и триноми	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Реални бројеви.	
		92.	Полиноми	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Реални бројеви.	
		93.	Сабирање сличних монома. Сређен облик полинома	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		94.	Сабирање полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		95.	Сабирање полинома	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		96.	Сабирање полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	

		97.	Множење монома. Множење полинома мономом	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		98.	Множење монома. Множење полинома мономом	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		99.	Множење полинома полиномом	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		100.	Множење полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		101.	Множење полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		102.	Рачунске операције са полиномима	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		103.	Припрема за трећи писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Површина троугла и четвороугла.	
		104.	Трећи писмени задатак	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао.	
		105.	Квадрат бинома	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		106.	Квадрат бинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА АПРИЛ
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Цели алгебарски изрази	Ученик ће бити у стању да: – трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); - примени трансформације полинома на решавање	107.	Исправка трећег писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао.	
		108.	Разлика квадрата	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		109.	Разлика квадрата	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		110.	Квадрат бинома и разлика квадрата	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		111.	Растављање полинома на чиниоце (примена дистрибутивног закона)	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Реални бројеви.	
		112.	Растављање полинома на чиниоце (примена разлике квадрата)	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
		113.	Растављање полинома на чиниоце (примена квадрата бинома)	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
		114.	Растављање полинома на чиниоце	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	

	једначина; примени својства централног и периферијског угла у кругу.	115.	Растављање полинома на чиниоце	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
		116.	Полиноми	систематизација	Унутарпредметна, са наставном темом Реални бројеви.	
		117.	Полиноми	систематизација	Унутарпредметна, са наставном темом Реални бројеви.	
		118.	Цели алгебарски изрази	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
Круг		119.	Централни и периферијски угао	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије.	
		120.	Централни и периферијски угао – примене у конструктивним задацима	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије.	
		121.	Централни и периферијски угао – примене при доказивању геометријских тврђења	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		122.	Примена Питагорине теореме на круг	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Питагорина теорема. Међупредметна са садржајима из Физике.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА МАЈ ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Круг	Ученик ће бити у стању да: - примени својства централног и периферијског угла у кругу; - израчуна обим и површину круга и његових делова; - преслика дати геометријски објекат ротацијом.	123.	Примена Питагорине теореме на круг	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Питагорина теорема. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		124.	Ротација	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		125.	Ротација	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Основни појмови геометрије, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		126.	Ротација	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Основни појмови геометрије, Многоугао. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		127.	Обим круга	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Географије.	

		128.	Обим круга	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		129.	Дужина кружног лука	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		130.	Дужина кружног лука	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		131.	Површина круга	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Површина троугла и четвороугла. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		132.	Површина круга	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Многоугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		133.	Површина кружног исечка и кружног прстена	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		134.	Површина кружног исечка и кружног прстена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ЈУН ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА ЦЕНТРАЛНУ СРБИЈУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Обрада података	Ученик ће бити у стању да: – примени својства централног и периферијског угла у кругу; – израчуна обим и површину круга и његових делова; – преслика дати геометријски објекат ротацијом; – одређује средњу вредност, медијану и мод.	135.	Обим и површина круга	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физичког васпитања.	
		136.	Круг	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије.	
		137.	Припрема за четврти писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Угао, Троугао, Површина троугла и четвороугла.	
		138.	Четврти писмени задатак	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Угао, Троугао, Четвороугао.	
		139.	Средња вредност, медијана и мод	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем.	
		140.	Избор теме пројекта и састављање анкетних питања	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије,	

					Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	
		141.	Обрада података	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	
		142.	Исправка четвртог писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Угао, Троугао, Четвороугао.	
		143.	Обрада података	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	
		144.	Презентација резултата анкете	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	

*У програму је предложено да се тема *Обрада података* реализује као пројектни задатак у оквиру 5 часова. Ми, ипак, предлажемо да се пројектни задатак реализује у оквиру 4 часа, а да му претходи час обраде *Средња вредност, медијана и мод* на којем ће ови појмови бити детаљно обрађени на мањем броју података.

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА СЕПТЕМБАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Реални бројеви	Ученик ће бити у стању да: – израчуна степен реалног броја и квадратни корен потпуног квадрата и примени одговарајућа својства операција; – одреди бројевну вредност једноставнијег израза са реалним бројевима; – на основу реалног проблема састави и израчуна вредност једноставнијег бројевног израза са реалним бројевима; – одреди приближну вредност реалног	1.	Поредак и основне рачунске операције у скупу рационалних бројева	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви.	
		2.	Троугао и четвороугао	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао и Четвороугао.	
		3.	Површина троуглова и четвороуглова	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Површина троугла и четвороугла.	
		4.	Иницијални тест	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви,Троугао, Четвороугао, Површина троугла и четвороугла.	
		5.	Превођење из децималног записа у запис $\frac{a}{b}$	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Разломци, Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		6.	Децимални запис рационалних бројева	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Разломци, Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		7.	Квадрати рационалних бројева	обрада	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		8.	Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу Q	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике.	

	броја и процени апсолутну грешку;	9.	Квадрати природних и рационалних бројева	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике.	
		10.	Реални бројеви и бројевна права	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		11.	Интервали и апсолутна вредност	утврђивање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		12.	Квадратни корен	обрада	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		13.	Одређивање квадратних корена	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике, Биологије и Хемије.	
		14.	Основне особине рачунских операција у скупу R	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		15.	Својства квадратног корена	обрада	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		16.	Својства квадратног корена	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		17.	Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу R	утврђивање	Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		18.	Рачунарске операције у скупу реалних бројева	систематизација	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ОКТОБАР ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Реални бројеви	Ученик ће бити у стању да: – нацрта график функције $y = kx$, $k \in R\backslash\{0\}$; – примени продужену пропорцију у реалним ситуацијама; – примени Питагорину теорему у рачунским задацима.	19.	Директна пропорционалност. График зависности међу величинама	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије, Биологије и Хемије.	
		20.	Функција директне пропорционалности	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		21.	График $y = kx, x \in R \setminus \{0\}$	утврђивање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		22.	Пропорције	обнављање	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије, Биологије и Хемије.	
		23.	Продужена пропорција	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		24.	Примене продужених пропорција	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Основни појмови геометрије.	

					Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
Питагорина теорема		25.	Питагорина теорема	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		26.	Одређивање непознате странице правоуглог троугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		27.	Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		28.	Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		29.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		30.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		31.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		32.	Примена Питагорине теореме на ромб	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао.	

					Међупредметна са садржајима из Физике.	
		33.	Примена Питагорине теореме на ромб	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		34.	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и правоугли трапез	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		35.	Примена Питагорине теореме на трапез	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА НОВЕМБАР ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Питагорина теорема	Ученик ће бити у стању да: – примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима; – правилно користи геометријски прибор; – множи и дели степене једнаких основа; – рачуна степен производа и степен количника;	36.	Везе међу страницама правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		37.	Примена Питагорине теореме на троуглове и четвороуглове	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		38.	Примена Питагорине теореме у конструкцијама	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		39.	Примена Питагорине теореме у конструкцијама	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		40.	Обрат Питагорине теореме	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао.	
		41.	Обрат Питагорине теореме	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао.	

		42.	Питагорина теорема	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		43.	Припрема за први писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		44.	Први писмени задатак	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
Цели алгебарски изрази		45.	Степен чији је изложилац природан број	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Природни бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		46.	Особине степена	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Природни бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		47.	Степен чији је изложилац природан број	утврђивање	Унутарпредметна, са наставном темом Природни бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		48.	Исправка првог писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	

		49.	Множење степена једнаких основа	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		50.	Дељење степена једнаких основа	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		51.	Множење и дељење степена једнаких основа	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ДЕЦЕМБАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Цели алгебарски изрази	Ученик ће бити у стању да: – рачуна степен производа и степен количника; – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла;	52.	Степен производа и степен количника	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		53.	Степен производа и степен количника	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		54.	Степен степена	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		55.	Степен производа, количника и степена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике и Хемије.	
		56.	Степени броја 10	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		57.	Стандардни запис реалних бројева	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	

		58.	Примена степена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		59.	Примена степена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		60.	Степен и операције са степеном	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике, Географије и Хемије.	
		61.	Степен и операције са степеном	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		62.	Степен и операције са степеном	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви и Реални бројеви.	
Многоугао		63.	Број дијагонала многоугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Комбинаторика.	
		64.	Број дијагонала многоугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Комбинаторика.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ЈАНУАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Многоугао	Ученик ће бити у стању да: – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноставнијих тврђења и у конструктивним задацима;	65.	Углови на трансверзали	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао, Троугао.	
		66.	Основне особине троугла	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		67.	Збир углова многоугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		68.	Збир углова многоугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		69.	Ставови подударности троуглова	обнављање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије,Угао Троугао.	
		70.	Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао Троугао и Четвороугао.	
		71.	Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Угао Троугао и Четвороугао.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ФЕБРУАР
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Многоугао	Ученик ће бити у стању да: – примени својства страница, углова и дијагонала многоугла; – израчуна површину многоугла користећи обрасце или разложиву једнакост; – конструише ортоцентар и тежиште троугла; – примени ставове подударности при доказивању једноставнијих	72.	Припрема за други писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви, Рационални бројеви, Основни појмови геометрије, Угао Троугао и Четвороугао.	
		73.	Други писмени задатак	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви, Рационални бројеви, Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		74.	Ортоцентар троугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		75.	Тежишне дужи троугла. Тежиште	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		76.	Значајне тачке троугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		77.	Исправка другог писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Природни бројеви,	

	тврђења и у конструктивним задацима;				Рационални бројеви, Основни појмови геометрије, Угао и Троугао.	
		78.	Правилни многоуглови	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Ликовне културе.	
		79.	Правилни многоуглови	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Ликовне културе.	
		80.	Сложеније конструкције троугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије и Троугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		81.	Сложеније конструкције четвороугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		82.	Конструкције неких правилних многоуглова	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		83.	Конструкције неких правилних многоуглова	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		84.	Геометријске конструкције	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Четвороугао.	

					Међупредметна са садржајима из Технике и технологије.	
		85.	Обим и површина многоугла	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Површина троугла и четвороугла. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		86.	Обим и површина многоугла	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Површина троугла и четвороугла. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		87.	Многоугао	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије, Троугао и Површина троугла и четвороугла.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА МАРТ
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Цели алгебарски изрази	Ученик ће бити у стању да: – трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата);	88.	Алгебарски изрази. Дрво израза	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви.	
		89.	Алгебарски изрази	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви.	
		90.	Полиноми. Мономи	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Реални бројеви.	
		91.	Биноми и триноми	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Реални бројеви.	
		92.	Полиноми	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Рационални бројеви и Реални бројеви.	
		93.	Сабирање сличних монома. Сређен облик полинома	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		94.	Сабирање полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		95.	Сабирање полинома	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	

		96.	Сабирање полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		97.	Множење монома. Множење полинома мономом	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		98.	Множење монома. Множење полинома мономом	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		99.	Множење полинома полиномом	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		100.	Множење полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		101.	Множење полинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		102.	Рачунске операције са полиномима	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		103.	Припрема за трећи писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Троугао, Површина троугла и четвороугла.	
		104.	Трећи писмени задатак	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао.	
		105.	Квадрат бинома	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА АПРИЛ ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Цели алгебарски изрази	Ученик ће бити у стању да: – трансформише збир, разлику и производ полинома; – примени формуле за разлику квадрата и квадрат бинома; – растави полином на чиниоце (користећи дистрибутивни закон и формуле за квадрат бинома и разлику квадрата); - примени трансформације	106.	Квадрат бинома	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		107.	Исправка трећег писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Троугао.	
		108.	Разлика квадрата	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		109.	Разлика квадрата	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		110.	Квадрат бинома и разлика квадрата	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Површина троугла и четвороугла.	
		111.	Растављање полинома на чиниоце (примена дистрибутивног закона)	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Реални бројеви.	
		112.	Растављање полинома на чиниоце (примена разлике квадрата)	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	

	полинома на решавање једначина; примени својства централног и периферијског угла у кругу.	113.	Растављање полинома на чиниоце (примена квадрата бинома)	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
		114.	Растављање полинома на чиниоце	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
		115.	Растављање полинома на чиниоце	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
		116.	Полиноми	систематизација	Унутарпредметна, са наставном темом Реални бројеви.	
		117.	Полиноми	систематизација	Унутарпредметна, са наставном темом Реални бројеви.	
		118.	Цели алгебарски изрази	час провере	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви и Питагорина теорема.	
Круг		119.	Централни и периферијски угао	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије.	
		120.	Централни и периферијски угао – примене у конструктивним задацима	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА МАЈ
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Круг	Ученик ће бити у стању да: - примени својства централног и периферијског угла у кругу; - израчуна обим и површину круга и његових делова; - преслика дати геометријски објекат ротацијом.	121.	Централни и периферијски угао – примене при доказивању геометријских тврђења	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Троугао. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		122.	Примена Питагорине теореме на круг	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Питагорина теорема. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		123.	Примена Питагорине теореме на круг	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Питагорина теорема. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		124.	Ротација	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		125.	Ротација	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Основни појмови геометрије, Четвороугао. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	

		126.	Ротација	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао, Троугао, Основни појмови геометрије, Многоугао. Међупредметна са садржајима из Физике и Технике и технологије.	
		127.	Обим круга	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике и Географије.	
		128.	Обим круга	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		129.	Дужина кружног лука	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		130.	Дужина кружног лука	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		131.	Површина круга	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Површина троугла и четвороугла. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		132.	Површина круга	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Троугао, Четвороугао, Многоугао. Међупредметна са садржајима из Физике.	

ОПЕРАТИВНИ ПЛАН РАДА НАСТАВНИКА ЗА ЈУН
ПО ШКОЛСКОМ КАЛЕНДАРУ ЗА АП ВОЈВОДИНУ

ШКОЛСКА 20__ / 20__. Г. ПРЕДМЕТ: НАСТАВНИК:

ТЕМА / МОДУЛ / МЕСЕЦ	ИСХОДИ (на крају теме / модула / месеца)	Р.бр. наст. јед.	НАСТАВНЕ ЈЕДИНИЦЕ	ТИП ЧАСА	КОРЕЛАЦИЈА	ЕВАЛУАЦИЈА КВАЛИТЕТА ИСПЛАНИРАНОГ
Обрада података	Ученик ће бити у стању да: – одређује средњу вредност, медијану и мод.	133.	Површина кружног исечка и кружног прстена	обрада	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		134.	Површина кружног исечка и кружног прстена	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физике.	
		135.	Обим и површина круга	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије. Међупредметна са садржајима из Физичког васпитања.	
		136.	Круг	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Угао и Основни појмови геометрије.	
		137.	Припрема за четврти писмени задатак	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Угао, Троугао, Површина троугла и четвороугла.	
		138.	Четврти писмени задатак	утврђивање	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Угао, Троугао, Четвороугао.	
		139.	Средња вредност, медијана и мод	обрада	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина).	

					Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем.	
		140.	Избор теме пројекта. Састављање анкете или више њих. Подела ученика на групе које ће бити задужене за различите теме или различита питања у оквиру исте теме. Давање упутстава за анкетирање, тј. задужења сваком ученику/групи.	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	
		141.	Користећи део прикупљених података, обнављамо и надограђујемо појмове: узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ података, средња вредност, медијана и мод.	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	
		142.	Исправка четвртог писменог задатка	систематизација	Унутарпредметна, са наставним темама Реални бројеви, Угао, Троугао, Четвороугао.	
		143.	Упућивање ученика у начин бележења и обраде података добијених анкетирањем. Обрада резултата анкете.	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике, Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	

		144.	Презентација резултата анкете	пројектна настава	Унутарпредметна, са наставном темом Рационални бројеви (аритметичка средина). Међупредметна са садржајима из Физике Хемије, Географије, Информатике и рачунарства, Физичким и здравственим васпитањем, Биологијом.	

*У програму је предложено да се тема *Обрада података* реализује као пројектни задатак у оквиру 5 часова. Ми, ипак, предлажемо да се пројектни задатак реализује у оквиру 4 часа, а да му претходи час обраде *Средња вредност, медијана и мод* на којем ће ови појмови бити детаљно обрађени на мањем броју података.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 1

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Поредак и основне рачунске операције у скупу рационалних бројева		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање, утврђивање и продубљивање стечених знања о поретку и основним рачунским операцијама у скупу рационалних бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • прочита, запише, упореди и представи на бројевној полуправој рационалне бројеве; • израчуна вредност једноставнијег и сложенијег бројевног израза у скупу рационалних бројева; • реши једначине и неједначине у скупу рационалних бројева; • примени пропорцију и проценат у реалним ситуацијама.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни лист		
Облици рада:	рад у паровима, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	изрази, рационални бројеви, рачунске операције		

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3">Уводни део часа (10 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Обнавља са ученицима основне појмове везане за рационалне бројеве, а потом дели ученицима одштампане текстове задатака које решавају у пару.</td><td>– Одговара на постављена питања наставника која се односе на основне појмове везане за рационалне бројеве.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Главни део часа (30 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наставник прати израду задатака којима ученици обнављају: упоређивање и представљање рационалних бројева на бројевној правој, израчунавање једноставнијих и сложенијих израза у скупу рационалних бројева, решавање једначина и неједначина у скупу рационалних бројева, процентни рачун и пропорционалност.</td><td>– Прати упутства наставника;
– самостално и у пару решава задатке;
– израђује задатке који се односе на поредак и примену рачунских операција у скупу рационалних бројева.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Поставља ученицима питања која се односе на поредак и основне рачунске операције у скупу рационалних бројева, како би ученици што боље обновили знања која су усвојили у претходном математичком образовању. Упућује ученике да задатке које нису решили на наставном часу реше за домаћи задатак, као и задатке које им наставник дели (прилог 2).</td><td>– Исписује решења задатака на табли;
– одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Задаци

1. Представи на бројевној правој бројеве: $0{,}55$; $\frac{5}{2}$; $-1\frac{1}{3}$; $-3{,}6$; $\frac{3}{4}$.

2. Израчунај:
   а) $-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$; б) $-\frac{2}{5}\cdot 2{,}4$; в) $\frac{-\frac{45}{55}}{-\frac{40}{15}}$; г) $|-3{,}75|+(-2{,}5)$.

3. Израчунај вредност израза $-1+\left[\frac{9}{3}\cdot\frac{1}{18}-\left(-\frac{1}{4}:\frac{5}{8}\right)\right]$.

4. Реши једначину $-\frac{2}{5}\cdot x+\frac{7}{10}=-4{,}5$.

5. За које вредности променљиве x вредност израза $-\frac{2}{55}\cdot x-1$ није већа од $-\frac{7}{110}$?

6. Цена кекса је повећана са 70 динара на 91 динар. За колико процената је поскупео кекс?

7. За 840 динара може да се купи 6 литара бензина. Колики ће бити рачун за куповину 16 литара бензина?

ПРИЛОГ 2

Домаћи задатак

1. Вредност израза $(-15{,}225 : 0{,}75 - 0{,}7)\cdot 1{,}5 - 1{,}5$ је:
   а) 0; б) -33; в) $-47{,}05$; г) $-30{,}9$; д) -30.

2. После поскупљења од 16%, патике коштају 2436 динара. Цена патика пре поскупљења била је:
   а) 2825,76; б) 336; в) 2772; г) 2100; д) 389,76 динара.

3. Реши једначину $\left(x-\frac{5}{6}\right)+1=1\frac{1}{3}$.

4. За превоз нафте потребно је 16 цистерни носивости 30 тона. Колико цистерни носивости 24 тоне је потребно за превоз исте количине нафте?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 2

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Троугао и четвороугао		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање, утврђивање и продубљивање стечених знања о троуглу и четвороуглу.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • примењује у задацима константност збира унутрашњих углова у произвољном троуглу; • на основу довољног броја датих података израчуна мере непознатих унутрашњих и спољашњих углова троугла; • примењује у задацима тврђење да су поредак страница и поредак наспрамних углова троугла међусобно сагласни; • уочи одговарајуће елементе подударних троуглова; • утврди да ли су два троугла подударна на основу ставова подударности; • конструише троугао на основу задатих елемената (странице и углови); • примени својства троуглова у једноставнијим задацима; • правилно користи геометријски прибор; • класификује четвороуглове на основу њихових својстава; • конструише паралелограм и трапез на основу задатих елемената (странице, углови и дијагонале четвороугла); • примени својства четвороуглова у једноставнијим задацима;		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни лист		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	троугао, четвороугао		

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Уводни део часа (10 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Обнавља са ученицима основне појмове, тврђења и поступке који се односе на троугао и четвороугао, а потом дели ученицима одштампане задатке које решавају групним радом (прилог 1).</td><td>– Одговара на постављена питања наставника која се односе на основне појмове везане за троугао и четвороугао.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Главни део часа (30 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наставник прати израду задатака групним радом, приликом чега ученици обнављају: константност збира унутрашњих углова у произвољном троуглу и четвороуглу, да су поредак страница и поредак наспрамних углова троугла међусобно сагласни, подударност и ставове подударности троугла, особине средње линије троугла и средње линије трапеза; особине делтоида.</td><td>– Прати упутства наставника;
– решава задатке групним радом;
– израђује задатке који се односе на троугао и четвороугао.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Поставља питања ученицима која се односе на појмове, тврђења и процедуре наставних тема <i>Троугао</i> и <i>Четвороугао</i> како би ученици што боље обновили и утврдили знања која су усвојили у претходном математичком образовању. Упућује ученике да задатке које нису решили на часу реше за домаћи задатак. Групу која је највише задатака успешно решила проглашава победничком. Дели ученицима папириће са задацима за домаћи рад (прилог 2).</td><td>– Исписује решења задатака на табли;
– одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Задаци

1. У троуглу ABC важи да је $\measuredangle ABC = 30°$ и $\measuredangle BCA = 140°$.
   а) Одреди $\measuredangle CAB$;
   б) Поређај странице троугла ABC по дужини, од најмање до највеће.

2. Конструиши троугао ABC ако је: $BC = 4$ cm, $AC = 3$ cm, а $\measuredangle BCA = 45°$.

3. Докажи да се дијагонале квадрата полове.

4. Мере три угла четвороугла су $55°, 77°$ и $88°$. Одреди меру четвртог угла тог четвороугла, као и мере спољашњих углова четвороугла.

5. Дијагонала трапеза дели средњу линију трапеза на две дужи дужине 4 cm и 6 cm. Одреди дужине основица тог трапеза.

6. Мере наспрамних углова делтоида су $100°$ и $70°$. Одреди мере преостала два унутрашња угла делтоида.

ПРИЛОГ 2

Домаћи задатак

1. Конструиши правоугаоник ако је дата дужина његове дијагонале $d = 7$ cm, а угао између дијагонала $120°$.

2. Један унутрашњи угао ромба је већи од другог за 20°. Мере углова тог ромба су:
   а) $35°$ и $55°$; б) $80°$ и $100°$; в) $100°$ и $120°$; г) $170°$ и $190°$.

3. Обим једнакостраничног троугла чија је једна средња линија дужине 2,4 cm је:
   а) 4,8 cm; б) 7,2 cm; в) 14,4 cm; г) 19,2 cm.

4. Докажи да се полове дијагонале:

   а) квадрата; б) правоугаоника.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 3

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Површина троуглова и четвороуглова		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање, утврђивање и продубљивање стечених знања о површини троуглова и четвороуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна површину троугла и четвороугла (паралелограма, трапеза и четвороуглова са нормалним дијагоналама) користећи обрасце или расположиву једнакост.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни лист		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	површина троуглова и четвороуглова		

ТОК ЧАСА

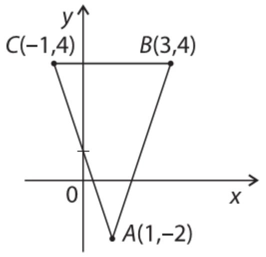
<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><th colspan="3">Уводни део часа (10 минута)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Обнавља са ученицима формуле за израчунавање површине троуглова, као и формуле за израчунавање различитих класа четвороуглова. Формира трочлане, нехомогене групе, а потом дели ученицима одштампане задатке које решавају групним радом (прилог 1).</td><td>– Одговара на постављена питања наставника која се односе на поступке за одређивање површине троуглова и четвороуглова.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Главни део часа (30 минута)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Наставник прати израду задатака којима ученици обнављају формуле и поступке за одређивање површине троуглова и четвороуглова.</td><td>– Прати упутства наставника;
– решава задатке групним радом;
– израђује задатке који се односе на површину троуглова и четвороуглова.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Завршни део часа (5 минута)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Анализира решења задатака ученика, упућује ученике да задатке које нису решили на наставном часу реше за домаћи задатак. Групу која је највише задатака успешно решила проглашава победничком. Дели ученицима папириће са задацима за домаћи рад (прилог 2).</td><td>– Исписује решења задатака на табли;
– одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Задаци

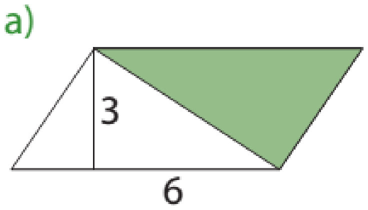
1. Израчунај обим и површину паралелограма $ABCD$ чије су странице 8 cm и 6 cm, а дужа висина 6 cm.
2. Једна страница троугла и висина која јој одговара једнаке су 6 cm, а преостале две висине су 9 cm и 4 cm. Израчунај обим троугла.
3. Катете правоуглог троугла су 6 cm и 8 cm, а хипотенуза је 10 cm. Одредити дужину висине која одговара хипотенузи.
4. Основице трапеза су $AB = 10$ cm и $CD = 5$ cm, док је крак $AD = 6$ cm, а оштар угао $\measuredangle DAB = 30°$. Израчунај површину трапеза $ABCD$.
5. Одреди површину делтоида чије су дијагонале дужина 3 cm и 5 cm.
6. Израчунај површину троугла ABC са слике.

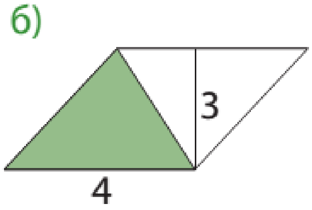


ПРИЛОГ 2

Домаћи задатак

1. Израчунај обим правоугаоника чија је површина 1 dm^2, а једна страница дужине 2 dm.
2. Одреди растојање између страница паралелограма чије су дужине 18 cm ако је површина тог паралелограма 90 cm^2.
3. Одреди површину обојеног дела паралелограма са слике.





4. У координатном систему нацртај тачке $A(1,-2), B(3,-2)$ и $C(5,1)$. Одреди координате тачке D тако да четвороугао $ABCD$ буде једнакокраки трапез ($AB||CD$) и израчунај површину тог трапеза.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 4

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Иницијални тест		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Провера стечених знања ученика о поретку и основним рачунским операцијама у скупу рационалних бројева, троуглу, четвороуглу и површини троуглова и четвороуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна вредност једноставнијег и сложенијег бројевног израза у скупу рационалних бројева; • реши једначине и неједначине у скупу рационалних бројева; • на основу довољног броја датих података израчуна мере непознатих унутрашњих и спољашњих углова троугла; • утврди да ли су два троугла подударна на основу ставова подударности; • израчуна површину троугла и четвороугла (паралелограма, трапеза и четвороуглова са нормалним дијагоналама) користећи обрасце или расположиву једнакост.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	наставни лист		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	изрази, рационални бројеви, рачунске операције, троугао, четвороугао, површина троуглова и четвороуглова		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Дели ученицима иницијалне тестове, уз опште напомене о начину израде теста.	– Упућује се у опште напомене о начину израде теста.
Главни део часа (35 минута)	
Надгледа ученике док решавају иницијални тест, који ће му послужити да добије слику о ученицима, односно о нивоу њиховог знања (предзнања) из математике како би током школске године што успешније организовао наставу и прилагодио је ученицима, у складу са наставним принципима.	– Решава задатке из иницијалног теста који представља проверу знања (предзнања) из математике.
Завршни део часа (5 минута)	
Поставља питање ученицима да ли су имали проблема са неким задатком са теста и ако јесу, исти задатак им даје за домаћи задатак, који ће решити уз помоћ литературе.	– Упућује наставника у то са којим задацима је имао проблем приликом израде иницијалног теста.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање успешности ученика у решавању задатака са иницијалног теста
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Иницијални тест

I група

1. Попуни табелу.

a	b	c	$b+c$	$a+b$	$a\cdot c$	$a\cdot b+\ a\cdot c$
$-0{,}5$	$\frac{1}{4}$	$-1\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{3}$	$0{,}375$	$2\frac{4}{9}$				
$-2{,}4$	$-0{,}05$	$-3{,}2$				

2. Докажи да је свака тачка на симетрали дужи PQ једнако удаљена од крајева те дужи.

3. Која од датих тврђења су тачна? (Заокружи бројеве испред тачних одговора.)
   1) Дијагонале ромба су једнаке.
   2) Дијагонале ромба се полове.
   3) Дијагонале ромба су узајамно нормалне.
   4) У ромб се може уписати кружница.
   5) Суседни углови ромба су једнаки.

4. Катете правоуглог троугла су дужине 24 cm и 7 cm, а хипотенуза 25 cm. Израчунај површину троугла.

5. Површина паралелограма је 24 cm^2, а дужине висина су 3 cm и 4 cm. Израчунај обим паралелограма.

Иницијални тест

II група

1. Попуни табелу.

a	b	c	$b+c$	$a+b$	$a\cdot c$	$a\cdot b+\ a\cdot c$
$-0{,}2$	$\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{4}$				
$\frac{1}{3}$	$0{,}625$	$2\frac{7}{9}$				
$-2{,}2$	$-0{,}5$	$-3{,}25$				

2. Докажи да је свака тачка на симетрали угла $\measuredangle POQ$ једнако удаљена од оба крака тог угла.

3. Која од датих тврђења су тачна? (Заокружи бројеве испред тачних одговора.)
   1) Дијагонале ромба се полове.
   2) Дијагонале ромба су једнаке.
   3) Дијагонале ромба су узајамно нормалне.
   4) Око ромба се може описати кружница.
   5) Суседни углови ромба су једнаки.

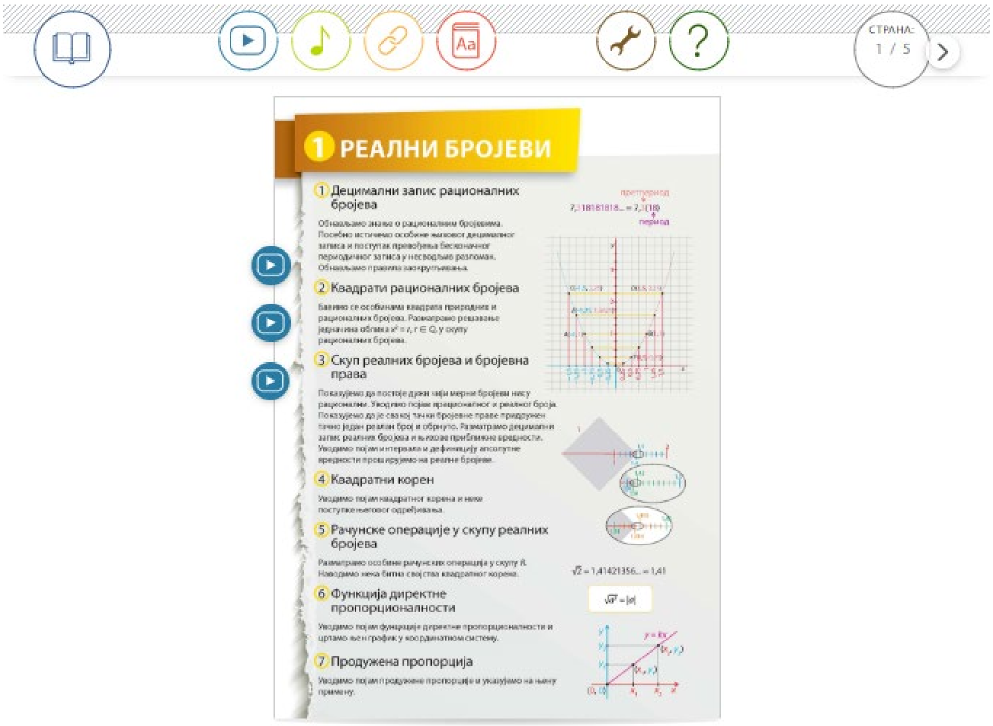
4. Катете правоуглог троугла су дужине 15 cm и 20 cm, а хипотенуза 25 cm. Израчунај површину троугла.

5. Површина паралелограма је 24 cm^2, а дужине висина су 8 cm и 4 cm. Израчунај обим паралелограма.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 5

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Превођење из децималног записа у запис $\frac{a}{b}$		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Усвајање поступка превођења бројева из децималног записа, било коначног, било бесконачног, периодичног, у запис $\frac{a}{b}$.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • коначни децимални запис преведе у облик $\frac{a}{b}$, $a \in Z, b \in N$; • бесконачни периодични децимални запис преведе у облик $\frac{a}{b}$, $a \in Z, b \in N$.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	децимални запис рационалног броја		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



1 РЕАЛНИ БРОЈЕВИ

1 Децимални запис рационалних бројева

2 Квадрати рационалних бројева

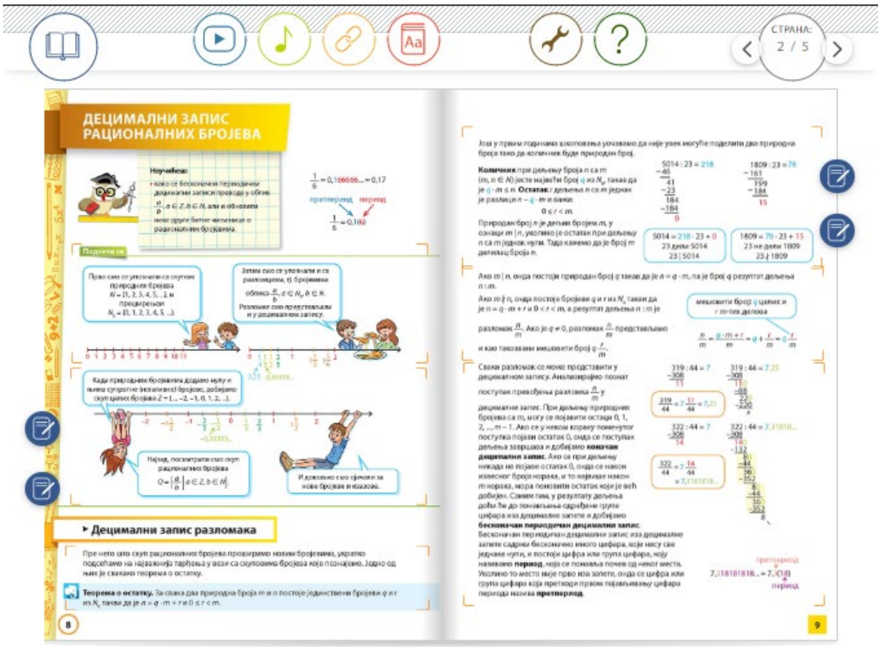
3 Скуп реалних бројева и бројевна права

4 Квадратни корен

5 Рачунске операције у скупу реалних бројева

6 Функција директне пропорционалности

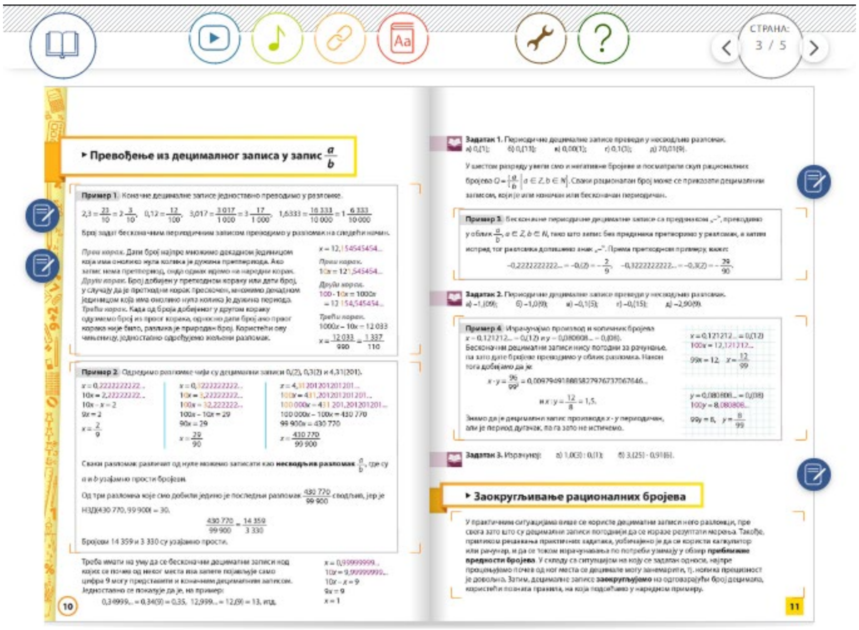
7 Продужена пропорција



СТРАНА: 2 / 5

ДЕЦИМАЛНИ ЗАПИС РАЦИОНАЛНИХ БРОЈЕВА

Децимални запис разломака



СТРАНА: 3 / 5

Превођење из децималног записа у запис $\frac{a}{b}$

Заокругљивање рационалних бројева

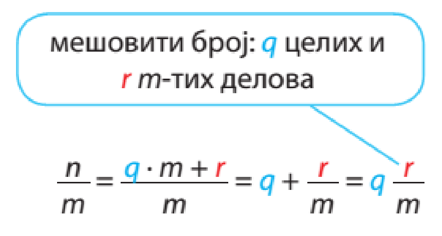
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Обнавља са ученицима проширивање скупа природних на скуп целих бројева, као и проширивање скупа целих на скуп рационалних бројева. Навођењем примера, подсећа ученике који бројеви припадају којим од датих скупова бројева, а који не, а потом графички (Веновим дијаграмом) илуструје односе скупова природних, целих и рационалних бројева.	– Одговара на постављена питања наставника.

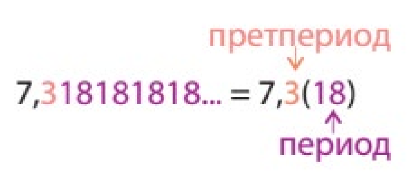
Главни део часа (30 минута)	
Подсећа ученике на теорему о остатку, а потом дискутује са ученицима о томе шта представља количник, шта остатак при дељењу, као и у ком опсегу се може кретати остатак при дељењу, у зависности од делиоца. Обнавља са ученицима и релацију дељивости, односно нотацију за релације „дели” и „не дели”. Поставља ученицима питања која се односе на децимални запис рационалног броја (да ли децимални запис може бити бесконачан или мора бити коначан, затим, ако је бесконачан, да ли мора бити периодичан). Након тога, обнавља са ученицима и појмове период и претпериод, илуструјући дате појмове на конкретним примерима. Обрадом примера 1 обнавља са ученицима поступак превођења рационалних бројева са коначним децималним записом у облик $\frac{a}{b}$, као и превођење бројева задатих бесконачним периодичним записом у разломак (у три корака). Затим обрадом 2. примера увежбава са ученицима превођење рационалних бројева са бесконачним периодичним записом у запис $\frac{a}{b}$ уз истицање да сваки разломак различит од нуле можемо записати као несводљив разломак, где су бројилац и именилац узајамно прости бројеви. Задаје ученицима да преведу у разломак негативне рационалне бројеве са бесконачним периодичним децималним записом (пример 3) уз подсећање да то радимо тако што запис без предзнака претворимо у разломак, а затим испред тог разломка допишемо знак „минус”. Предност записивања рационалних бројева са бесконачним периодичним децималним записом у облику разломака приликом рачунања са тим бројевима илуструје обрадом примера 4, након чега задаје ученицима да самостално реше 3. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција *1.1 Децимални запис рационалних бројева*, слајд 2 и слајд 3). Упућује ученике на документарне филмове у дигиталном уџбенику (лекција *1.1 Децимални запис рационалних бројева*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (3. задатак) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима теорему о остатку, појмове период и претпериод, као и поступке за превођење рационалних бројева у децималном запису у запис $\frac{a}{b}$. Задаје ученицима домаћи задатак (1. и 2. задатак из Уџбеника и 9. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Превођење из децималног записа у запис $\frac{a}{b}$

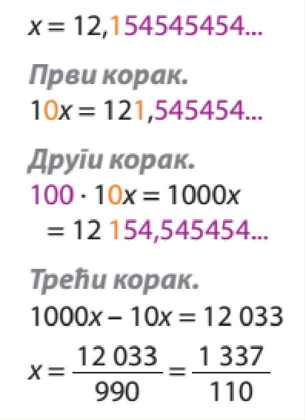

мешовити број: q целих и r m-тих делова

$$\frac{n}{m} = \frac{q \cdot m + r}{m} = q + \frac{r}{m} = q\frac{r}{m}$$


претпериод

$$7{,}318181818\ldots = 7{,}3(18)$$

период


$x = 12{,}154545454\ldots$

Први корак.

$10x = 121{,}545454\ldots$

Други корак.

$100 \cdot 10x = 1000x$

$= 12\,154{,}545454\ldots$

Трећи корак.

$1000x - 10x = 12\,033$

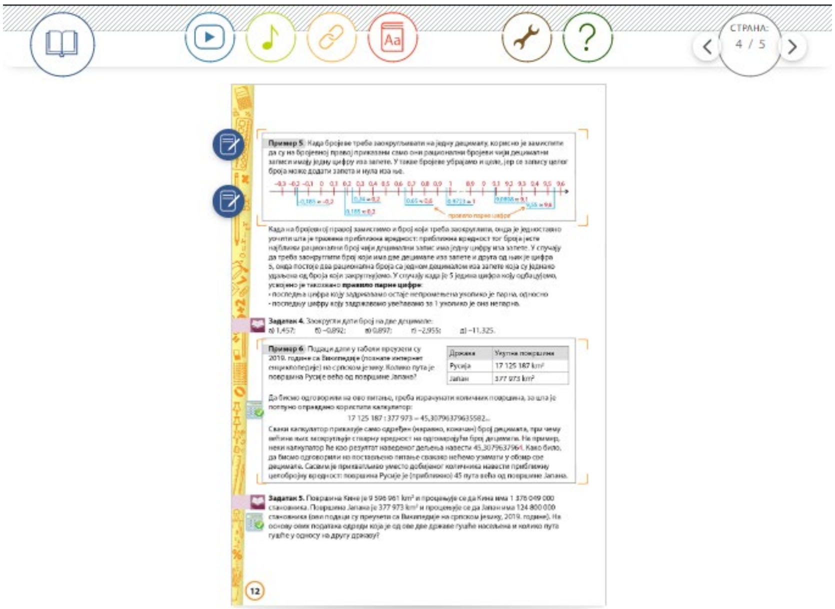
$$x = \frac{12\,033}{990} = \frac{1\,337}{110}$$

Начини провере оствареноси исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 6

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Децимални запис рационалних бројева		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање поступка превођења бројева из децималног записа у запис $\frac{a}{b}$, као и заокругљивања рационалних бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • бесконачни периодични децимални запис преведе у облик $\frac{a}{b}$, $a \in Z, b \in N$; • правилно заокругљује бројеве; • да одреди границу апсолутне грешке заокругљивања.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за решавање проблема.		
Међупредметно повезивање:	Децимални запис рационалних бројева је присутан у готово свим предметима (нпр. физика, хемија, географија) у којима се мере одређене величине и изражавају одговарајућим једниницама мере.		
Кључни појмови:	децимални запис рационалног броја		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



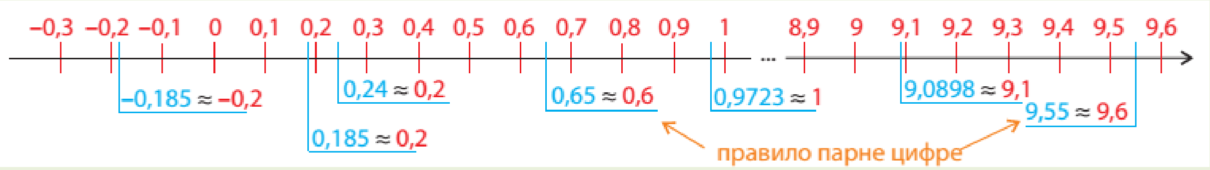
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика, па затим обнавља са ученицима теорему о остатку, појмове период и претпериод, као и поступке за превођење рационалних бројева у децималном запису у запис $\frac{a}{b}$. Подсећа ученике да се у практичним ситуацијама више користи децимални запис него разломци, јер је погоднији да се изразе резултати мерења. Истиче да се приликом решавања практичних задатака користи калкулатор или рачунар и да се током израчунавања по потреби узимају у обзир приближне вредности бројева. У складу са ситуацијом, процењујемо почев од ког места се децимале могу занемарити, тј. колика прецизност је довољна, па затим децималне записе заокругљујемо на одговарајући број децимала.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (30 минута)	
Обрадом 5. примера, представљањем на бројевној правој бројева које треба заокруглити и њихових приближних вредности, истиче значај и суштину правила којим се водимо приликом заокругљивања бројева, а то је да апсолутна грешка која настаје приликом заокругљивања буде што мања. Уједно обнавља са ученицима правила: • Ако је прва цифра коју одбацујемо 0, 1, 2, 3 или 4, цифре испред ње остају непромењене; • Ако је прва цифра коју одбацујемо 6, 7, 8 или 9, последња цифра коју задржавамо повећава се за 1; • Ако је прва цифра коју одбацујемо 5, а иза ње има још цифара, последња цифра коју задржавамо повећава се за 1; • Ако је прва цифра коју одбацујемо 5 и иза ње нема других цифара, разликујемо два случаја: а) ако је цифра испред парна, она остаје непромењена; б) ако је цифра испред непарна, она се повећава за 1. Задаје ученицима 4. задатак којим утврђују поступак заокругљивања рационалних бројева. Затим обрадом 6. примера указује на присутност и примену одређивања приближних вредности бројева у другим наукама, чиме успоставља корелацију са наставним предметом географија, као и обрадом 5. задатка из Уџбеника и 7. задатка из Збирке, које задаје ученицима да реше самостално.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – Поставља питања; – решава примере (5. и 6. пример) и задатке (4. и 5. задатак из Уџбеника и 7. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција *1.1 Децимални запис рационалних бројева*, слајд 4).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима основне појмове и тврђења која се односе на превођење рационалних бројева у децималном запису у запис $\frac{a}{b}$ и на заокругљивање бројева. Задаје ученицима домаћи задатак (3, 4. и 8. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Децимални запис рационалних бројева

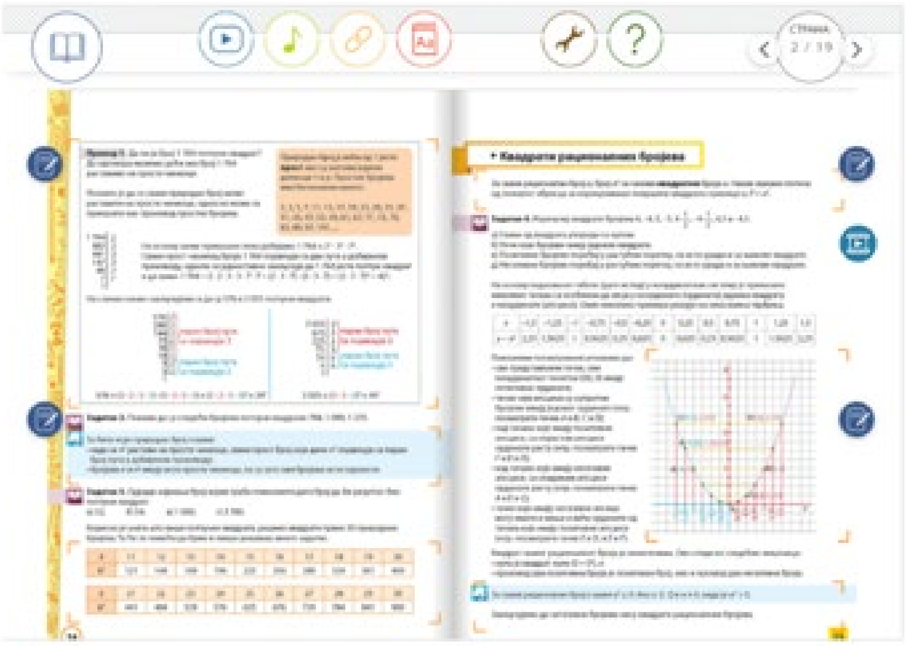


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 7

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Квадрати рационалних бројева		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са квадратом рационалног броја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна квадрат рационалног броја; • упореди квадрате рационалних бројева на основу поретка тих бројева; • упореди рационалне бројеве на основу поретка квадрата тих рационалних бројева.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Квадрати рационалних бројева су потребни за разна израчунавања у физици и хемији.		
Кључни појмови:	квадрат рационалног броја, потпун квадрат, поредак рационалних бројева и њихових квадрата		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



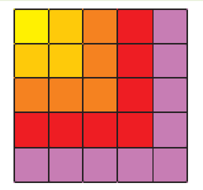
ТОК ЧАСА

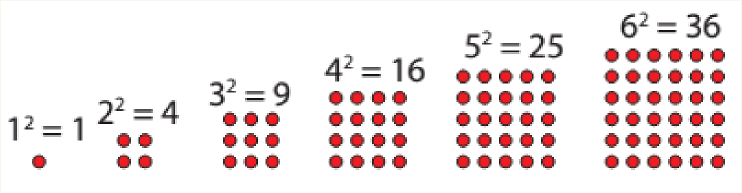
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа обрађује са ученицима 1. (мотивациони) задатак, у коме геометријски интерпретира квадратне бројеве, односно да је за $n \in N$, $1+3+\ldots+(2n-1)=n^2$.	– Прати излагање наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Уводи појам потпуног квадрата: **Природан број $\boldsymbol{n}$ је потпун квадрат ако је $\boldsymbol{n = k^2}$ за неки природан број $\boldsymbol{k}$.** Обрадом 1. примера, на конкретним примерима илуструје поступак испитивања (растављањем на просте чиниоце) да ли је одређени број потпун квадрат, након чега задаје ученицима да реше 2. задатак из Уџбеника. Потом уопштава: **За било који природан број n важи:** **• када се n^2 растави на просте чиниоце, сваки прост број који дели n^2 појављује се паран број пута у добијеном производу;** **• бројеви n и n^2имају исте просте чиниоце, па су зато ови бројеви исте парности.** Из практичних разлога задаје ученицима да препишу табеле из Уџбеника (14. страна), где су дати квадрати природних бројева друге и треће десетице. Потом упознаје ученике са тим да се за сваки рационалан број a број a^2 назива квадратом броја a. **Интерактиван приказ** – *Квадрат рационалног броја*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације), наставник илуструје појам квадрата рационалног броја (лекција *1.2 Квадрати рационалних бројева*, слајд 2) Задаје ученицима да реше 4. задатак из Уџбеника и очекује да ученици самостално уоче неке од особина квадрата рационалног броја (о чему касније дискутује са ученицима), попут ненегативности – да је квадратна функција растућа на скупу позитивних рационалних бројева, односно опадајућа на скупу негативних рационалних бројева. На основу података из табеле (15. страна), скицира график квадратне функције, након чега диктира ученицима особине (15. страна Уџбеника) које се могу уочити на графичкој репрезентацији квадратне функције. Записује на табли: **За сваки рационалан број $\boldsymbol{a}$ важи $\boldsymbol{a^2 \geq 0}$. Ако $\boldsymbol{a \in Q}$ и $\boldsymbol{a \neq 0}$, онда је $\boldsymbol{a^2 > 0}$.**	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2. и 3. пример) и задатке (1, 2. и 4. задатак) уз помоћ наставника.

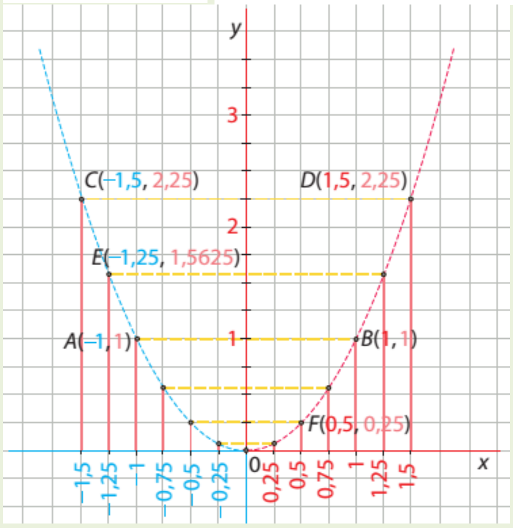
Истиче да негативни бројеви нису квадрати рационалних бројева. Записује на табли: - Ако је $a < b < 0$, онда је $a^2 > b^2$. - Ако је $0 < a < b$, онда је је $a^2 < b^2$. - Ако су a, b негативни, из $a^2 < b^2$ следи $a > b$. - Ако су a, b позитивни, из $a^2 < b^2$ следи $a < b$. - У случају да бројеви нису истог знака, на основу њиховог поретка не можемо закључивати о поретку њихових квадрата и обрнуто. Истиче: **Квадрати супротних рационалних бројева су једнаки. За $a \in Q$ важи $a^2 = (-a)^2$.** На конкретним примерима (2. и 3. пример) упућује ученике да једначина $x^2 = r$, где је $r > 0$, има два различита решења и да су притом та решења супротни бројеви. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција *1.2 Квадрати рационалних бројева*, слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појам потпуног квадрата природног и рационалног броја, као и особине квадрата рационалног броја. Задаје ученицима домаћи задатак (3. и 5. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Квадрати рационалних бројева





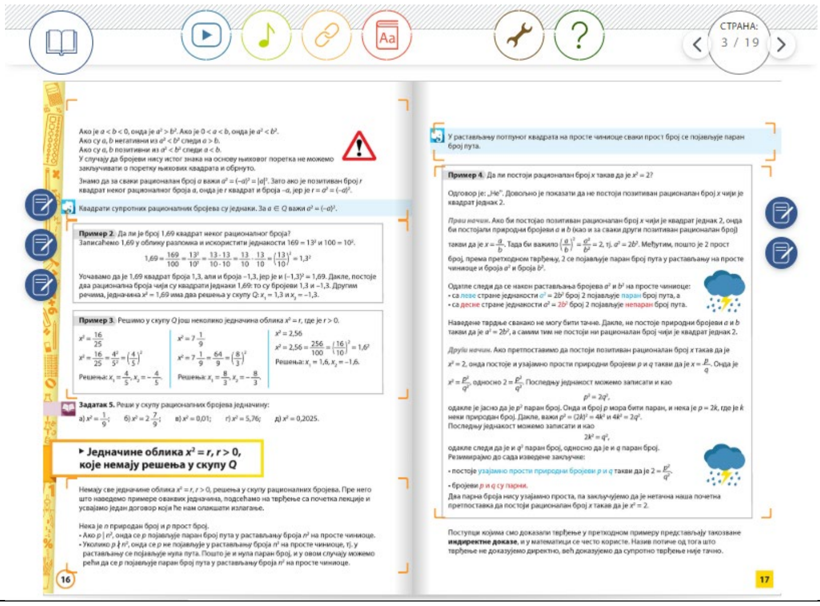


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 8

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу Q		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања о квадрату рационалног броја и упознавање ученика са решавањем једначина облика $x^2 = p$.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна квадрат рационалног броја; • утврди да ли једначина облика $x^2 = r$ има решења у скупу рационалних бројева; • реши једначину облика $x^2 = r$ која има решења у скупу рационалних бројева.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање поступка решавања једначине облика $x^2 = p$ неопходно је за решавање задатака и проблема из физике.		
Кључни појмови:	Квадрат рационалног броја, потпун квадрат, поредак рационалних бројева и њихових квадрата, једначина облика $x^2 = r$		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Ако је $a < b < 0$, онда је $a^2 > b^2$. Ако је $0 < a < b$, онда је $a^2 < b^2$.
Ако су a, b негативни из $a^2 < b^2$ следи $a > b$.
Ако су a, b позитивни из $a^2 < b^2$ следи $a < b$.
У случају да бројеви нису истог знака на основу њиховог поретка не можемо закључивати о поретку њихових квадрата и обрнуто.

Знамо да за сваки рационалан број a важи $a^2 = (-a)^2 = |a|^2$. Зато ако је позитиван број r квадрат неког рационалног броја a, онда је r квадрат и броја $-a$, јер је $r = a^2 = (-a)^2$.

Квадрати супротних рационалних бројева су једнаки. За $a \in Q$ важи $a^2 = (-a)^2$.

Пример 2. Да ли је број 1,69 квадрат неког рационалног броја?
Записаћемо 1,69 у облику разломка и искористити једнакости $169 = 13^2$ и $100 = 10^2$.

$$1{,}69 = \frac{169}{100} = \frac{13^2}{10^2} = \frac{13 \cdot 13}{10 \cdot 10} = \frac{13}{10} \cdot \frac{13}{10} = \left(\frac{13}{10}\right)^2 = 1{,}3^2$$

Уочавамо да је 1,69 квадрат броја 1,3, али и броја $-1{,}3$, јер је и $(-1{,}3)^2 = 1{,}69$. Дакле, постоје два рационална броја чији су квадрати једнаки 1,69: то су бројеви 1,3 и $-1{,}3$. Другим речима, једначина $x^2 = 1{,}69$ има два решења у скупу Q: $x_1 = 1{,}3$ и $x_2 = -1{,}3$.

Пример 3. Решимо у скупу Q још неколико једначина облика $x^2 = r$, где је $r > 0$.

$x^2 = \frac{16}{25}$
$x^2 = \frac{16}{25} = \frac{4^2}{5^2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$
Решења: $x_1 = \frac{4}{5}$, $x_2 = -\frac{4}{5}$.

$x^2 = 7\frac{1}{9}$
$x^2 = 7\frac{1}{9} = \frac{64}{9} = \left(\frac{8}{3}\right)^2$
Решења: $x_1 = \frac{8}{3}$, $x_2 = -\frac{8}{3}$.

$x^2 = 2{,}56$
$x^2 = 2{,}56 = \frac{256}{100} = \left(\frac{16}{10}\right)^2 = 1{,}6^2$
Решења: $x_1 = 1{,}6$, $x_2 = -1{,}6$.

Задатак 5. Реши у скупу рационалних бројева једначину:
а) $x^2 = \frac{1}{9}$; б) $x^2 = 2\frac{7}{9}$; в) $x^2 = 0{,}01$; г) $x^2 = 5{,}76$; д) $x^2 = 0{,}2025$.

▸ Једначине облика $x^2 = r$, $r > 0$, које немају решења у скупу Q

Немају све једначине облика $x^2 = r$, $r > 0$, решења у скупу рационалних бројева. Пре него што наведемо примере оваквих једначина, подсећамо на тврђење са почетка лекције и усвајамо један договор који ће нам олакшати излагање.

Нека је n природан број и p прост број.
- Ако $p \mid n^2$, онда се p појављује паран број пута у растављању броја n^2 на просте чиниоце.
- Уколико $p \nmid n^2$, онда се p не појављује у растављању броја n^2 на просте чиниоце, тј. у растављању се појављује нула пута. Пошто је и нула паран број, и у овом случају можемо рећи да се p појављује паран број пута у растављању броја n^2 на просте чиниоце.

16

У растављању потпуног квадрата на просте чиниоце сваки прост број се појављује паран број пута.

Пример 4. Да ли постоји рационалан број x такав да је $x^2 = 2$?

Одговор је: „Не". Довољно је показати да не постоји позитиван рационалан број x чији је квадрат једнак 2.

Први начин. Ако би постојао позитиван рационалан број x чији је квадрат једнак 2, онда би постојали природни бројеви a и b (као и за сваки други позитиван рационалан број) такви да је $x = \frac{a}{b}$. Тада би важило $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$, тј. $a^2 = 2b^2$. Међутим, пошто је 2 прост број, према претходном тврђењу, 2 се појављује паран број пута у растављању на просте чиниоце и броја a^2 и броја b^2.

Одатле следи да се након растављања бројева a^2 и b^2 на просте чиниоце:
- са леве стране једнакости $a^2 = 2b^2$ број 2 појављује паран број пута, а
- са десне стране једнакости $a^2 = 2b^2$ број 2 појављује непаран број пута.

Наведене тврдње свакако не могу бити тачне. Дакле, не постоје природни бројеви a и b такви да је $a^2 = 2b^2$, а самим тим не постоји ни рационалан број чији је квадрат једнак 2.

Други начин. Ако претпоставимо да постоји позитиван рационалан број x такав да је $x^2 = 2$, онда постоје и узајамно прости природни бројеви p и q такви да је $x = \frac{p}{q}$. Онда је $x^2 = \frac{p^2}{q^2}$, односно $2 = \frac{p^2}{q^2}$. Последњу једнакост можемо записати и као

$$p^2 = 2q^2,$$

одакле је јасно да је p^2 паран број. Онда и број p мора бити паран, и нека је $p = 2k$, где је k неки природан број. Дакле, важи $p^2 = (2k)^2 = 4k^2$ и $4k^2 = 2q^2$.
Последњу једнакост можемо записати и као

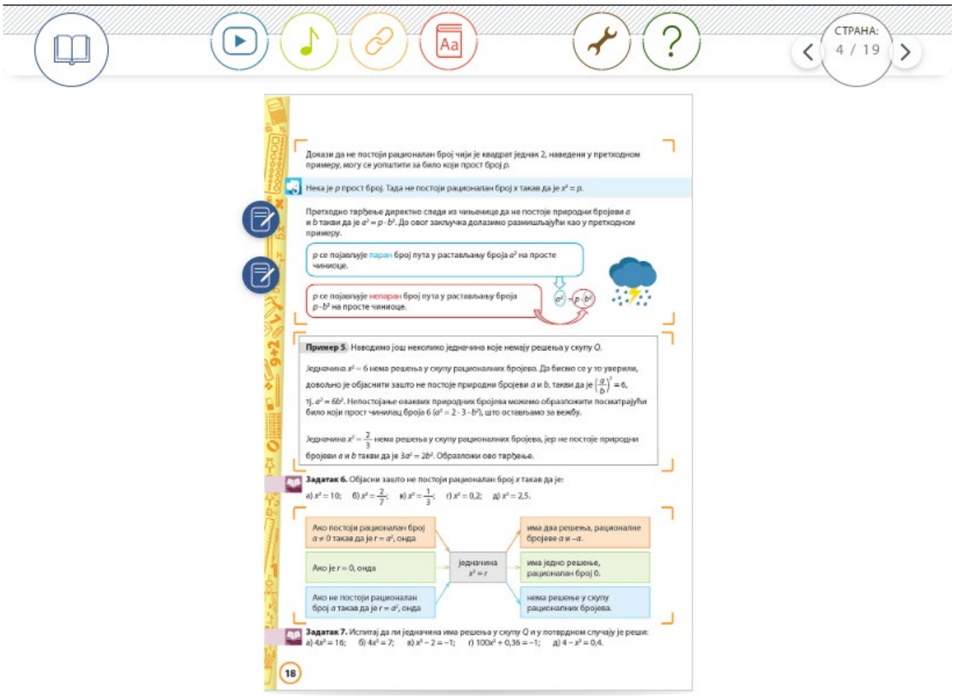
$$2k^2 = q^2,$$

одакле следи да је и q^2 паран број, односно да је и q паран број.
Резимирајмо до сада изведене закључке:
- постоје узајамно прости природни бројеви p и q такви да је $2 = \frac{p^2}{q^2}$.
- бројеви p и q су парни.

Два парна броја нису узајамно проста, па закључујемо да је нетачна наша почетна претпоставка да постоји рационалан број x такав да је $x^2 = 2$.

Поступци којима смо доказали тврђење у претходном примеру представљају такозване **индиректне доказе**, и у математици се често користе. Назив потиче од тога што тврђење не доказујемо директно, већ доказујемо да супротно тврђење није тачно.

17



Докази да не постоји рационалан број чији је квадрат једнак 2, наведени у претходном примеру, могу се уопштити за било који прост број p.

Нека је p прост број. Тада не постоји рационалан број x такав да је $x^2 = p$.

Претходно тврђење директно следи из чињенице да не постоје природни бројеви a и b такви да је $a^2 = p \cdot b^2$. До овог закључка долазимо размишљајући као у претходном примеру.

p се појављује паран број пута у растављању броја a^2 на просте чиниоце.

p се појављује непаран број пута у растављању броја $p \cdot b^2$ на просте чиниоце.

$a^2 = p \cdot b^2$

Пример 5. Наводимо још неколико једначина које немају решења у скупу Q.

Једначина $x^2 = 6$ нема решења у скупу рационалних бројева. Да бисмо се у то уверили, довољно је објаснити зашто не постоје природни бројеви a и b, такви да је $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 6$, тј. $a^2 = 6b^2$. Непостојање оваквих природних бројева можемо образложити посматрајући било који прост чинилац броја 6 ($a^2 = 2 \cdot 3 \cdot b^2$), што остављамо за вежбу.

Једначина $x^2 = \frac{2}{3}$ нема решења у скупу рационалних бројева, јер не постоје природни бројеви a и b такви да је $3a^2 = 2b^2$. Образложи ово тврђење.

Задатак 6. Објасни зашто не постоји рационалан број x такав да је:
а) $x^2 = 10$; б) $x^2 = \frac{2}{7}$; в) $x^2 = \frac{1}{3}$; г) $x^2 = 0,2$; д) $x^2 = 2,5$.

Ако постоји рационалан број $a \neq 0$ такав да је $r = a^2$, онда

Ако је $r = 0$, онда

Ако не постоји рационалан број a такав да је $r = a^2$, онда

једначина $x^2 = r$

има два решења, рационалне бројеве a и $-a$.

има једно решење, рационалан број 0.

нема решење у скупу рационалних бројева.

Задатак 7. Испитај да ли једначина има решења у скупу Q и у потврдном случају је реши:
а) $4x^2 = 16$; б) $4x^2 = 7$; в) $x^2 - 2 = -1$; г) $100x^2 + 0,36 = -1$; д) $4 - x^2 = 0,4$.

18

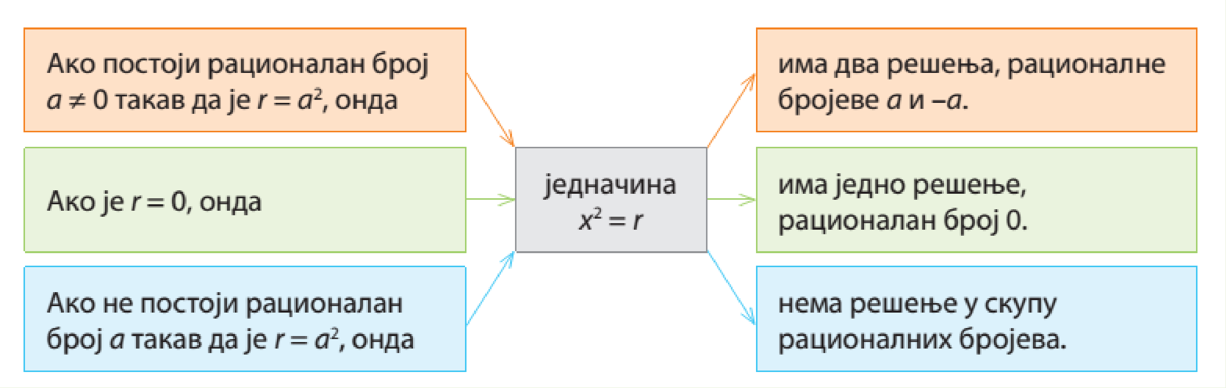
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка, односно успешност ученика у решавању једначина $x^2 = r$, где је r рационалан број. Затим обнавља са ученицима особине квадрата рационалног броја.	– Прати излагање наставника; – одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (30 минута)	
Наглашава да немају све једначине облика $x^2 = r, r > 0$ решења у скупу рационалних бројева. Диктира ученицима: Нека је n природан број и p прост број. • Ако $p \mid n^2$, онда се p појављује паран број пута у растављању броја n^2 на просте чиниоце. • Ако $p \nmid n^2$, онда се p не појављује у растављању броја n^2 на просте чиниоце, тј. у растављању се појављује нула пута. Пошто је и нула паран број, и у овом случају можемо рећи да се p појављује паран број пута у растављању броја n^2 на просте чиниоце. Упознаје ученике са тврђењем: **У растављању потпуног квадрата на просте чиниоце сваки прост број се појављује паран број пута.** Обрадом 4. примера индиректним доказом (на два начина), доказује да не постоји рационалан број x такав да је $x^2 = 2$. Уопштава:	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (4. и 5. пример) и задатке (6. и 7. задатак) уз помоћ наставника.

Нека је p прост број. Тада не постоји рационалан број x такав да је $x^2 = p$. Наводи још неке једначине облика $x^2 = p$ које немају решења у скупу рационалних бројева (пример 5), након чега задаје ученицима да реше 6. задатак. Наставник потом задаје ученицима да препишу у своје свеске схему (18. страна Уџбеника) која говори о броју решења једначине $x^2 = r$, у зависности од вредности броја r, након чега им задаје да реше 7. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција *1.2 Квадрати рационалних бројева*, слајд 3 и слајд 4).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима да не постоји рационалан број $\boldsymbol{x}$ такав да је $\boldsymbol{x^2 = p}$, за прост број $\boldsymbol{p}$, као и број решења једначине $\boldsymbol{x^2 = r}$, $\boldsymbol{r \in Q^+}$, у скупу рационалних бројева, у зависности од тога да ли постоји рационалан број $\boldsymbol{a}$ такав да је $\boldsymbol{r = a^2}$. Задаје ученицима домаћи задатак (30. и 40. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу Q



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака

ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 9

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Квадрати природних и рационалних бројева		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања о квадратима природних и рационалних бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна квадрат рационалног броја; • утврди да ли једначина облика $x^2 = r$ има решења у скупу рационалних бројева; • реши једначину облика $x^2 = r$ која има решења у скупу рационалних бројева.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање поступака одређивања квадрата рационалног броја и решавања једначине облика $x^2 = r, r > 0$, неопходно је за решавање задатака и проблема из физике.		
Кључни појмови:	квадрат природног броја, квадрат рационалног броја		

ТОК ЧАСА

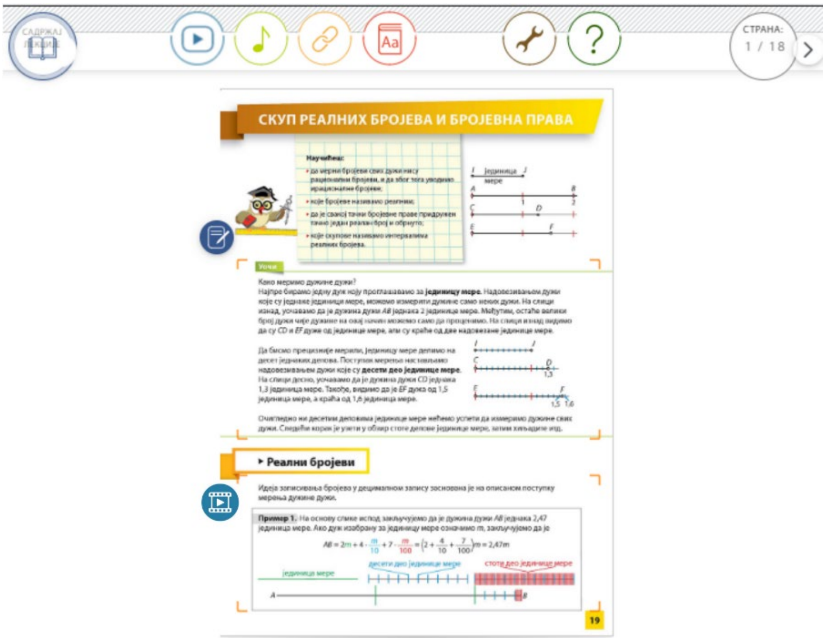
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика и обнавља са ученицима да не постоји рационалан број x такав да је $x^2 = p$, за прост број p, као и број решења једначине $x^2 = r, r \in Q^+$, у скупу рационалних бројева, у зависности од тога да ли постоји рационалан број a такав да је $r = a^2$.	– Прати излагање наставника; – одговара на питања која поставља наставник.

<table>
<tr><th colspan="2">Главни део часа (35 минута)</th></tr>
<tr><td>Задаје ученицима задатке којима утврђују квадрат рационалног броја и решавање једначине облика $x^2 = r, r > 0$.
Најпре задаје ученицима 20. задатак из Збирке задатака, којим ученици још једном успостављају везу између алгебарске и геометријске репрезентације квадрата рационалног броја. Потом ученици решавају 21. задатак, којим утврђују да када се n^2 растави на просте чиниоце, сваки прост број који дели n^2 се појављује паран број пута у добијеном производу. Израдом 22. задатка, ученици утврђују поредак квадрата рационалних бројева у односу на знак и однос апсолутних вредности тих бројева. Израчунавање нешто сложенијих бројевних израза са квадратима рационалних бројева ученици утврђују решавањем 32. задатка, који им задаје наставник. Наставник им задаје и 34. задатак, чијом израдом ученици дате изразе преводе у математички запис и потом им одређују вредности. Уколико остане довољно времена, задаје им и 39. задатак из Уџбеника (у супротном тај задатак остаје за домаћи рад ученика).</td><td>– Прати упутства наставника;
– учествује у дискусији;
– даје промишљене одговоре на постављена питања;
– анализира и закључује;
– поставља питања;
– решава задатке (20, 21, 22, 32, 34. и 39. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Завршни део часа (5 минута)</th></tr>
<tr><td>Понавља са ученицима основна тврђења и основне особине квадрата рационалних бројева. Задаје ученицима домаћи задатак (19. и 31. задатак из Збирке).</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td>– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td></td></tr>
</table>

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 10

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Реални бројеви и бројевна права		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са представљањем реалних бројева на бројевној правој.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • представи реалан број на бројевној правој; • објасни везу између скупова рационалних, ирационалних и реалних бројева; • на основу децималног записа реалног броја утврди да ли је дати број рационалан или ирационалан; • правилно заокругли реалан број; • одреди границу апсолутне грешке при датом заокругљивању.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • дигиталну компетенцију.		
Међупредметно повезивање:	Ирационални бројеви су присутни у садржајима наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	бројевна права, скуп ирационалних бројева, децимални запис ирационалног броја		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



СКУП РЕАЛНИХ БРОЈЕВА И БРОЈЕВНА ПРАВА

Научићеш:
- да мерни бројеви свих дужи нису рационални бројеви, и да због тога уводимо ирационалне бројеве;
- које бројеве називамо реалним;
- да је свакој тачки бројевне праве придружен тачно један реалан број и обрнуто;
- које скупове називамо интервалима реалних бројева.

Уочи

Како меримо дужине дужи?
Најпре бирамо једну дуж коју проглашавамо за **јединицу мере**. Надовезивањем дужи које су једнаке јединици мере, можемо измерити дужине само неких дужи. На слици изнад, уочавамо да је дужина дужи AB једнака 2 јединице мере. Међутим, остаће велики број дужи чије дужине на овај начин можемо само да проценимо. На слици изнад видимо да су CD и EF дуже од јединице мере, али су краће од две надовезане јединице мере.

Да бисмо прецизније мерили, јединицу мере делимо на десет једнаких делова. Поступак мерења настављамо надовезивањем дужи које су **десети део јединице мере**. На слици десно, уочавамо да је дужина дужи CD једнака 1,3 јединица мере. Такође, видимо да је EF дужа од 1,5 јединица мере, а краћа од 1,6 јединица мере.

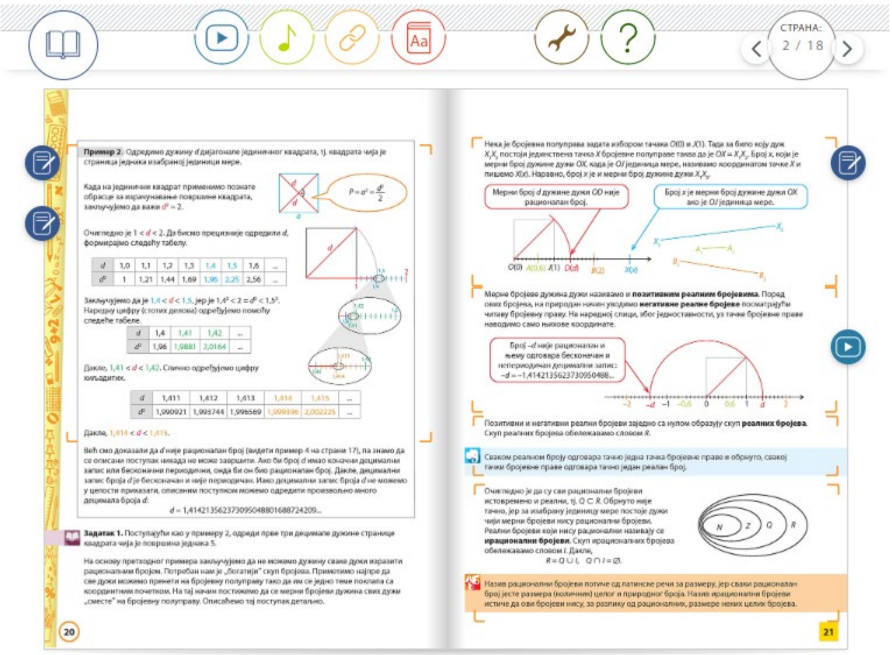
Очигледно ни десетим деловима јединице мере нећемо успети да измеримо дужине свих дужи. Следећи корак је узети у обзир стоте делове јединице мере, затим хиљадите итд.

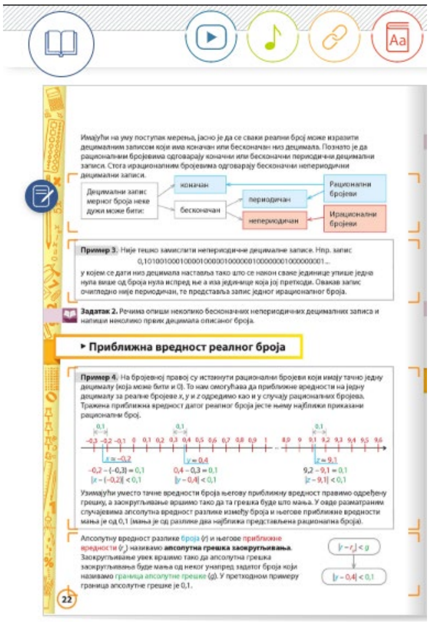
▸ **Реални бројеви**

Идеја записивања бројева у децималном запису заснована је на описаном поступку мерења дужине дужи.

Пример 1. На основу слике испод закључујемо да је дужина дужи AB једнака 2,47 јединица мере. Ако дуж изабрану за јединицу мере означимо m, закључујемо да је

$$AB = 2m + 4 \cdot \frac{m}{10} + 7 \cdot \frac{m}{100} = \left(2 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}\right)m = 2{,}47m$$





ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа понавља са ученицима шта је потребно изабрати пре мерења дужине дужи (и уопштено, приликом било ког мерења). Након што ученици закључе да је то јединица мере, на конкретним примерима илуструје потребу за мањим јединицама мере и то повезује са декадним системом бројева. На конкретном примеру (1. пример) показује да је идеја записивања бројева у децималном запису заснована на поступку мерења дужине дужи.	– Прати излагање наставника; – одговара на питања која поставља наставник.

Главни део часа (35 минута)	
За разлику од 1. примера, где је мерни број за дужину дужи био рационалан број, обрадом 2. примера указује ученицима да то није увек случај. Приликом одређивања дужине дијагонале јединичног квадрата, истиче да понављањем изложеног поступка грешка постаје мања, али да се дати поступак никада не може завршити пошто број $d\ (d^2 = 2)$ није рационалан. **Твиг филм** – *Ирационални бројеви – Питагора*. Наставник пушта ученицима филм који говори о Питагори, Питагорејској школи и кризи насталој сазнањем да дужина дијагонале јединичног квадрата није рационалан број (лекција *1.3 Скуп реалних бројева и бројевна права*, слајд 2). Истиче да мерне бројеве дужина дужи називамо и позитивним реалним бројевима и да поред њих на природан начин уводимо негативне реалне бројеве, посматрајући читаву бројевну праву. Наглашава да позитивни и негативни реални бројеви заједно са нулом образују скуп реалних бројева и упознаје ученике са нотацијом за скуп реалних бројева. Потом записује на табли: **Сваком реалном броју одговара тачно једна тачка бројевне праве и обрнуто, свакој тачки бројевне праве одговара тачно један реалан број.** Затим изводи неког од ученика који су се добровољно јавили да Веновим дијаграмом представи повезаност између скупова природних, целих и рационалних бројева, а након краће дискусије доцртава и скуп реалних бројева као надскуп поменутих скупова бројева. Након дискусије на тему да ли су сви реални бројеви рационални и обратно, диктира ученицима: Сви рационални бројеви су истовремено и реални, док обрнуто није тачно, јер за изабрану јединицу мере постоје дужи чији мерни бројеви нису рационални бројеви. Реални бројеви који нису рационални називају се ирационални бројеви. Уводи и нотацију за скуп ирационалних бројева, па записује на табли: $R = Q \cup I,\ \ Q \cap I = \emptyset$. **Интерактиван приказ** – *Реални, рационални и ирационални бројеви*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације), наставник истиче разлике рационалних и ирационалних бројева и упознаје ученике са правилима за заокругљивање реалних бројева (лекција *1.3 Скуп реалних бројева и бројевна права*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

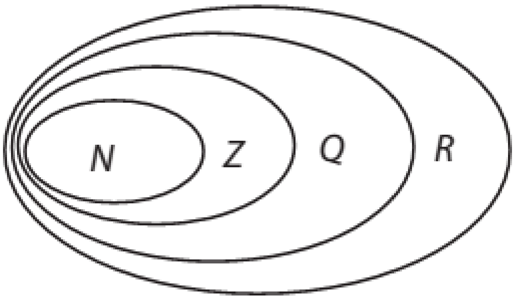
<table>
<tr><td>Након подсећања на децимални запис рационалних бројева, наглашава да ирационалним бројевима одговарају бесконачни непериодични децимални записи. Пример једног бесконачног непериодичног децималног записа илуструје 3. примером.
Након обраде 4. примера, упућује ученике у појмове апсолутна грешка заокругљивања и граница апсолутне грешке. Задаје ученицима да реше 3. задатак, а потом дискутује са њима о томе да када на бројевној правој замислимо ирационалан број који треба заокруглити, онда је једноставно уочити да је тражена приближна вредност тог броја најближи рационални број чији децимални запис има потребан број децимала. Истиче да одатле следи да ирационалне, па тиме и све реалне бројеве, заокругљујемо користећи иста правила као у случају рационалних бројева.
Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција *1.3 Скуп реалних бројева и бројевна права*, слајдови 1, 2 и 3).</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">**Завршни део часа (5 минута)**</td></tr>
<tr><td>Понавља са ученицима да унија скупа рационалних и ирационалних бројева представља скуп реалних бројева. Понавља са ученицима какав децимални запис одликује ирационалне бројеве и понавља појмове апсолутна грешка заокругљивања и граница апсолутне грешке. Задаје ученицима домаћи задатак (1, 2. и 4. задатак из Уџбеника, као и да прецртају у свеску схему на 22. страни Уџбеника која илуструје везу између рационалних, односно ирационалних бројева са одговарајућим децималним записом тих бројева).</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
</table>

Изглед табле

Реални бројеви и бројевна права

d	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	...
d^2	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,56	...

d	1,411	1,412	1,413	1,414	1,415	...
d^2	1,990921	1,993744	1,996569	1,999396	2,002225	...



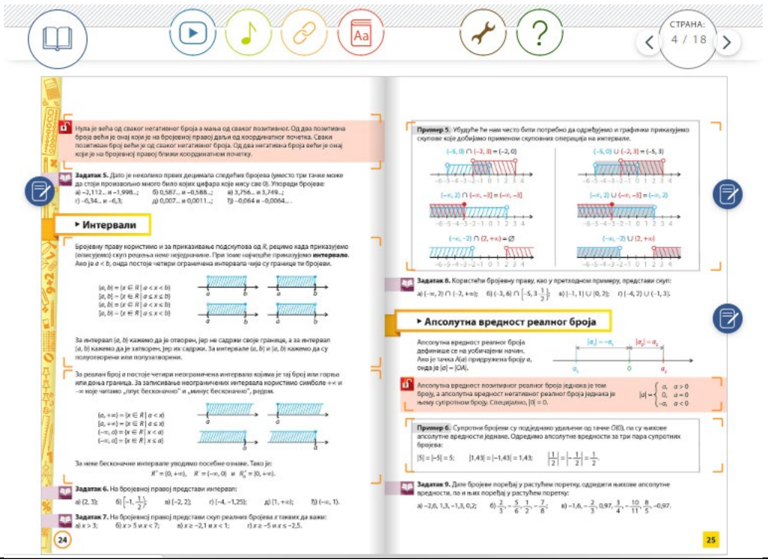
$|r - r_p| < g$

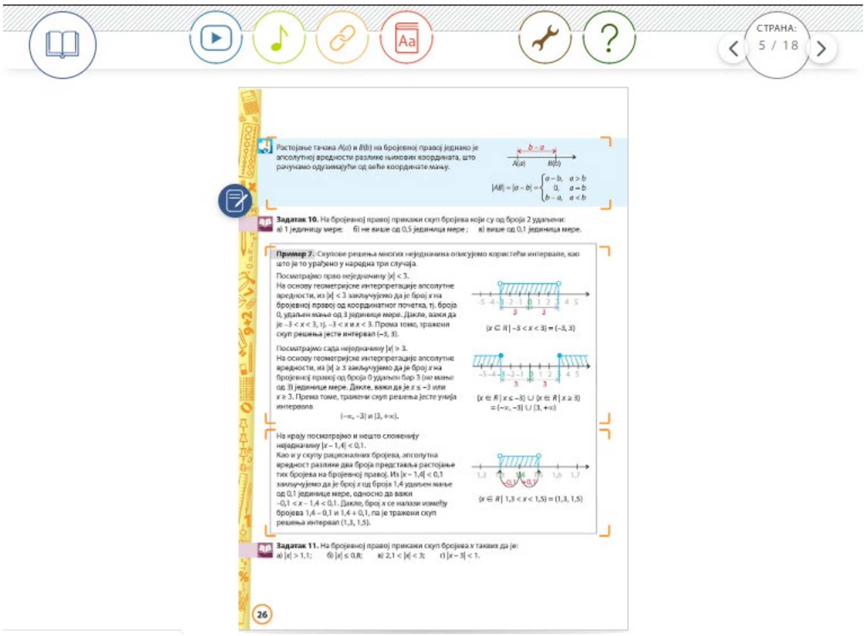
Начини провере оствареноcти исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 11

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Интервали и апсолутна вредност		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о представљању реалних бројева на бројевној правој и упознавање ученика са интервалима у скупу реалних бројева и њиховим графичким представљањем.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • упореди два реална броја; • одреди да ли је интервал отворен, полуотворен (полузатворен) или затворен; • графички (на бројевној правој) представи дати интервал; • одреди апсолутну вредност реалног броја; • реши једноставнију неједначину у скупу реалних бројева и представи решење неједначине на бројевној правој.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Интервали и апсолутна вредност реалних бројева су присутни у садржајима наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	поредак реалних бројева, интервали, апсолутна вредност реалног броја, неједначине са апсолутном вредношћу		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





Растојање тачака $A(a)$ и $B(b)$ на бројевној правој једнако је апсолутној вредности разлике њихових координата, што рачунамо одузимајући од веће координате мању.

$$|AB| = |a-b| = \begin{cases} a-b, & a>b \\ 0, & a=b \\ b-a, & a<b \end{cases}$$

Задатак 10. На бројевној правој прикажи скуп бројева који су од броја 2 удаљени:
а) 1 јединицу мере; б) не више од 0,5 јединица мере; в) више од 0,1 јединица мере.

Пример 7. Скупове решења многих неједначина описујемо користећи интервале, као што је то урађено у наредна три случаја.

Посматрајмо прво неједначину $|x| < 3$.
На основу геометријске интерпретације апсолутне вредности, из $|x| < 3$ закључујемо да је број x на бројевној правој од координатног почетка, тј. броја 0, удаљен мање од 3 јединице мере. Дакле, важи да је $-3 < x < 3$, тј. $-3 < x$ и $x < 3$. Према томе, тражени скуп решења јесте интервал $(-3, 3)$.

$\{x \in R \mid -3 < x < 3\} = (-3, 3)$

Посматрајмо сада неједначину $|x| \geq 3$.
На основу геометријске интерпретације апсолутне вредности, из $|x| \geq 3$ закључујемо да је број x на бројевној правој од броја 0 удаљен бар 3 (не мање од 3) јединице мере. Дакле, важи да је $x \leq -3$ или $x \geq 3$. Према томе, тражени скуп решења јесте унија интервала

$(-\infty, -3]$ и $[3, +\infty)$.

$\{x \in R \mid x \leq -3\} \cup \{x \in R \mid x \geq 3\} = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$

На крају посматрајмо и нешто сложенију неједначину $|x - 1{,}4| < 0{,}1$.
Као и у скупу рационалних бројева, апсолутна вредност разлике два броја представља растојање тих бројева на бројевној правој. Из $|x - 1{,}4| < 0{,}1$ закључујемо да је број x од броја 1,4 удаљен мање од 0,1 јединице мере, односно да важи $-0{,}1 < x - 1{,}4 < 0{,}1$. Дакле, број x се налази између бројева $1{,}4 - 0{,}1$ и $1{,}4 + 0{,}1$, па је тражени скуп решења интервал $(1{,}3, 1{,}5)$.

$\{x \in R \mid 1{,}3 < x < 1{,}5\} = (1{,}3, 1{,}5)$

Задатак 11. На бројевној правој прикажи скуп бројева x таквих да је:
а) $|x| > 1{,}1$; б) $|x| \leq 0{,}8$; в) $2{,}1 < |x| < 3$; г) $|x - 3| < 1$.

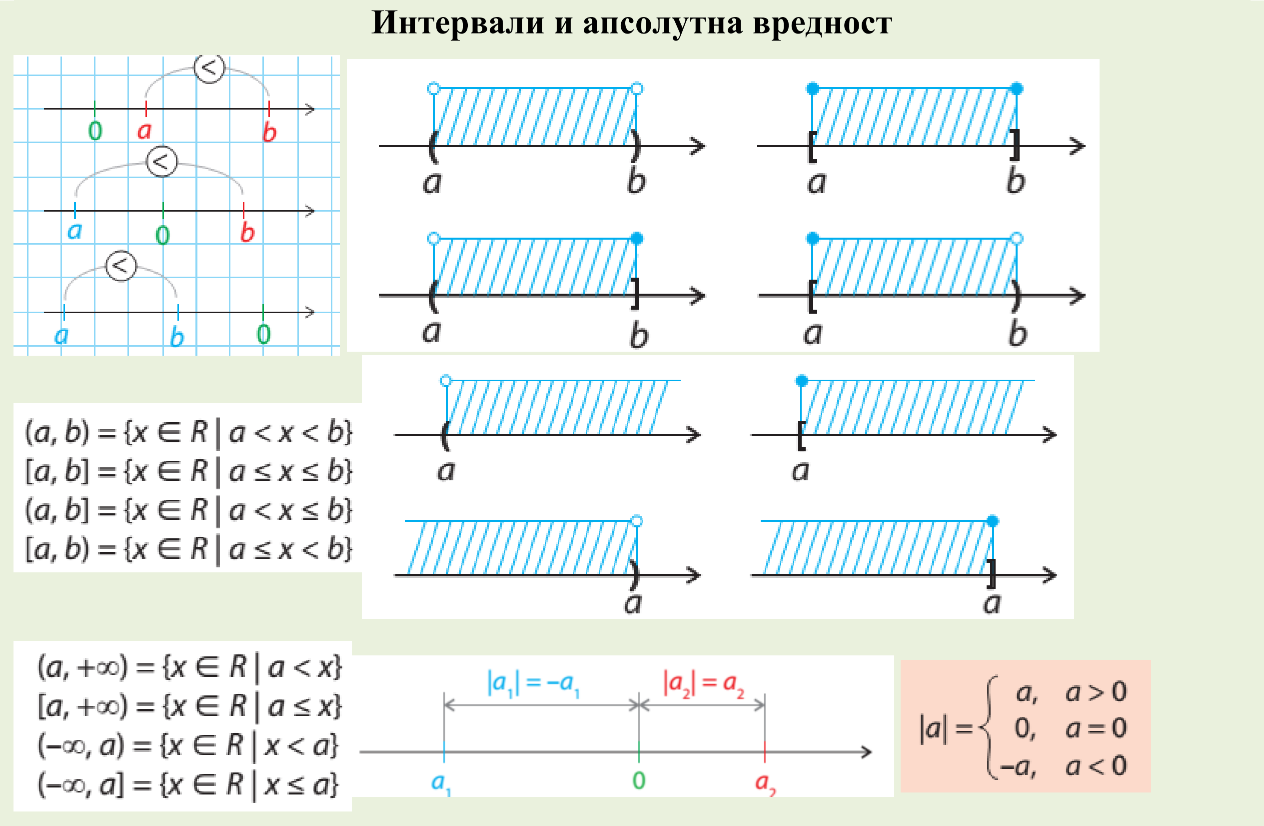
26

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа понавља са ученицима да скуп реалних бројева представља унију скупова рационалних и ирационалних бројева. Понавља са ученицима карактеристике децималног записа ирационалних и рационалних бројева и понавља појмове апсолутна грешка заокругљивања и граница апсолутне грешке. Такође, наставник обнавља апсолутну вредност рационалног броја и навођењем неколико примера проверава степен познавања појма апсолутне вредности. Потом анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (35 минута)	
Пита ученике како би својим речима објаснили поредак реалних бројева служећи се бројевном правом. Након краће дискусије закључује да је, без обзира на знак два реална броја, реалан број a мањи од реалног броја b ако се тачка $A(a)$ придружена броју a налази лево од тачке $B(b)$ придружене броју b. Затим диктира ученицима: **Нула је већа од сваког негативног броја, а мања од сваког позитивног. Од два позитивна броја већи је онај који је на бројевној правој даљи од координатног почетка. Сваки позитиван број већи је од сваког негативног броја. Од два негативна броја већи је онај који је на бројевној правој ближи координатном почетку.**	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (5, 6. и 7. пример) и задатке (5. и 6. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Ученицима потом задаје да реше 5. задатак. Затим прелази на један од важнијих појмова математике (интервал у скупу реалних бројева). Наглашава да бројевну праву користимо не само за упоређивање реалних бројева, већ и за приказивање подскупова скупа реалних бројева и да том приликом најчешће приказујемо интервале.Упознаје ученике да ако је $a < b$, онда постоје четири ограничена интервала чије су границе ти бројеви, и упознаје ученике са отвореним, затвореним и полуотвореним (полузатвореним) интервалима. Све дате интервале представља на бројевној правој коришћењем фломастера (креде) различитих боја. Описује и неограничнее интервале. Означава посебно интревале за скупове: R^{+}, R^{-}, R_0^{+}. Наставник потом задаје ученицима 6. задатак, након чега их упознаје са тим да је неретко потребно приказати графички (на бројевној правој) пресек или унију два или више интервала и тај поступак илуструје обрадом 5. примера. Апсолутну вредност реалног броја уводи најпре геометријском интерпретацијом апсолутног броја, након чега записује на табли: **Апсолутна вредност позитивног реалног броја једнака је том броју, а апсолутна вредност негативног реалног броја једнака је њему супротном броју. Специјално, $\|0\| = 0$.** Дефиницију записује и коришћењем математичке нотације. Након што обрадом 6. примера подсети ученике да су апсолутне вредности супротних бројева једнаке, диктира ученицима: Растојање тачака $A(a)$ и $B(b)$ на бројевној правој једнако је апсолутној вредности разлике њихових координата, што можемо да рачунамо одузимајући од веће координате мању. За крај, обрадом 7. примера упућује ученике како да графички прикажу решења неједначина са апсолутном вредношћу и истиче да скупове решења многих неједначина описујемо користећи интервале. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција *1.3 Скуп реалних бројева и бројевна права*, слајдови 4 и 5).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима поредак реалних бројева, интервале и апослутну вредност реалног броја. Отклања евентуалне нејасноће и недоумице код ученика, па потом задаје домаћи задатак (7, 8, 9, 10. и 11. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Интервали и апсолутна вредност

$(a, b) = \{x \in R \mid a < x < b\}$
$[a, b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$
$(a, b] = \{x \in R \mid a < x \leq b\}$
$[a, b) = \{x \in R \mid a \leq x < b\}$

$(a, +\infty) = \{x \in R \mid a < x\}$
$[a, +\infty) = \{x \in R \mid a \leq x\}$
$(-\infty, a) = \{x \in R \mid x < a\}$
$(-\infty, a] = \{x \in R \mid x \leq a\}$

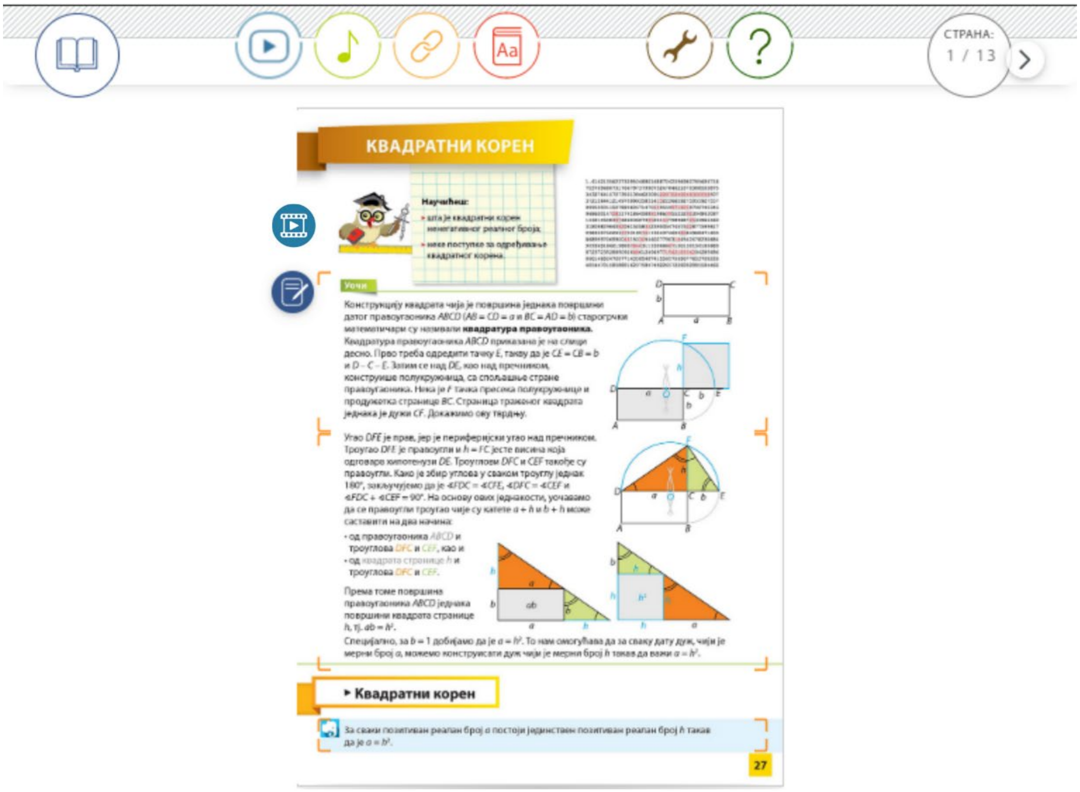
$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 12

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Квадратни корен		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са појмом и одређивањем квадратног корена позитивног реалног броја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна квадратни корен позитивног реалног броја.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Одређивање квадратног корена реалног броја је неопходно за решавање конкретних задатака и проблема из физике и хемије.		
Кључни појмови:	квадратни корен, одређивање квадратног корена		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



КВАДРАТНИ КОРЕН

Научићеш:
- шта је квадратни корен ненегативног реалног броја;
- неке поступке за одређивање квадратног корена.

Уочи

Конструкцију квадрата чија је површина једнака површини датог правоугаоника $ABCD$ ($AB = CD = a$ и $BC = AD = b$) старогрчки математичари су називали **квадратура правоугаоника.** Квадратура правоугаоника $ABCD$ приказана је на слици десно. Прво треба одредити тачку E, такву да је $CE = CB = b$ и $D - C - E$. Затим се над DE, као над пречником, конструише полукружница, са спољашње стране правоугаоника. Нека је F тачка пресека полукружнице и продужетка странице BC. Страница траженог квадрата једнака је дужи CF. Докажимо ову тврдњу.

Угао DFE је прав, јер је периферијски угао над пречником. Троугао DFE је правоугли и $h = FC$ јесте висина која одговара хипотенузи DE. Троуглови DFC и CEF такође су правоугли. Како је збир углова у сваком троуглу једнак 180°, закључујемо да је $\sphericalangle FDC = \sphericalangle CFE$, $\sphericalangle DFC = \sphericalangle CEF$ и $\sphericalangle FDC + \sphericalangle CEF = 90°$. На основу ових једнакости, уочавамо да се правоугли троугао чије су катете $a + h$ и $b + h$ може саставити на два начина:
- од правоугаоника $ABCD$ и троуглова DFC и CEF, као и
- од квадрата странице h и троуглова DFC и CEF.

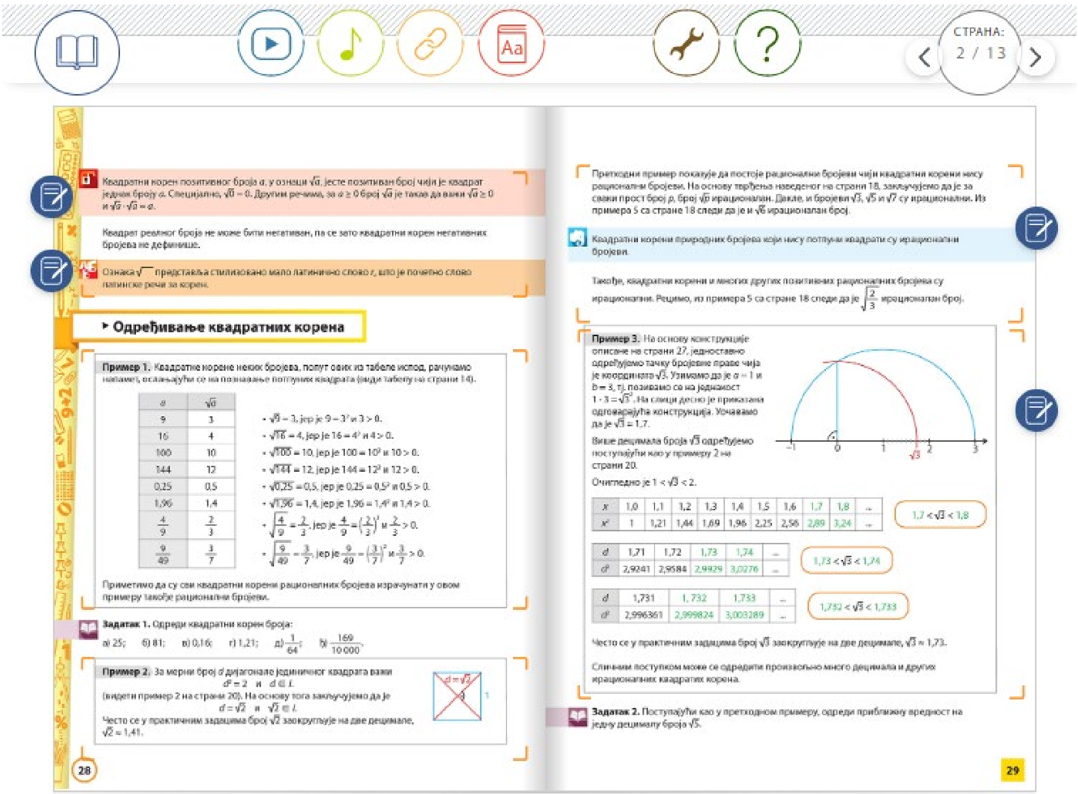
Према томе површина правоугаоника $ABCD$ једнака површини квадрата странице h, тј. $ab = h^2$.

Специјално, за $b = 1$ добијамо да је $a = h^2$. То нам омогућава да за сваку дату дуж, чији је мерни број a, можемо конструисати дуж чији је мерни број h такав да важи $a = h^2$.

▸ Квадратни корен

За сваки позитиван реалан број a постоји јединствен позитиван реалан број h такав да је $a = h^2$.

27



Квадратни корен позитивног броја a, у ознаци $\sqrt{a}$, јесте позитиван број чији је квадрат једнак броју a. Специјално, $\sqrt{0} = 0$. Другим речима, за $a \geq 0$ број $\sqrt{a}$ је такав да важи $\sqrt{a} \geq 0$ и $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$.

Квадрат реалног броја не може бити негативан, па се зато квадратни корен негативних бројева не дефинише.

Ознака $\sqrt{}$ представља стилизовано мало латинично слово r, што је почетно слово латинске речи за корен.

▸ Одређивање квадратних корена

Пример 1. Квадратне корене неких бројева, попут оних из табеле испод, рачунамо напамет, ослањајући се на познавање потпуних квадрата (види табелу на страни 14).

a	$\sqrt{a}$
9	3
16	4
100	10
144	12
0,25	0,5
1,96	1,4
$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{9}{49}$	$\frac{3}{7}$

- $\sqrt{9} = 3$, јер је $9 = 3^2$ и $3 > 0$.
- $\sqrt{16} = 4$, јер је $16 = 4^2$ и $4 > 0$.
- $\sqrt{100} = 10$, јер је $100 = 10^2$ и $10 > 0$.
- $\sqrt{144} = 12$, јер је $144 = 12^2$ и $12 > 0$.
- $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, јер је $0{,}25 = 0{,}5^2$ и $0{,}5 > 0$.
- $\sqrt{1{,}96} = 1{,}4$, јер је $1{,}96 = 1{,}4^2$ и $1{,}4 > 0$.
- $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$, јер је $\frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ и $\frac{2}{3} > 0$.
- $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$, јер је $\frac{9}{49} = \left(\frac{3}{7}\right)^2$ и $\frac{3}{7} > 0$.

Приметимо да су сви квадратни корени рационалних бројева израчунати у овом примеру такође рационални бројеви.

Задатак 1. Одреди квадратни корен броја:

а) 25; б) 81; в) 0,16; г) 1,21; д) $\frac{1}{64}$; ђ) $\frac{169}{10\,000}$.

Пример 2. За мерни број d дијагонале јединичног квадрата важи

$$d^2 = 2 \quad \text{и} \quad d \in I$$

(видети пример 2 на страни 20). На основу тога закључујемо да је

$$d = \sqrt{2} \quad \text{и} \quad \sqrt{2} \in I.$$

Често се у практичним задацима број $\sqrt{2}$ заокругљује на две децимале, $\sqrt{2} \approx 1{,}41$.

28

Претходни пример показује да постоје рационални бројеви чији квадратни корени нису рационални бројеви. На основу тврђења наведеног на страни 18, закључујемо да је за сваки прост број p, број $\sqrt{p}$ ирационалан. Дакле, и бројеви $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ и $\sqrt{7}$ су ирационални. Из примера 5 са стране 18 следи да је и $\sqrt{6}$ ирационалан број.

Квадратни корени природних бројева који нису потпуни квадрати су ирационални бројеви.

Такође, квадратни корени и многих других позитивних рационалних бројева су ирационални. Рецимо, из примера 5 са стране 18 следи да је $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ирационалан број.

Пример 3. На основу конструкције описане на страни 27, једноставно одређујемо тачку бројевне праве чија је координата $\sqrt{3}$. Узимамо да је $a = 1$ и $b = 3$, тј. позивамо се на једнакост $1 \cdot 3 = \sqrt{3}^2$. На слици десно је приказана одговарајућа конструкција. Уочавамо да је $\sqrt{3} \approx 1{,}7$.

Више децимала броја $\sqrt{3}$ одређујемо поступајући као у примеру 2 на страни 20.

Очигледно је $1 < \sqrt{3} < 2$.

x	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	...
x^2	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,56	2,89	3,24	...

$1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$

d	1,71	1,72	1,73	1,74	...
d^2	2,9241	2,9584	2,9929	3,0276	...

$1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$

d	1,731	1, 732	1,733	...
d^2	2,996361	2,999824	3,003289	...

$1{,}732 < \sqrt{3} < 1{,}733$

Често се у практичним задацима број $\sqrt{3}$ заокругљује на две децимале, $\sqrt{3} \approx 1{,}73$.

Сличним поступком може се одредити произвољно много децимала и других ирационалних квадратих корена.

Задатак 2. Поступајући као у претходном примеру, одреди приближну вредност на једну децималу броја $\sqrt{5}$.

29

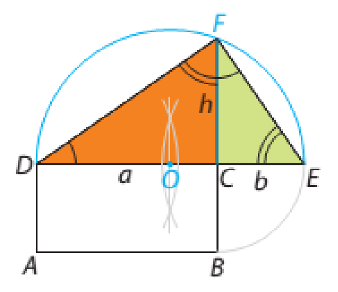
ТОК ЧАСА

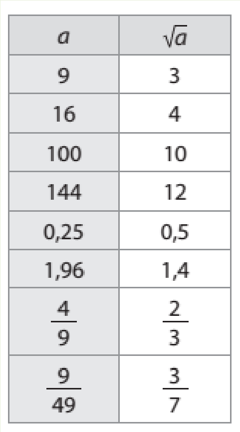
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика. Потом упућује ученике на нераскидиву везу између аритметике и геометрије анализом примера „квадратура правоугаоника”, изложеног у Уџбенику (27. страна). Дати пример се ослања на појмове геометријска средина две дужи, централни и периферијски угао и још неке појмове са којима се ученици још увек нису упознали у одговарајућој мери, али сврха датог примера је у геометријској интерпретацији садржаја који се сматрају садржајима из аритметике.	– Прати излагање наставника; – одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (30 минута)	
Након мотивационог примера наводи следеће тврђење: **За сваки позитиван реалан број a постоји јединствен позитиван реалан број h, такав да је $a = h^2$.** Дефинише квадратни корен реалног броја:	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује;

Квадратни корен позитивног броја a, у ознаци $\sqrt{a}$, јесте позитиван број чији је квадрат једнак броју a. Специјално, $\sqrt{0} = 0$. Другим речима, за $a \geq 0$ број $\sqrt{a}$ је такав да важи $\sqrt{a} \geq 0$ и $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$. Наглашава да квадрат реалног броја не може бити негативан, па се зато квадратни корен негативних бројева не дефинише. Потом упознаје ученике са симболом за квадратни корен. **Интерактиван приказ** – *Квадратни корен.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације), у облику туторијала, наставник илуструје појам квадратног корена датог реалног броја (лекција 1.4 *Квадратни корен*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.4 *Квадратни корен*, слајдови 1 и 2). Обрадом 1. примера упућује ученике да квадратне корене неких бројева рачунамо напамет, ослањајући се на познавање потпуних квадрата. Том приликом варира примере тако да међу бројевима чије квадратне корене одређује буде и природних, али и рационалних, датих у оба записа. Задаје потом ученицима да реше 1. задатак из Уџбеника, као и 54. задатак из Збирке задатака, и том приликом обилази ученике, даје им сугестије и помаже им приликом решавања задатка у одговарајућој мери, док ученици који се добровољно јаве решавају задатке на табли.	– Поставља питања; – решава примере (1. пример) и задатке (1. задатак из Уџбеника и 54. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима да за сваки позитиван реалан број постоји јединствен позитиван реалан број који представља корен датог броја. Ово посебно наглашава пошто квадратна функција није бијекција, како ученици не би дошли до погрешних закључака. Понавља и нотацију за квадратни корен и чиме се служимо када одређујемо квадратни корен неког броја. Задаје ученицима домаћи задатак (53. задатак из Збирке задатака). Обавештава ученике да на наредни час понесу калкулаторе.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Квадратни корен





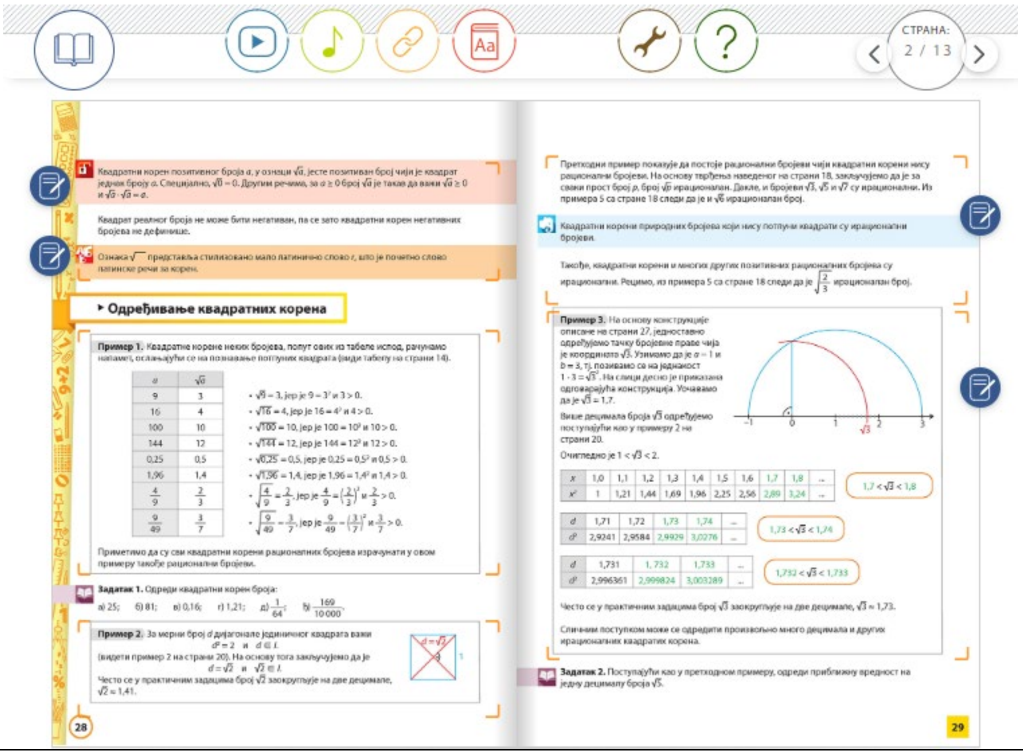
a	$\sqrt{a}$
9	3
16	4
100	10
144	12
0,25	0,5
1,96	1,4
$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{9}{49}$	$\frac{3}{7}$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 13

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Одређивање квадратног корена		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање поступка одређивања квадратног корена позитивног реалног броја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна квадратни корен позитивног реалног броја.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Одређивање квадратног корена реалног броја је неопходно за решавање конкретних задатака и проблема из физике, хемије, биологије (медицине).		
Кључни појмови:	квадратни корен, одређивање квадратног корена		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Квадратни корен позитивног броја a, у ознаци $\sqrt{a}$, јесте позитиван број чији је квадрат једнак броју a. Специјално, $\sqrt{0}=0$. Другим речима, за $a \geq 0$ број $\sqrt{a}$ је такав да важи $\sqrt{a} \geq 0$ и $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$.

Квадрат реалног броја не може бити негативан, па се зато квадратни корен негативних бројева не дефинише.

Ознака $\sqrt{}$ представља стилизовано мало латинично слово r, што је почетно слово латинске речи за корен.

Одређивање квадратних корена

Пример 1. Квадратне корене неких бројева, попут оних из табеле испод, рачунамо напамет, ослањајући се на познавање потпуних квадрата (види табелу на страни 14).

a	$\sqrt{a}$
9	3
16	4
100	10
144	12
0,25	0,5
1,96	1,4
$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{9}{49}$	$\frac{3}{7}$

- $\sqrt{9}=3$, јер је $9=3^2$ и $3>0$.
- $\sqrt{16}=4$, јер је $16=4^2$ и $4>0$.
- $\sqrt{100}=10$, јер је $100=10^2$ и $10>0$.
- $\sqrt{144}=12$, јер је $144=12^2$ и $12>0$.
- $\sqrt{0,25}=0,5$, јер је $0,25=0,5^2$ и $0,5>0$.
- $\sqrt{1,96}=1,4$, јер је $1,96=1,4^2$ и $1,4>0$.
- $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$, јер је $\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$ и $\frac{2}{3}>0$.
- $\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{3}{7}$, јер је $\frac{9}{49}=\left(\frac{3}{7}\right)^2$ и $\frac{3}{7}>0$.

Приметимо да су сви квадратни корени рационалних бројева израчунати у овом примеру такође рационални бројеви.

Задатак 1. Одреди квадратни корен броја:

а) 25; б) 81; в) 0,16; г) 1,21; д) $\frac{1}{64}$; ђ) $\frac{169}{10\,000}$.

Пример 2. За мерни број d дијагонале јединичног квадрата важи

$$d^2=2 \quad \text{и} \quad d \in I$$

(видети пример 2 на страни 20). На основу тога закључујемо да је

$$d=\sqrt{2} \quad \text{и} \quad \sqrt{2} \in I.$$

Често се у практичним задацима број $\sqrt{2}$ заокругљује на две децимале, $\sqrt{2} \approx 1,41$.

28

Претходни пример показује да постоје рационални бројеви чији квадратни корени нису рационални бројеви. На основу тврђења наведеног на страни 18, закључујемо да је за сваки прост број p, број $\sqrt{p}$ ирационалан. Дакле, и бројеви $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ и $\sqrt{7}$ су ирационални. Из примера 5 са стране 18 следи да је и $\sqrt{6}$ ирационалан број.

Квадратни корени природних бројева који нису потпуни квадрати су ирационални бројеви.

Такође, квадратни корени и многих других позитивних рационалних бројева су ирационални. Рецимо, из примера 5 са стране 18 следи да је $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ирационалан број.

Пример 3. На основу конструкције описане на страни 27, једноставно одређујемо тачку бројевне праве чија је координата $\sqrt{3}$. Узимамо да је $a=1$ и $b=3$, тј. позивамо се на једнакост $1 \cdot 3 = \sqrt{3}^2$. На слици десно је приказана одговарајућа конструкција. Уочавамо да је $\sqrt{3} = 1,7$.

Више децимала броја $\sqrt{3}$ одређујемо поступајући као у примеру 2 на страни 20.

Очигледно је $1 < \sqrt{3} < 2$.

x	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	...
x^2	1	1,21	1,44	1,69	1,96	2,25	2,56	2,89	3,24	...

$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$

d	1,71	1,72	1,73	1,74	...
d^2	2,9241	2,9584	2,9929	3,0276	...

$1,73 < \sqrt{3} < 1,74$

d	1,731	1, 732	1,733	...
d^2	2,996361	2,999824	3,003289	...

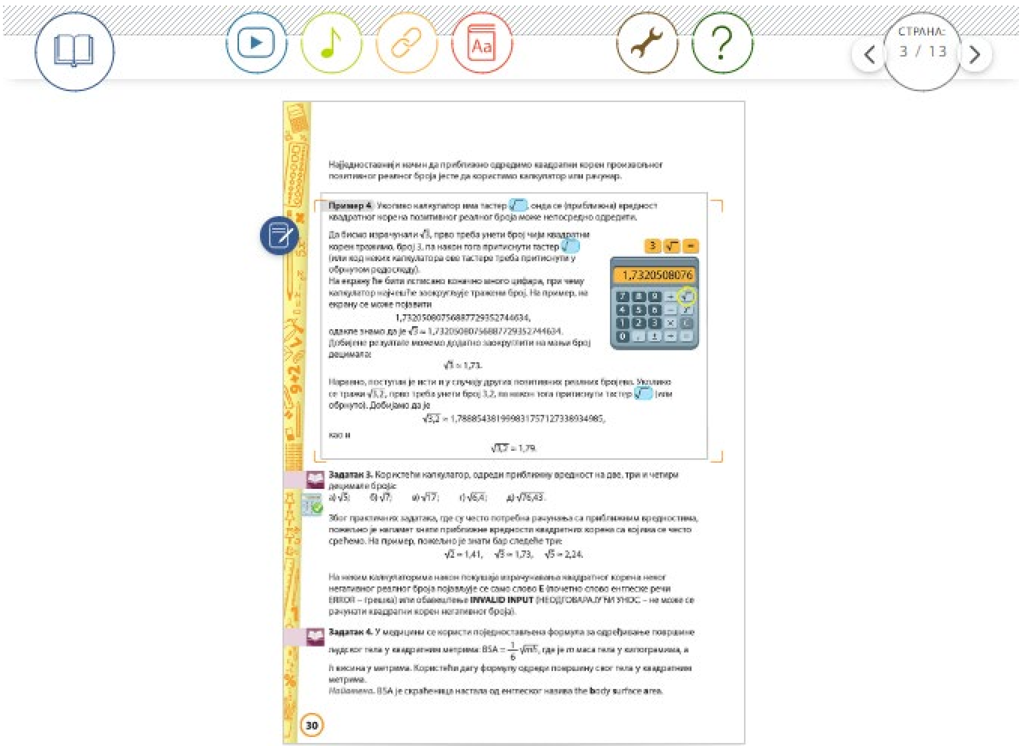
$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$

Често се у практичним задацима број $\sqrt{3}$ заокругљује на две децимале, $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Сличним поступком може се одредити произвољно много децимала и других ирационалних квадратних корена.

Задатак 2. Поступајући као у претходном примеру, одреди приближну вредност на једну децималу броја $\sqrt{5}$.

29



Најједноставнији начин да приближно одредимо квадратни корен произвољног позитивног реалног броја јесте да користимо калкулатор или рачунар.

Пример 4. Уколико калкулатор има тастер √, онда се (приближна) вредност квадратног корена позитивног реалног броја може непосредно одредити.

Да бисмо израчунали $\sqrt{3}$, прво треба унети број чији квадратни корен тражимо, број 3, па након тога притиснути тастер √ (или код неких калкулатора ове тастере треба притиснути у обрнутом редоследу).
На екрану ће бити исписано коначно много цифара, при чему калкулатор најчешће заокругљује тражени број. На пример, на екрану се може појавити

$$1{,}7320508075688772935274463 4,$$

одакле знамо да је $\sqrt{3} \approx 1{,}73205080756887729352744634$.
Добијене резултате можемо додатно заокруглити на мањи број децимала:

$$\sqrt{3} \approx 1{,}73.$$

Наравно, поступак је исти и у случају других позитивних реалних бројева. Уколико се тражи $\sqrt{3{,}2}$, прво треба унети број 3,2, па након тога притиснути тастер √ (или обрнуто). Добијамо да је

$$\sqrt{3{,}2} \approx 1{,}78885438199983175712733803498 5,$$

као и

$$\sqrt{3{,}2} \approx 1{,}79.$$

Задатак 3. Користећи калкулатор, одреди приближну вредност на две, три и четири децимале броја:
а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt{7}$; в) $\sqrt{17}$; г) $\sqrt{6{,}4}$; д) $\sqrt{76{,}43}$.

Због практичних задатака, где су често потребна рачунања са приближним вредностима, пожељно је напамет знати приближне вредности квадратних корена са којима се често срећемо. На пример, пожељно је знати бар следеће три:

$$\sqrt{2} \approx 1{,}41, \quad \sqrt{3} \approx 1{,}73, \quad \sqrt{5} \approx 2{,}24.$$

На неким калкулаторима након покушаја израчунавања квадратног корена неког негативног реалног броја појављује се само слово **E** (почетно слово енглеске речи ERROR – грешка) или обавештење **INVALID INPUT** (НЕОДГОВАРАЈУЋИ УНОС – не може се рачунати квадратни корен негативног броја).

Задатак 4. У медицини се користи поједностављена формула за одређивање површине људског тела у квадратним метрима: $BSA = \frac{1}{6}\sqrt{mh}$, где је m маса тела у килограмима, а h висина у метрима. Користећи дату формулу одреди површину свог тела у квадратним метрима.
Напомена. BSA је скраћеница настала од енглеског назива the **b**ody **s**urface **a**rea.

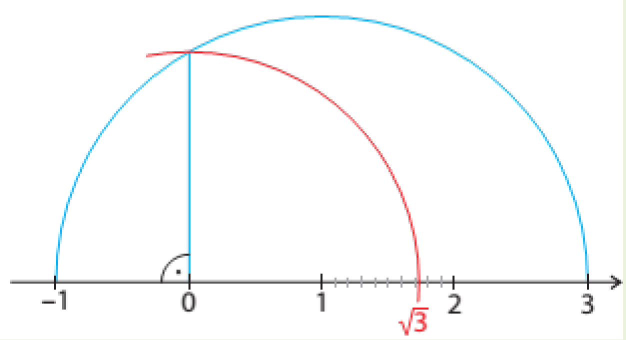
ТОК ЧАСА

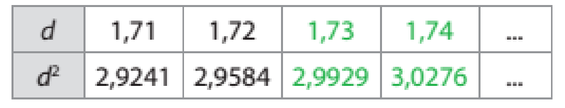
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученике. Потом обнавља са ученицима да за сваки позитиван реалан број постоји јединствен позитиван реалан број који представља корен датог броја, као и нотацију за квадратни корен и чиме се служимо када одређујемо квадратни корен неког броја.	– Одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 2. примера показује ученицима да постоје рационални бројеви чији квадратни корени нису рационални бројеви. Понавља са ученицима тврђење: Нека је p прост број. Тада не постоји рационалан број x такав да је $x^2 = p$. Затим, након краће дискусије са ученицима, закључује да је за сваки прост број p број $\sqrt{p}$ ирационалан. Наводи примере рационалних бројева чији су корени ирационални на основу ове последице, али упућује ученике и у то да су квадратни корени бројева $6, 8, 12, 15$ и тако даље такође ирационални (иако дати бројеви нису прости) и дискутује са ученицима зашто је то тако. Детаљно обрађује 3. пример са ученицима и у склопу тог примера се најпре служи поступком за „квадратуру правоугаоника“ како би геометријски приближно одредио вредност $\sqrt{3}$, а затим више	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (2, 3. и 4. пример) и задатке (2, 3. и 4. задатак из Уџбеника и 61. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

децимала датог броја одређује поступајући као у примеру одређивања броја $\sqrt{2}$, од пре неколико часова. Наглашава да се често у практичним задацима ирационални бројеви заокругљују на две децимале. Потом задаје ученицима да по угледу на 3. пример одреде приближну вредност на једну децималу броја $\sqrt{5}$ (2. задатак). Упућује ученике да је, приликом приближног одређивања квадратног корена произвољног позитивног реалног броја, најједноставнији начин за то употреба калкулатора или рачунара. Обрадом 4. примера упућује ученике у дати поступак коришћењем калкулатора, док решавањем 3. задатка ученици самостално, користећи калкулатор, одређују приближну вредност на две, три и четири децимале квадратног корена различитих позитивних бројева. Да је математика присутна у великом броју различитих наука илуструје приликом упућивања ученика да реше 4. задатак, поново уз употребу калкулатора. Уколико остане довољно времена задаје ученицима да реше и 61. задатак (у супротном он остаје за домаћи рад). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.4 *Квадратни корен*, слајдови 2 и 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима када је корен реалног броја рационалан, а када ирационалан. Задаје ученицима домаћи задатак (55, 56, 57. и 58. задатак из Збирке задатака, а треба и да прочитају 31. и 32. страну из Уџбеника како би се припремили за наредну наставну јединицу).	– Одговара на питања наставника.

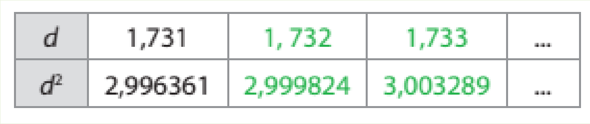
Изглед табле

Одређивање квадратног корена





d	1,71	1,72	1,73	1,74	...
d^2	2,9241	2,9584	2,9929	3,0276	...



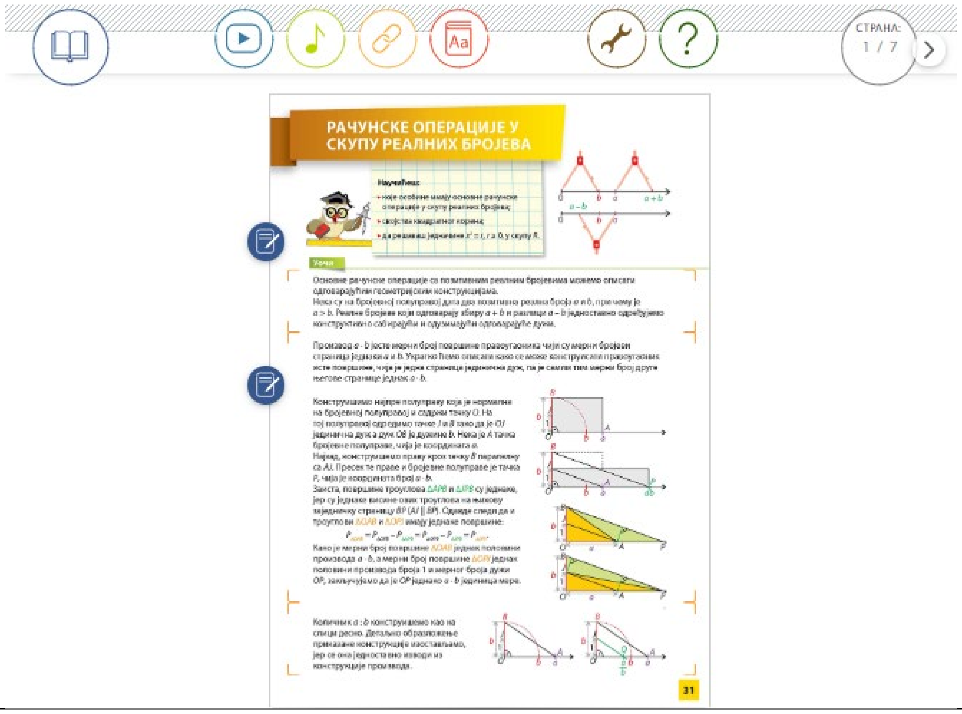
d	1,731	1, 732	1,733	...
d^2	2,996361	2,999824	3,003289	...

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

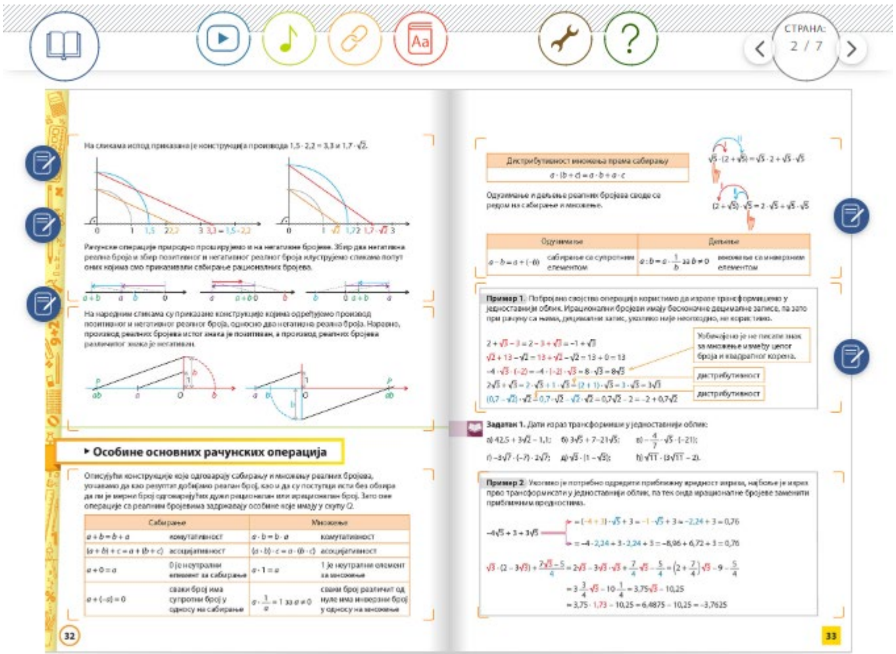
ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 14

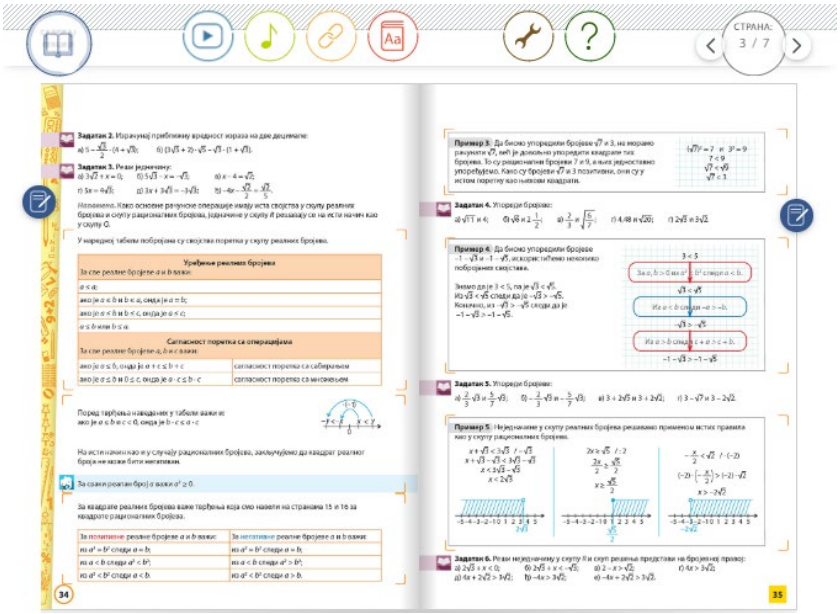
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Основне особине рачунских операција у скупу *R*		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са особинама основних рачунских операција у скупу реалних бројева		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени основне особине операција у скупу реалних бројева.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање основних особина рачунских операција у скупу *R* подразумева се приликом решавања конкретних задатака и проблема из Физике.		
Кључни појмови:	комутативност, асоцијативност, дистрибутивност, јединични елемент, неутрални елемент		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



РАЧУНСКЕ ОПЕРАЦИЈЕ У СКУПУ РЕАЛНИХ БРОЈЕВА





ТОК ЧАСА

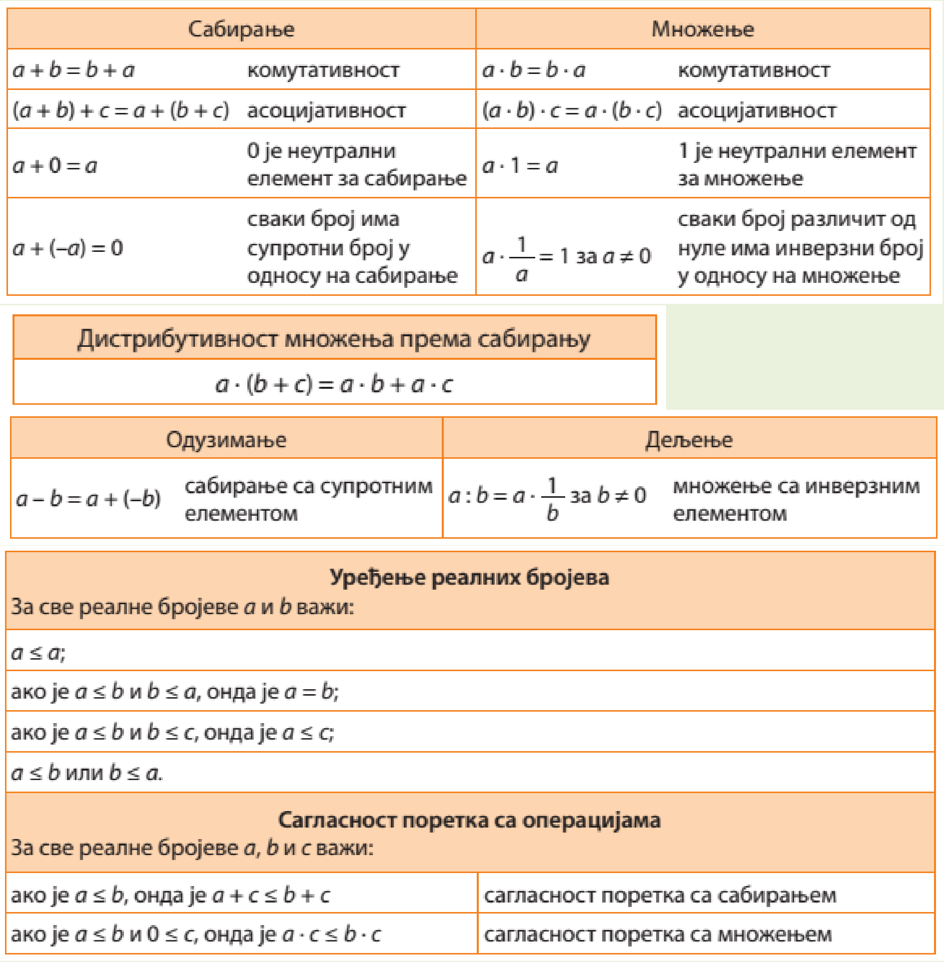
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученике. Дискутује са ученицима о наставном материјалу у коме су основне рачунске операције са позитивним реалним бројевима изложене одговарајућим геометријским конструкцијама, а који су ученици прочитали за домаћи задатак. Обнавља који од скупова бројева које су ученици усвојили раније је био затворен за коју операцију, а затим напомиње да је скуп реалних бројева затворен за сабирање, одузимање, множење и дељење бројем различитим од нуле.	– Прати излагање наставника; – одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (30 минута)	

Наглашава да сабирање и множење са реалним бројевима задржавају особине које имају у скупу Q (комутативност, асоцијативност, неутрални елемент, као и да сваки елемент има свој инверзни). Дате особине исписује у облику табеле на табли, док ученици потом преписују дата својства у својим свескама. Након краће дискусије са ученицима закључује и да је множење дистрибутивно према сабирању, у скупу реалних бројева. Наглашава да се, као и у скупу рационалних бројева, одузимање може посматрати као сабирање са супротним бројем умањиоца, а да се дељење може сматрати множењем дељеника и инверзног елемента за множење датог делиоца различитог од нуле. Обрадом 1. примера указује ученицима да наведена својства операција користимо да изразе трансформишемо у једноставнији облик, а да пошто ирационални бројеви имају бесконачне децималне записе, при рачуну са њима децимални запис, уколико није неопходно, не користимо. Затим задаје ученицима да реше 1. задатак уз помоћ наставника. Обрадом 2. примера указује да је, када је потребно одредити приближну вредност израза, најбоље израз прво трансформисати у једноставнији облик, па тек онда ирационалне бројеве заменити приближним вредностима. Задаје ученицима да реше једноставније једначине у скупу реалних бројева водећи се поступцима за решавање у скупу рационалних бројева, па им помаже приликом решавања датог задатка (3. задатак). Записује на табли особине уређења скупа реалних бројева, а затим наводи да важе сагласност поретка са сабирањем и сагласност поретка са одузимањем. Пита ученика – ако је $a \leq b$ и $c < 0$, у каквом су поретку бројеви $b \cdot c$ и $a \cdot c$, па доноси закључак коришћењем бројевне праве. Наглашава да квадрат реалног броја не може бити негативан, као и да за квадрате реалних бројева важе тврђења која важе за квадрате рационалних бројева. Коришћењем побројаних својстава за скуп реалних бројева, указује ученицима како се испитује поредак рационалног и ирационалног броја (3. пример), као и збир (разлика) реалних бројева (4. пример). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.5 *Рачунске операције у скупу реалних бројева*, слајдови 1, 2 и 3).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (1. и 3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	

Понавља са ученицима да је скуп реалних бројева затворен за све четири операције, да се све особине операција које су важиле у скупу рационалних бројева преносе и на скуп реалних бројева. Подсећа ученике на уређење скупа реалних бројева и на сагласност поретка са операцијама, као и да квадрат реалног броја не може бити негативан. Задаје ученицима домаћи задатак (2, 4. и 5. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Основне особине рачунских операција у скупу *R*



Сабирање		Множење	
$a+b=b+a$	комутативност	$a\cdot b=b\cdot a$	комутативност
$(a+b)+c=a+(b+c)$	асоцијативност	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$	асоцијативност
$a+0=a$	0 је неутрални елемент за сабирање	$a\cdot 1=a$	1 је неутрални елемент за множење
$a+(-a)=0$	сваки број има супротни број у односу на сабирање	$a\cdot\frac{1}{a}=1$ за $a\neq 0$	сваки број различит од нуле има инверзни број у односу на множење

Дистрибутивност множења према сабирању
$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$

Одузимање		Дељење	
$a-b=a+(-b)$	сабирање са супротним елементом	$a:b=a\cdot\frac{1}{b}$ за $b\neq 0$	множење са инверзним елементом

Уређење реалних бројева За све реалне бројеве a и b важи:
$a\leq a$;
ако је $a\leq b$ и $b\leq a$, онда је $a=b$;
ако је $a\leq b$ и $b\leq c$, онда је $a\leq c$;
$a\leq b$ или $b\leq a$.

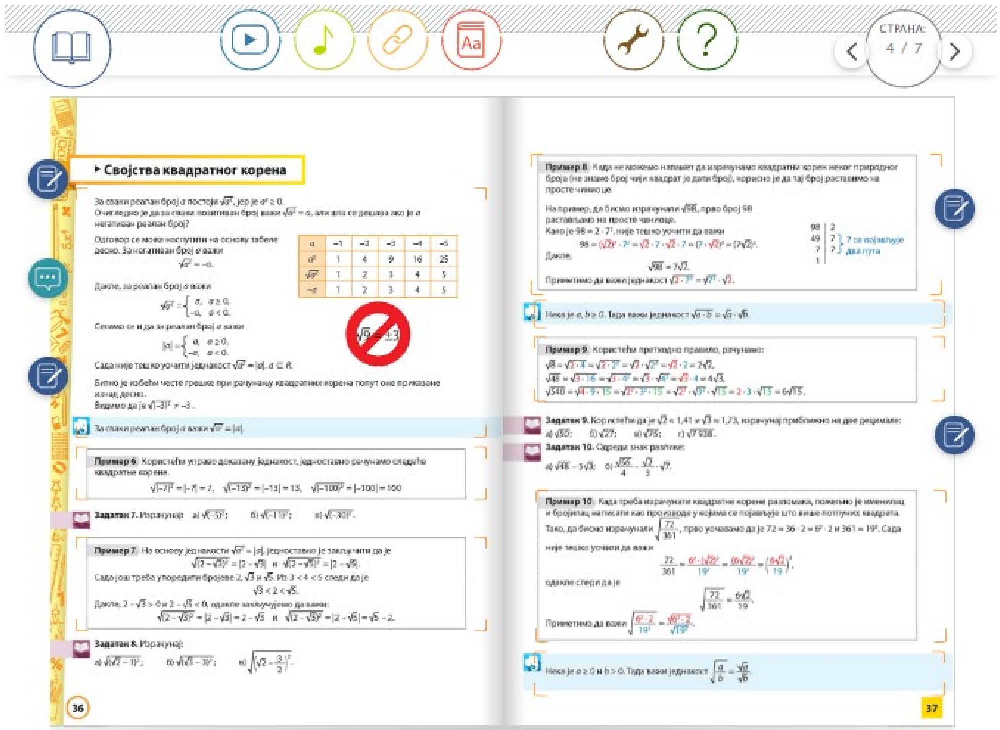
Сагласност поретка са операцијама За све реалне бројеве a, b и c важи:	
ако је $a\leq b$, онда је $a+c\leq b+c$	сагласност поретка са сабирањем
ако је $a\leq b$ и $0\leq c$, онда је $a\cdot c\leq b\cdot c$	сагласност поретка са множењем

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања; – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака.
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 15

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Својства квадратног корена		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са својствима квадратног корена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени својства квадратног корена; • израчуна корен производа (количника) позитивних реалних бројева.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање својстава квадратног корена реалног броја олакшава решавање конкретних задатака и проблема из физике.		
Кључни појмови:	квадратни корен, квадратни корен производа, квадратни корен количника		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



▸ Својства квадратног корена

За сваки реалан број a постоји $\sqrt{a^2}$, јер је $a^2 \ge 0$.
Очигледно је да за сваки позитиван број важи $\sqrt{a^2} = a$, али шта се дешава ако је a негативан реалан број?

Одговор се може наслутити на основу табеле десно. За негативан број a важи

$$\sqrt{a^2} = -a.$$

a	−1	−2	−3	−4	−5
a^2	1	4	9	16	25
$\sqrt{a^2}$	1	2	3	4	5
$-a$	1	2	3	4	5

Дакле, за реалан број a важи

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a, & a \ge 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

Сетимо се и да за реалан број a важи

$$|a| = \begin{cases} a, & a \ge 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

Сада није тешко уочити једнакост $\sqrt{a^2} = |a|$, $a \in R$.

$\cancel{\sqrt{9} = \pm 3}$

Битно је избећи честе грешке при рачунању квадратних корена попут оне приказане изнад десно.
Видимо да је $\sqrt{(-3)^2} \ne -3$.

За сваки реалан број a важи $\sqrt{a^2} = |a|$.

Пример 6. Користећи управо доказану једнакост, једноставно рачунамо следеће квадратне корене.

$$\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7, \quad \sqrt{(-13)^2} = |-13| = 13, \quad \sqrt{(-100)^2} = |-100| = 100$$

Задатак 7. Израчунај: а) $\sqrt{(-5)^2}$; б) $\sqrt{(-11)^2}$; в) $\sqrt{(-30)^2}$.

Пример 7. На основу једнакости $\sqrt{a^2} = |a|$, једноставно је закључити да је

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| \quad и \quad \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}|.$$

Сада још треба упоредити бројеве 2, $\sqrt{3}$ и $\sqrt{5}$. Из $3 < 4 < 5$ следи да је

$$\sqrt{3} < 2 < \sqrt{5}.$$

Дакле, $2-\sqrt{3} > 0$ и $2-\sqrt{5} < 0$, одакле закључујемо да важи:

$$\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3} \quad и \quad \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2.$$

Задатак 8. Израчунај:
а) $\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$; б) $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2}$; в) $\sqrt{\left(\sqrt{2}-\frac{3}{2}\right)^2}$.

36

Пример 8. Када не можемо напамет да израчунамо квадратни корен неког природног броја (не знамо број чији квадрат је дати број), корисно је да тај број раставимо на просте чиниоце.

На пример, да бисмо израчунали $\sqrt{98}$, прво број 98 растављамо на просте чиниоце.
Како је $98 = 2 \cdot 7^2$, није тешко уочити да важи

$$98 = (\sqrt{2})^2 \cdot 7^2 = \sqrt{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{2} \cdot 7 = (7 \cdot \sqrt{2})^2 = (7\sqrt{2})^2.$$

98	2
49	7
7	7
1	

7 се појављује два пута

Дакле,

$$\sqrt{98} = 7\sqrt{2}.$$

Приметимо да важи једнакост $\sqrt{2 \cdot 7^2} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2}$.

Нека је $a, b \ge 0$. Тада важи једнакост $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

Пример 9. Користећи претходно правило, рачунамо:

$\sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 4} = \sqrt{2 \cdot 2^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2} = \sqrt{2} \cdot 2 = 2\sqrt{2}$,
$\sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 16} = \sqrt{3 \cdot 4^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4^2} = \sqrt{3} \cdot 4 = 4\sqrt{3}$,
$\sqrt{540} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 15} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 15} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{15} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15} = 6\sqrt{15}$.

Задатак 9. Користећи да је $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ и $\sqrt{3} \approx 1{,}73$, израчунај приближно на две децимале:
а) $\sqrt{50}$; б) $\sqrt{27}$; в) $\sqrt{75}$; г) $\sqrt{7\,938}$.

Задатак 10. Одреди знак разлике:
а) $\sqrt{48} - 5\sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{56}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{7}$.

Пример 10. Када треба израчунати квадратне корене разломака, пожељно је именилац и бројилац написати као производе у којима се појављује што више потпуних квадрата.
Тако, да бисмо израчунали $\sqrt{\frac{72}{361}}$, прво уочавамо да је $72 = 36 \cdot 2 = 6^2 \cdot 2$ и $361 = 19^2$. Сада није тешко уочити да важи

$$\frac{72}{361} = \frac{6^2 \cdot (\sqrt{2})^2}{19^2} = \frac{(6\sqrt{2})^2}{19^2} = \left(\frac{6\sqrt{2}}{19}\right)^2,$$

одакле следи да је

$$\sqrt{\frac{72}{361}} = \frac{6\sqrt{2}}{19}.$$

Приметимо да важи $\sqrt{\frac{6^2 \cdot 2}{19^2}} = \frac{\sqrt{6^2 \cdot 2}}{\sqrt{19^2}}$.

Нека је $a \ge 0$ и $b > 0$. Тада важи једнакост $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

37

ТОК ЧАСА

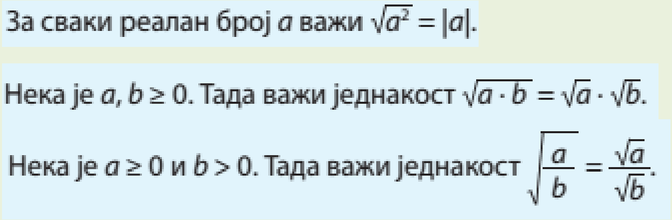
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученике. Обнавља са ученицима да квадрат реалног броја не може бити негативан, као и основна својства рачунских операција у скупу R.	– Прати излагање наставника; – одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (35 минута)	
Узимањем различитих вредности за број a, упућује ученике чему је једнак број $\sqrt{a^2}$ за позитивне, односно негативне бројеве a. Потом обнавља дефиницију апсолутне вредности реалног броја и дискутује са ученицима да ли уочавају повезаност између $\sqrt{a^2}$ и $\|a\|$. Затим уопштава: **За сваки реалан број $\boldsymbol{a}$ важи $\boldsymbol{\sqrt{a^2} = \|a\|}$.** Применом датог тврђења упућује ученике како рачунамо квадратне корене квадрата негативних бројева (6. пример), након чега задаје ученицима 7. задатак. Такође, значај датог тврђења наставник илуструје и обрадом 7. примера, где би ученици требало да увиде предност коју им тврђење пружа приликом израчунавања вредности неких сложенијих израза. Обрадом 8. примера упознаје ученике да се често квадрат сложеног броја изражава у облику производа природног броја и квадратног корена простог броја или броја чији квадрат није рационалан број. Потом поставља питање ученицима коју особину могу да апстрахују из датог поступка, па након краће дискусије уопштава: **Нека је $\boldsymbol{a, b \geq 0}$. Тада важи $\boldsymbol{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}$.** Тврђење конкретизује обрадом 9. примера и 9. задатка. Након обраде 10. примера, који има за циљ да укаже ученицима да је приликом израчунавања квадратног корена разломка пожељно именилац и бројилац написати као производе у којима се појављује што више потпуних квадрата, уопштава још једно својство квадратног корена: **Нека је $\boldsymbol{a \geq 0}$ и $\boldsymbol{b > 0}$. Тада важи једнакост $\boldsymbol{\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$.** Последње тврђење наставник конкретизује обрадом 11. примера и 11. задатка.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (6, 7, 8, 9, 10. и 11. пример) и задатке (7, 9. и 11. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.5 *Рачунске операције у скупу реалних бројева*, слајдови 4).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему је једнак квадратни корен квадрата реалног броја, као и чему је једнак квадратни корен производа (количника) позитивних реалних бројева. Задаје ученицима домаћи задатак (8. и 10. задатак из Уџбеника и 68. и 69. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Својства квадратног корена

a	-1	-2	-3	-4	-5
a^2	1	4	9	16	25
$\sqrt{a^2}$	1	2	3	4	5
$-a$	1	2	3	4	5



За сваки реалан број a важи $\sqrt{a^2} = |a|$.

Нека је $a, b \geq 0$. Тада важи једнакост $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.

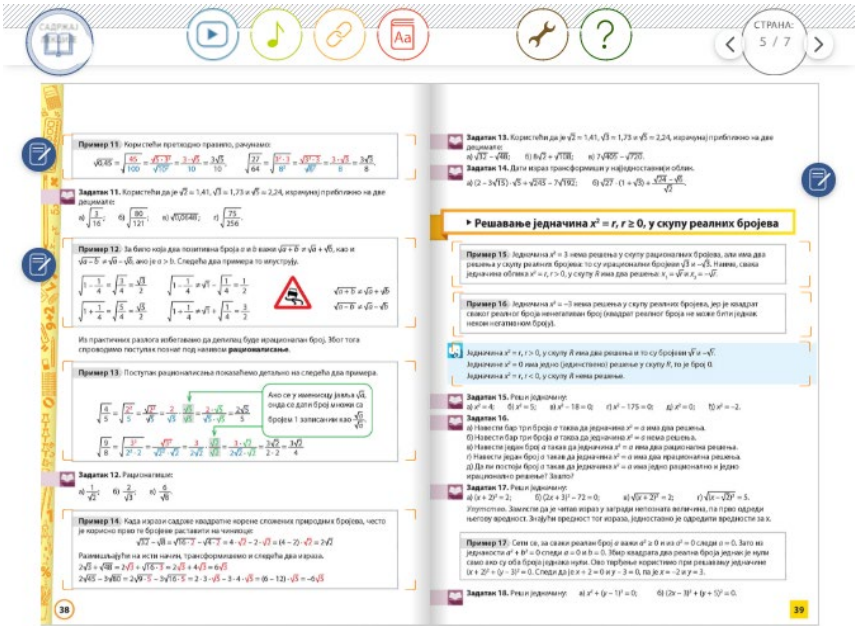
Нека је $a \geq 0$ и $b > 0$. Тада важи једнакост $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања; – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака.
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 16

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Својства квадратног корена		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о својствима квадратног корена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени својства квадратног корена; • израчуна корен производа (количника) позитивних реалних бројева; • рационалише израз.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:	Познавање својстава квадратног корена реалног броја олакшава решавање конкретних задатака и проблема из физике.		
Кључни појмови:	квадратни корен, квадратни корен производа, квадратни корен количника, рационалисање		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученике, па потом обнавља са ученицима својства квадратног корена.	– Одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (30 минута)	
Једна од најчешћих заблуда код ученика која се тиче својстава квадратног корена јесте (пошто је корен производа једнак производу корена и корен количника једнак количнику квадратних корена позитивних реалних бројева) да је и квадратни корен збира једнак збиру квадратних корена тих бројева. Да то заправо не важи наставник упућује ученике обрадом 12. примера. Потом наставник упознаје ученике да, из практичних разлога, избегавамо да делилац буде ирационалан број, те због тога спроводимо поступак познат под називом рационалисање, који илуструје обрадом 13. примера и 12. задатка. Даље, обрадом 14. примера и решавањем 14. задатка упућује ученике у трансфорисање израза са квадратним коренима у најједноставнији облик. Наставник потом задаје ученицима да реше 66. и 80. задатак из Збирке задатака како би што боље утврдили и повезали својства квадратног корена реалног броја. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.5 *Рачунске операције у скупу реалних бројева*, слајд 5).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (12, 13. и 14. пример) и задатке (12. и 14. задатак из Уџбеника, као и 66. и 80. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (10 минута)	
Понавља са ученицима особине квадратног корена реалног броја, задаје ученицима домаћи задатак (13. задатак из Уџбеника и 70. и 79. задатак из Збирке задатака), а потом им даје да реше петоминутни тест како би проверио оствареност исхода са часа.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака – петоминутни тест

ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Петоминутни тест – Својства квадратног корена

1. Израчунај:

а) $\sqrt{(-\mathbf{11})^{\mathbf{2}}}$; б) $\sqrt{\left(\mathbf{3}-\sqrt{\mathbf{11}}\right)^{\mathbf{2}}}$.

2. Израчунај вредност израза $\sqrt{\mathbf{12}}-\sqrt{\mathbf{27}}$.

3. Рационалиши $\frac{\mathbf{2}}{\sqrt{\mathbf{5}}}$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 17

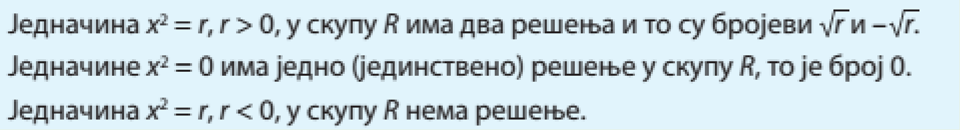
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу R		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о својствима квадратног корена и решавању једначина облика $x^2 = r$ у скупу реалних бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди број реалних решења једноставне квадратне једначине облика $x^2 = r$; • реши једначину облика $x^2 = r$.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Решавање једначина облика $x^2 = r$ у скупу реалних бројева је неопходно за решавање конкретних задатака и проблема из физике.		
Кључни појмови:	квадратна једначина		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа анализира израду домаћег задатка, а затим израду петоминутног теста. Указује на најчешће грешке и отклања евентуалне нејасноће код ученика. Обнавља са ученицима својства квадратног корена и потом обрађује мотивационе примере (15. и 16. пример), након чега пита ученике да покушају да искажу тврђење о броју решења једначине $x^2 = r$ у скупу R.	– Одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (30 минута)	
Уопштава: **Једначина $x^2 = r, r > 0$ у скупу R има два решења и то су бројеви $\sqrt{r}$ и $-\sqrt{r}$.** **Једначина $x^2 = 0$ има једно (јединствено) решење у скупу R, а то је број 0.** **Једначина $x^2 = r, r < 0$ у скупу R нема решење.** Изводи ученике пред таблу да испишу решење 15. задатка, док на питања из 16. задатка ученици одговарају са свог места. Потом он решава 17. задатак под б) и под в), док остале задатке задаје ученицима да их решавају на часу. Битна идеја за решавање неких компликованијих једначина јесте трансформација израза у збир квадрата који је једнак нули. Са том идејом наставник упознаје ученике обрадом 17. примера, након чега им задаје да уз његову помоћ реше и 18. задатак. Уколико остане довољно времена, задаје ученицима да реше и 103. задатак из Збирке задатака.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (15, 16. и 17. пример) и задатке (15, 16, 17. и 18. задатак из Уџбеника, као и задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима број реалних решења квадратне једначине $\boldsymbol{x^2 = r}$ и задаје ученицима домаћи задатак (82. и 99. задатак из Збирке задатака). За домаћи задатак ученицима који показују склоности ка математици и који имају добре резултате задаје да проуче садржај на 40. страни Уџбеника, који говори о томе да скуп ирационалних бројева није затворен за основне рачунске операције.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Решавање једначина $x^2 = r$ у скупу R



Једначина $x^2 = r$, $r > 0$, у скупу R има два решења и то су бројеви $\sqrt{r}$ и $-\sqrt{r}$.

Једначине $x^2 = 0$ има једно (јединствено) решење у скупу R, то је број 0.

Једначина $x^2 = r$, $r < 0$, у скупу R нема решење.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака – петоминутни тест
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 18

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Рачунске операције у скупу реалних бројева		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и провера знања ученика о рачунским операцијама у скупу реалних бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени основне особине операција у скупу реалних бројева; • у задацима примени својства квадратног корена; • израчуна корен производа (количника) позитивних реалних бројева; • реши једначину облика $x^2 = r$ која има решења у скупу рационалних бројева; • графички (на бројевној правој) представи дати интервал; • одреди апсолутну вредност реалног броја; • реши једноставнију неједначину у скупу реалних бројева и представи решење неједначине на бројевној правој.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	тест		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	квадратни корен, квадратни корен производа, квадратни корен количника		

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">У уводном делу часа наставник ученицима дели тестове, уз опште напомене о начину израде теста.</td><td>– Прати упутства наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Главни део часа (35 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици самостално решавају задатке.</td><td>– Прати упутства наставника;
– израђује задатке из теста.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Преузима радове од ученика. Пита их да ли су имали проблема са неким задатком са теста и, ако јесу, исти задатак им даје за домаћи задатак како би га решили уз помоћ литературе.</td><td>– Предаје свој рад;
– упућује наставника у задатке које није умео да реши.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– анализирање успешности ученика приликом решавања теста</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Тест

I група

1. Израчунај:

   а) $\frac{2}{3}+\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$; б) $\sqrt{(-2)^2}+3\sqrt{2^2}+\left(2\sqrt{2}\right)^2$; в) $\sqrt{64\cdot 144\cdot \frac{1}{169}}$.
2. Реши једначине:

   а) $x^2=36$; б) $x^2=0$; в) $x^2=\frac{36}{25}$; г) $\sqrt{(x-2)^2}=2$.
3. а) На бројевној правој представи скуп реалних бројева x таквих да је $|x|<4$.

   б) Користећи бројевну праву, одреди скуп $(-\infty,0)\cap(-1,+\infty)$.
4. Не користећи калкулатор, израчунај $\sqrt{1296}$.
5. Из скупа $A=\{\sqrt{2}+2;\ \frac{1}{9};\ 1{,}0(34);\ -3{,}234158\ldots;\ \sqrt{225}\}$ издвој:

   а) подскуп рационалних бројева B;

   б) подскуп ирационалних бројева C.

Тест

II група

1. Израчунај:

   а) $\frac{3}{4}+\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}$; б) $\sqrt{(-3)^2}+2\sqrt{3^2}+\left(3\sqrt{3}\right)^2$; в) $\sqrt{49\cdot 121\cdot \frac{1}{196}}$.
2. Реши једначине:

   а) $x^2=16$; б) $x^2=0$; в) $x^2=\frac{25}{36}$; г) $\sqrt{(x+2)^2}=1$.
3. а) На бројевној правој представи скуп реалних бројева x таквих да је $|x|<3$.

   б) Користећи бројевну праву, одреди скуп $(-\infty,2)\cap(0,+\infty)$.
4. Не користећи калкулатор, израчунај $\sqrt{2304}$.
5. Из скупа $A=\{\sqrt{3}+3;\ \frac{1}{13};\ 1{,}2(4);\ -3{,}223178\ldots;\ \sqrt{121}\}$ издвој:

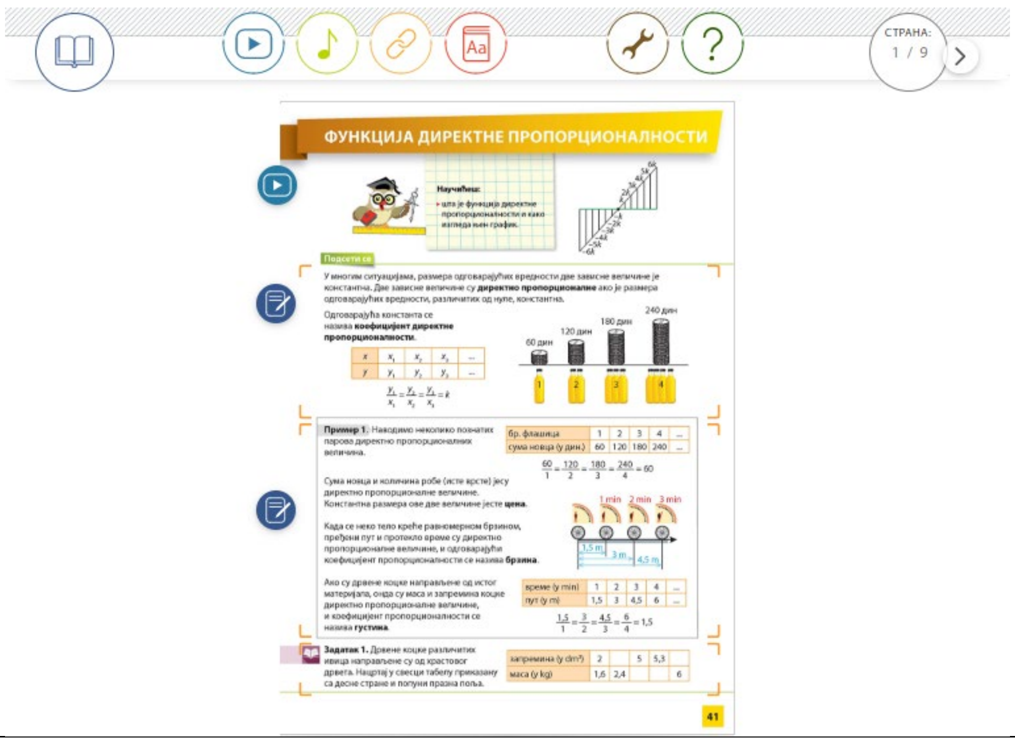
   а) подскуп рационалних бројева B;

   б) подскуп ирационалних бројева C.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 19

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Директна пропорционалност. График зависности међу величинама		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање, утврђивање и продубљивање знања ученика о директној пропорционалности и графику зависности међу величинама.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • утврди да ли су две величине директно пропорционалне; • одреди коефицијент прорпорционалности директно пропорционалних величина; • нацрта график зависности две директно пропорционалне величине; • чита са графика важне информације о уоченој зависности.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни лист, дигитални уџбеник		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Директна пропорционалност је присутна пре свега у хемији, али и у физици, географији, биологији итд. График зависности међу величинама је присутан у свим природним наукама, али и у друштвеним.		
Кључни појмови:	директна пропорционалност, график, зависне величине		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ФУНКЦИЈА ДИРЕКТНЕ ПРОПОРЦИОНАЛНОСТИ

Научићеш:
- шта је функција директне пропорционалности и како изгледа њен график.

Подсети се

У многим ситуацијама, размера одговарајућих вредности две зависне величине је константна. Две зависне величине су **директно пропорционалне** ако је размера одговарајућих вредности, различитих од нуле, константна.

Одговарајућа константа се назива **коефицијент директне пропорционалности**.

x	x_1	x_2	x_3	...
y	y_1	y_2	y_3	...

$$\frac{y_1}{x_1}=\frac{y_2}{x_2}=\frac{y_3}{x_3}=k$$

Пример 1. Наводимо неколико познатих парова директно пропорционалних величина.

бр. флашица	1	2	3	4	...
сума новца (у дин.)	60	120	180	240	...

$$\frac{60}{1}=\frac{120}{2}=\frac{180}{3}=\frac{240}{4}=60$$

Сума новца и количина робе (исте врсте) јесу директно пропорционалне величине. Константна размера ове две величине јесте **цена**.

Када се неко тело креће равномерном брзином, пређени пут и протекло време су директно пропорционалне величине, и одговарајући коефицијент пропорционалности се назива **брзина**.

Ако су дрвене коцке направљене од истог материјала, онда су маса и запремина коцке директно пропорционалне величине, и коефицијент пропорционалности се назива **густина**.

време (у min)	1	2	3	4	...
пут (у m)	1,5	3	4,5	6	...

$$\frac{1,5}{1}=\frac{3}{2}=\frac{4,5}{3}=\frac{6}{4}=1,5$$

Задатак 1. Дрвене коцке различитих ивица направљене су од храстовог дрвета. Нацртај у свесци табелу приказану са десне стране и попуни празна поља.

запремина (у dm^3)	2		5	5,3	
маса (у kg)	1,6	2,4			6

41

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Како су ученици у шестом разреду усвајали садржаје из директне пропорционалности, поставља питање ученицима када су две величине директно пропорционалне. После краће дискусије, закључује са ученицима да су две величине директно пропорционалне ако је количник одговарајућих вредности две зависне величине константан. Понавља са ученицима и правоугли координатни систем и појмове који се односе на правоугли координатни систем и на представљање директне пропорционалности одговарајућим графиком.	– Одговара на питања која поставља наставник; – даје промишљене одговоре на постављена питања.
Главни део часа (30 минута)	
Дели ученике у трочлане нехомогене групе и дели им наставне листиће са задацима, чијом израдом ученици обнављају директну пропорционалност и график зависности међу величинама. Наставник помаже ученицима приликом израде задатака, дозира помоћ и обилази ученике. **Интерактиван приказ** – *Директна пропорционалност*. Коришћењем дигиталног	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке из наставног листа уз помоћ наставника.

садржаја (2D анимације), наставник обнавља са ученицима директну пропорционалност на конкретним проблемима (лекција 1.6. *Функција директне пропорционалности*, слајд 1).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима основне појмове и правила који се односе на директну пропорционалност и график зависности међу величинама.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Директна пропорционалност. График зависности међу величинама

1. Попуни дату табелу ако су величине $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ директно пропорционалне.

$\boldsymbol{x}$	4	1		10	
$\boldsymbol{y}$	6		4		24

2. За 900 динара може да се купи $\mathbf{6}$ литара бензина. Колики ће бити рачун за куповину $\mathbf{15}$ литара бензина?

   а) $\mathbf{100}$ динара; б) $\mathbf{360}$ динара; в) $\mathbf{2050}$ динара; г) $\mathbf{2250}$ динара.

3. Дат је график промене броја становника на Земљи.

   а) Да ли се број становника на Земљи равномерно повећавао током времена?
   б) У ком веку је приметан нагли пораст броја становника?
   в) Колико приближно становника је имала Земља крајем 18. века?
   г) Када је број становника био око 6 милијарди?

4. Једна кројачица за $\mathbf{6}$ h рада сашије $\mathbf{24}$ мајице. Претпоставимо да све кројачице шију мајице истом брзином.

   а) Колико мајица једна кројачица сашије за $\mathbf{1}$ h?
   б) Колико мајица ће једна кројачица сашити за $\mathbf{9}$ h?
   в) Колико мајица ће две кројачице сашити за $\mathbf{8}$ h?
   г) За колико сати ће две кројачице сашити $\mathbf{40}$ мајица?

5. Нацртај график зависности обима квадрата од дужине страница.

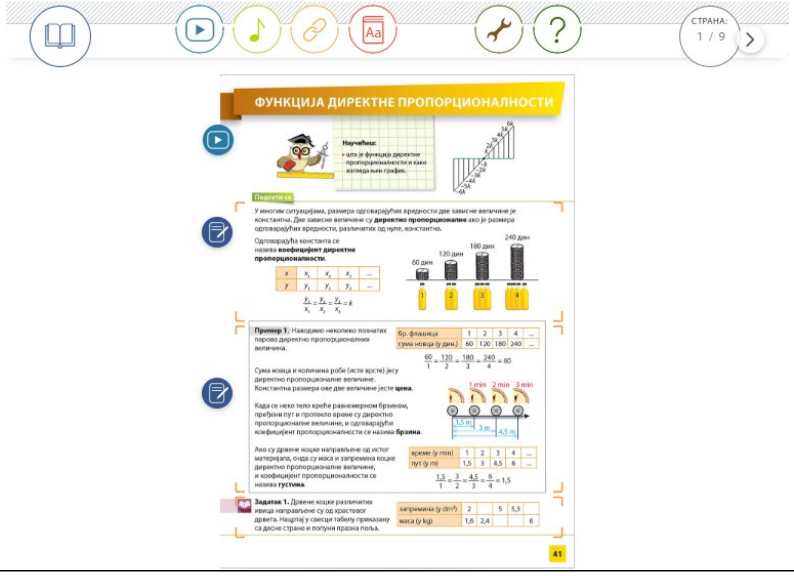
6. Коефицијент директно пропорционалних величина чијем графику припада тачка $T(\mathbf{2}, \mathbf{4})$ је:

   а) $\boldsymbol{k} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$; б) $\boldsymbol{k} = \mathbf{2}$; в) $\boldsymbol{k} = \mathbf{6}$; г) $\boldsymbol{k} = \mathbf{8}$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 20

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Функција директне пропорционалности		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са функцијом директне пропорционалности.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • утврди да ли су две величине директно пропорционалне; • одреди коефицијент пропорционалности директно пропорционалних величина; • нацрта график зависности две директно пропорционалне величине; • чита са графика важне информације о уоченој зависности.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Директна пропорционалност и функција директне пропорционалности присутне су пре свега у хемији, али и у физици, географији, биологији, као и у друштвеним наукама.		
Кључни појмови:	директна пропорционалност, функција		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ФУНКЦИЈА ДИРЕКТНЕ ПРОПОРЦИОНАЛНОСТИ

Научићеш:

- шта је функција директне пропорционалности и како изгледа њен график.

Подсети се

У многим ситуацијама, размера одговарајућих вредности две зависне величине је константна. Две зависне величине су **директно пропорционалне** ако је размера одговарајућих вредности, различитих од нуле, константна.

Одговарајућа константа се назива **коефицијент директне пропорционалности**.

x	x_1	x_2	x_3	...
y	y_1	y_2	y_3	...

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = k$$

Пример 1. Наводимо неколико познатих парова директно пропорционалних величина.

бр. флашица	1	2	3	4	...
сума новца (у дин.)	60	120	180	240	...

$$\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{180}{3} = \frac{240}{4} = 60$$

Сума новца и количина робе (исте врсте) јесу директно пропорционалне величине. Константна размера ове две величине јесте **цена**.

Када се неко тело креће равномерном брзином, пређени пут и протекло време су директно пропорционалне величине, и одговарајући коефицијент пропорционалности се назива **брзина**.

Ако су дрвене коцке направљене од истог материјала, онда су маса и запремина коцке директно пропорционалне величине, и коефицијент пропорционалности се назива **густина**.

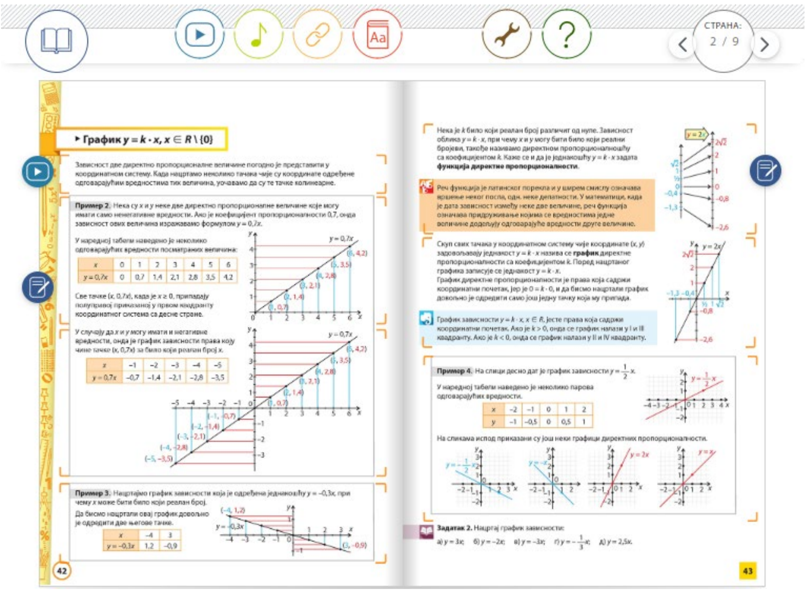
време (у min)	1	2	3	4	...
пут (у m)	1,5	3	4,5	6	...

$$\frac{1,5}{1} = \frac{3}{2} = \frac{4,5}{3} = \frac{6}{4} = 1,5$$

Задатак 1. Дрвене коцке различитих ивица направљене су од храстовог дрвета. Нацртај у свесци табелу приказану са десне стране и попуни празна поља.

запремина (у dm³)	2		5	5,3	
маса (у kg)	1,6	2,4			6

41



▸ **График $y = k \cdot x, x \in R \setminus \{0\}$**

Зависност две директно пропорционалне величине погодно је представити у координатном систему. Када нацртамо неколико тачака чије су координате одређене одговарајућим вредностима тих величина, уочавамо да су те тачке колинеарне.

Пример 2. Нека су x и y неке две директно пропорционалне величине које могу имати само ненегативне вредности. Ако је коефицијент пропорционалности 0,7, онда зависност ових величина изражавамо формулом $y = 0{,}7x$.

У наредној табели наведено је неколико одговарајућих вредности посматраних величина:

x	0	1	2	3	4	5	6
$y = 0{,}7x$	0	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5	4,2

Све тачке $(x, 0{,}7x)$, када је $x \geq 0$, припадају полуправој приказаној у првом квадранту координатног система са десне стране.

У случају да x и y могу имати и негативне вредности, онда је график зависности права коју чине тачке $(x, 0{,}7x)$ за било који реалан број x.

x	−1	−2	−3	−4	−5
$y = 0{,}7x$	−0,7	−1,4	−2,1	−2,8	−3,5

Пример 3. Нацртајмо график зависности која је одређена једнакошћу $y = -0{,}3x$, при чему x може бити било који реалан број.

Да бисмо нацртали овај график довољно је одредити две његове тачке.

x	−4	3
$y = -0{,}3x$	1,2	−0,9

42

Нека је k било који реалан број различит од нуле. Зависност облика $y = k \cdot x$, при чему x и y могу бити било који реални бројеви, такође називамо директном пропорционалношћу са коефицијентом k. Каже се и да је једнакошћу $y = k \cdot x$ задата **функција директне пропорционалности**.

Реч функција је латинског порекла и у ширем смислу означава вршење неког посла, одн. неке делатности. У математици, када је дата зависност између неке две величине, реч функција означава придруживање којима се вредностима једне величине додељују одговарајуће вредности друге величине.

Скуп свих тачака у координатном систему чије координате (x, y) задовољавају једнакост $y = k \cdot x$ назива се **график** директне пропорционалности са коефицијентом k. Поред нацртаног графика записује се једнакост $y = k \cdot x$.
График директне пропорционалности је права која садржи координатни почетак, јер је $0 = k \cdot 0$, и да бисмо нацртали график довољно је одредити само још једну тачку која му припада.

График зависности $y = k \cdot x, x \in R$, јесте права која садржи координатни почетак. Ако је $k > 0$, онда се график налази у I и III квадранту. Ако је $k < 0$, онда се график налази у II и IV квадранту.

Пример 4. На слици десно дат је график зависности $y = \frac{1}{2}x$.

У наредној табели наведено је неколико парова одговарајућих вредности.

x	−2	−1	0	1	2
y	−1	−0,5	0	0,5	1

На сликама испод приказани су још неки графици директних пропорционалности.

Задатак 2. Нацртај график зависности:

а) $y = 3x$; б) $y = -2x$; в) $y = -3x$; г) $y = -\frac{1}{3}x$; д) $y = 2{,}5x$.

43

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће. Обнавља са ученицима да је у многим ситуацијама размера одговарајућих вредности две зависне величине константна и да су две зависне величине директно пропорционалне ако је размера одговарајућих вредности, различитих од нуле, константна. То илуструје обрадом 1. примера, у коме наводи примере у којима су константне размере две посматране величине цена, брзина кретања и густина. Тиме још једном указује на присутност директне пропорционалности у свакодневном животу и другим наукама.	– Одговара на питања која поставља наставник; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Задаје ученицима 1. задатак, у ком ученици најпре треба да одреде константу пропорционалности, а затим да на основу вредности једне величине одреде вредност друге величине, што ученици утврђују обрадом 116. задатка из Збирке задатака. Наставник потом истиче да је зависност две директно пропорционалне величине погодно представити у координатном систему. Поставља питање ученицима шта могу да закључе о положају тачака чије су координате одређене одговарајућим вредностима директно пропорционалних величина. Након краће дискусије закључује да су дате тачке представљене у координатном систему колинеарне. Обрадом 2. примера упознаје ученике са разликама у графичком представљању директно пропорционалних величина које могу узети само ненегативне вредности, односно	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2. и 3. пример) и задатке (1. задатак из Уџбеника и 116. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

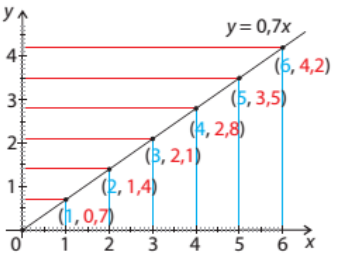
и ненегативне и негативне вредности за позитивну вредност коефицијента пропорционалности. Потом упознаје ученике и са графичким представљањем директно пропорционалних величина, када је коефицијент пропорционалности негативан (пример 3). Наглашава да зависност облика $y = k \cdot x$, при чему x и y могу бити било који реални бројеви, називамо директном пропорционалношћу са коефицијентом k. Записује на табли: **График зависности $\boldsymbol{y = k \cdot x, x \in R}$ јесте права која садржи координатни почетак. Ако је $\boldsymbol{k > 0}$, онда се график налази у I и III квадранту. Ако је $\boldsymbol{k < 0}$, онда се график налази у II и IV квадранту.** Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.6 *Функција директне пропорционалности*, слајдови 1 и 2). Упућује ученике на документарни филм *Сликање помоћу бројева* у дигиталном уџбенику (лекција 1.6 *Функција директне пропорционалности*, слајд 1). Упућује ученике на документарни филм *Аналитичка геометрија: Декарт* у дигиталном уџбенику (лекција 1.6 *Функција директне пропорционалности*, слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима директну пропорционалност величина, као и график зависности $\boldsymbol{y = k \cdot x, x \in R}$ и његове особине. Задаје ученицима домаћи задатак (117. и 118. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

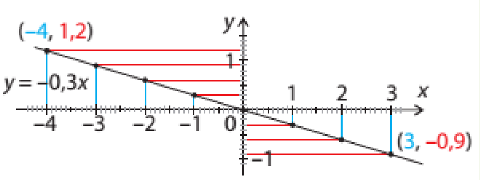
Изглед табле

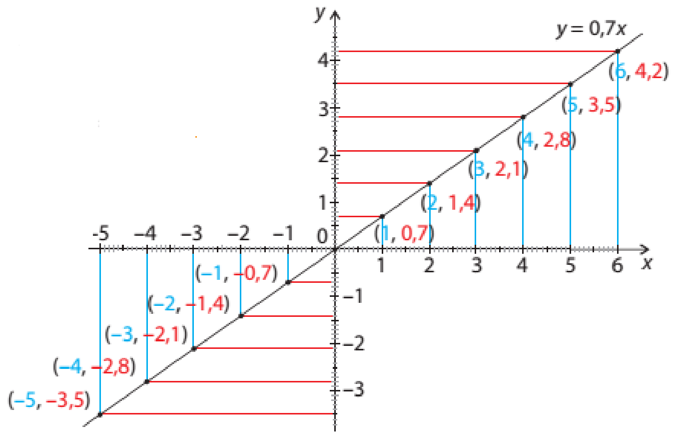
Функција директне пропорционалности

x	x_1	x_2	x_3	...
y	y_1	y_2	y_3	...

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = k$$







Начини провере оствареност исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 21

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	График $y = kx$, $k \in R \setminus \{0\}$		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о функцији директне пропорционалности, цртању графика $y = kx$, $k \in R \setminus \{0\}$, особинама графика, као и о читању података са датог графика.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • утврди да ли су две величине директно пропорционалне; • одреди коефицијент пропорционалности директно пропорционалних величина; • нацрта график зависности две директно пропорционалне величине; • чита са графика важне информације о уоченој зависности.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Директна пропорционалност и функција директне пропорционалности присутне су пре свега у хемији, али и у физици, географији, биологији, као и у друштвеним наукама.		
Кључни појмови:	директна пропорционалност, функција		

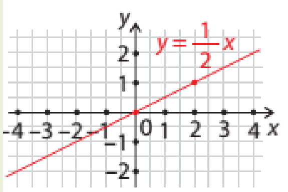
ТОК ЧАСА

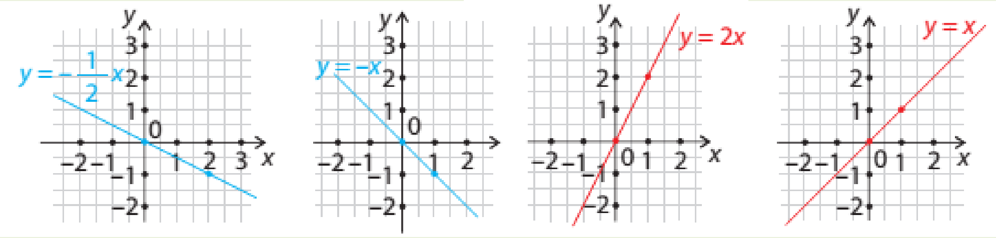
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће. Обнавља са ученицима директну пропорционалност величина, као и график зависности $y = k \cdot x, k \in R \setminus \{0\}$ и његове особине.	– Одговара на питања која поставља наставник.
Главни део часа (35 минута)	
Обнавља са ученицима особине графика директне пропорционалности, у којим квадрантима правоуглог координатног система се налази график у зависности од коефицијента пропорционалности, па обрађује са ученицима 4. пример, где илуструје разлике у особинама графика (угла који график заклапа са позитивним делом x-осе), чиме припрема ученике за садржаје које ће учити у будућности, а који се тичу линеарне функције. Затим задаје ученицима да реше 2. задатак из Уџбеника, анализира са њима дате графике, односно њихове особине и дискутује са ученицима. Потом им задаје да реше 120. задатак из Збирке, где ученици на основу графика треба да упореде коефицијенте пропорционалности датих графика и донесу одређене закључке, а потом и 122. задатак, у коме ученици, на основу графика и координата тачака које припадају датим графицима, треба тачно да одреде коефицијент пропорционалности две величине. Наставник задаје ученицима и 125. задатак, где ученици утврђују којим квадрантима припада график у зависности од коефицијента пропорционалности, али и решавање једноставних линеарних неједначина у скупу реалних бројева.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (4. пример) и задатке (2. задатак из Уџбеника и 120, 121, 122. и 125. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима директну пропорционалност величина, график зависности $\boldsymbol{y = k \cdot x, k \in R \setminus \{0\}}$ и његове особине (угао који заклапа са позитивним делом $\boldsymbol{x}$-осе, којим квадрантима припада график). Задаје ученицима домаћи задатак (119, 123. и 127. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

График $y = kx$, $k \in R \setminus \{0\}$

x	−2	−1	0	1	2
y	−1	−0,5	0	0,5	1





Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 22

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Пропорције		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање, утврђивање и продубљивање знања ученика о пропорцијама.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди непознати члан пропорције.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	наставни лист		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:	Има велику примену у хемији, физици, географији, а примена пропорција је неопходна за финансијску писменост ученика.		
Кључни појмови:	пропорције, спољашњи чланови пропорције, унутрашњи чланови пропорције		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Пошто су ученици у шестом разреду усвајали садржаје из пропорција, поставља им питање шта подразумевамо под пропорцијом. Након краће дискусије закључује са ученицима да једнакост двеју размера, тј. једнакост облика $a\colon b = c\colon d$, где су бројеви a, b, c, d различити од нуле, називамо пропорцијом. Понавља са ученицима да бројеве a и d зовемо спољашњим члановима пропорције, а b и c њеним унутрашњим члановима. Понавља и основну особину пропорција. Ако је $a\colon b = c\colon d$ $(a, b, c, d \neq 0)$, онда је $ad = bc$.	– Одговара на питања која поставља наставник; – даје промишљене одговоре на постављена питања.

<table>
<tr><th colspan="2">Главни део часа (30 минута)</th></tr>
<tr><td>Дели ученике у трочлане, нехомогене групе, а потом им даје наставне листиће који садрже задатке, чијом израдом ученици обнављају пропорције. Наставник помаже ученицима приликом израде задатака, дозира помоћ и обилази групе ученика.</td><td>– Прати упутства наставника;
– распоређује се у групу којој га наставник додели;
– анализира и закључује;
– поставља питања;
– решава задатке из наставног листа уз помоћ вршњака из групе и наставника.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Завршни део часа (5 минута)</th></tr>
<tr><td>Изводи ученике из различитих група како би исписали решења задатака на табли. Задаје ученицима да реше 1. задатак из Уџбеника (44. страна Уџбеника).</td><td>– Упознаје наставника и друге вршњаке са решењима задатака;
– прати решења других ученика и дискутује о решењима.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td>– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

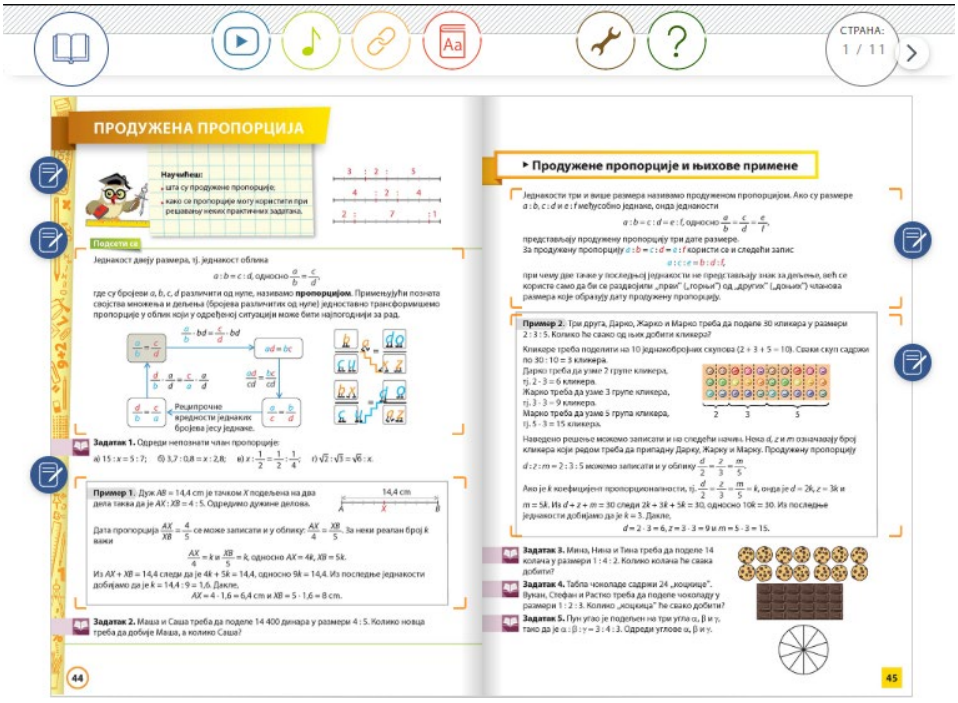
Пропорције

1. Одреди непознати члан пропорције $\frac{9}{x}=\frac{3}{2}$.
2. Одреди непознати члан пропорције $1,2:x=0,3:\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. Два брата, Вук и Лав, договорили су се да поделе 1000 динара у размери $5:3$. Колико новца треба да добије Вук, а колико Лав?
4. Карта је рађена у размери $1:200000$. Ако је растојање између два места на карти $3,5$ cm, колико је растојање у природи?
5. Возач формуле један за 10 минута трке изгуби $0,2$ kg од своје телесне масе. Колико је трајала трка ако је током трке изгубио $2,1$ kg?
6. Три радника окрече школу за 10 дана. За колико дана би школу окречило 5 радника?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 23

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Продужена пропорција		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са продуженом пропорцијом и одређивањем непознатих вредности у продуженој пропорцији.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди непознати члан (непознате чланове) продужене пропорције; • формира продужену пропорцију.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Има примену у хемији, а примена пропорција је неопходна и за финансијску писменост ученика.		
Кључни појмови:	пропорције, продужена пропорција		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПРОДУЖЕНА ПРОПОРЦИЈА

Научићеш:
- шта су продужене пропорције;
- како се пропорције могу користити при решавању неких практичних задатака.

Подсети се

Једнакост двеју размера, тј. једнакост облика

$$a : b = c : d, \text{ односно } \frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

где су бројеви a, b, c, d различити од нуле, називамо **пропорцијом**. Примењујући позната својства множења и дељења (бројева различитих од нуле) једноставно трансформишемо пропорције у облик који у одређеној ситуацији може бити најпогоднији за рад.

$$\begin{tikzcd} \frac{a}{b}=\frac{c}{d} \arrow[r, "\frac{a}{b}\cdot bd=\frac{c}{d}\cdot bd"] & ad=bc \arrow[d, "\frac{ad}{cd}=\frac{bc}{cd}"] \\ \frac{d}{b}=\frac{c}{a} \arrow[u, "\frac{d}{b}\cdot\frac{a}{d}=\frac{c}{a}\cdot\frac{a}{d}"] & \frac{a}{c}=\frac{b}{d} \arrow[l, "\text{Реципрочне вредности једнаких бројева јесу једнаке.}"] \end{tikzcd}$$

Задатак 1. Одреди непознати члан пропорције:
а) $15 : x = 5 : 7$; б) $3{,}7 : 0{,}8 = x : 2{,}8$; в) $x : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; г) $\sqrt{2} : \sqrt{3} = \sqrt{6} : x$.

Пример 1. Дуж $AB = 14{,}4$ cm је тачком X подељена на два дела таква да је $AX : XB = 4 : 5$. Одредимо дужине делова.

Дата пропорција $\frac{AX}{XB} = \frac{4}{5}$ се може записати и у облику: $\frac{AX}{4} = \frac{XB}{5}$. За неки реалан број k важи

$$\frac{AX}{4} = k \text{ и } \frac{XB}{5} = k, \text{ односно } AX = 4k, XB = 5k.$$

Из $AX + XB = 14{,}4$ следи да је $4k + 5k = 14{,}4$, односно $9k = 14{,}4$. Из последње једнакости добијамо да је $k = 14{,}4 : 9 = 1{,}6$. Дакле,

$$AX = 4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4 \text{ cm и } XB = 5 \cdot 1{,}6 = 8 \text{ cm}.$$

Задатак 2. Маша и Саша треба да поделе 14 400 динара у размери 4 : 5. Колико новца треба да добије Маша, а колико Саша?

44

▸ Продужене пропорције и њихове примене

Једнакости три и више размера називамо продуженом пропорцијом. Ако су размере $a : b$, $c : d$ и $e : f$ међусобно једнаке, онда једнакости

$$a : b = c : d = e : f, \text{ односно } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f},$$

представљају продужену пропорцију три дате размере.
За продужену пропорцију $a : b = c : d = e : f$ користи се и следећи запис

$$a : c : e = b : d : f,$$

при чему две тачке у последњој једнакости не представљају знак за дељење, већ се користе само да би се раздвојили „први" („горњи") од „других" („доњих") чланова размера које образују дату продужену пропорцију.

Пример 2. Три друга, Дарко, Жарко и Марко треба да поделе 30 кликера у размери 2 : 3 : 5. Колико ће свако од њих добити кликера?

Кликере треба поделити на 10 једнакобројних скупова (2 + 3 + 5 = 10). Сваки скуп садржи по 30 : 10 = 3 кликера.
Дарко треба да узме 2 групе кликера,
тј. 2 · 3 = 6 кликера.
Жарко треба да узме 3 групе кликера,
тј. 3 · 3 = 9 кликера.
Марко треба да узме 5 група кликера,
тј. 5 · 3 = 15 кликера.

Наведено решење можемо записати и на следећи начин. Нека d, z и m означавају број кликера који редом треба да припадну Дарку, Жарку и Марку. Продужену пропорцију $d : z : m = 2 : 3 : 5$ можемо записати и у облику $\frac{d}{2} = \frac{z}{3} = \frac{m}{5}$.

Ако је k коефицијент пропорционалности, тј. $\frac{d}{2} = \frac{z}{3} = \frac{m}{5} = k$, онда је $d = 2k$, $z = 3k$ и $m = 5k$. Из $d + z + m = 30$ следи $2k + 3k + 5k = 30$, односно $10k = 30$. Из последње једнакости добијамо да је $k = 3$. Дакле,

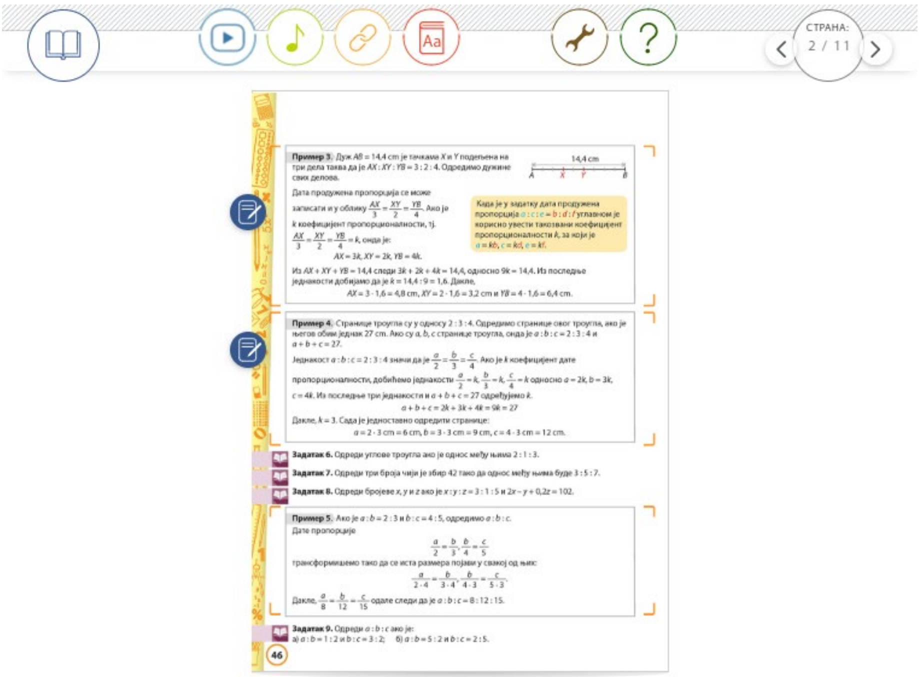
$$d = 2 \cdot 3 = 6, z = 3 \cdot 3 = 9 \text{ и } m = 5 \cdot 3 = 15.$$

Задатак 3. Мина, Нина и Тина треба да поделе 14 колача у размери 1 : 4 : 2. Колико колача ће свака добити?

Задатак 4. Табла чоколаде садржи 24 „коцкице". Вукан, Стефан и Растко треба да поделе чоколаду у размери 1 : 2 : 3. Колико „коцкица" ће свако добити?

Задатак 5. Пун угао је подељен на три угла α, β и γ, тако да је α : β : γ = 3 : 4 : 3. Одреди углове α, β и γ.

45



Пример 3. Дуж $AB = 14{,}4$ cm је тачкама X и Y подељена на три дела таква да је $AX : XY : YB = 3 : 2 : 4$. Одредимо дужине свих делова.

Дата продужена пропорција се може записати и у облику $\frac{AX}{3} = \frac{XY}{2} = \frac{YB}{4}$. Ако је k коефицијент пропорционалности, тј. $\frac{AX}{3} = \frac{XY}{2} = \frac{YB}{4} = k$, онда је:

$$AX = 3k, XY = 2k, YB = 4k.$$

Када је у задатку дата продужена пропорција $a : c : e = b : d : f$ углавном је корисно увести такозвани коефицијент пропорционалности k, за који је $a = kb$, $c = kd$, $e = kf$.

Из $AX + XY + YB = 14{,}4$ следи $3k + 2k + 4k = 14{,}4$, односно $9k = 14{,}4$. Из последње једнакости добијамо да је $k = 14{,}4 : 9 = 1{,}6$. Дакле,

$$AX = 3 \cdot 1{,}6 = 4{,}8 \text{ cm}, XY = 2 \cdot 1{,}6 = 3{,}2 \text{ cm и } YB = 4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4 \text{ cm}.$$

Пример 4. Странице троугла су у односу $2 : 3 : 4$. Одредимо странице овог троугла, ако је његов обим једнак 27 cm. Ако су a, b, c странице троугла, онда је $a : b : c = 2 : 3 : 4$ и $a + b + c = 27$.

Једнакост $a : b : c = 2 : 3 : 4$ значи да је $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$. Ако је k коефицијент дате пропорционалности, добићемо једнакости $\frac{a}{2} = k, \frac{b}{3} = k, \frac{c}{4} = k$ односно $a = 2k, b = 3k, c = 4k$. Из последње три једнакости и $a + b + c = 27$ одређујемо k.

$$a + b + c = 2k + 3k + 4k = 9k = 27$$

Дакле, $k = 3$. Сада је једноставно одредити странице:

$$a = 2 \cdot 3 \text{ cm} = 6 \text{ cm}, b = 3 \cdot 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}, c = 4 \cdot 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}.$$

Задатак 6. Одреди углове троугла ако је однос међу њима $2 : 1 : 3$.

Задатак 7. Одреди три броја чији је збир 42 тако да однос међу њима буде $3 : 5 : 7$.

Задатак 8. Одреди бројеве x, y и z ако је $x : y : z = 3 : 1 : 5$ и $2x - y + 0{,}2z = 102$.

Пример 5. Ако је $a : b = 2 : 3$ и $b : c = 4 : 5$, одредимо $a : b : c$.

Дате пропорције

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}, \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$$

трансформишемо тако да се иста размера појави у свакој од њих:

$$\frac{a}{2 \cdot 4} = \frac{b}{3 \cdot 4}, \frac{b}{4 \cdot 3} = \frac{c}{5 \cdot 3}.$$

Дакле, $\frac{a}{8} = \frac{b}{12} = \frac{c}{15}$ одале следи да је $a : b : c = 8 : 12 : 15$.

Задатак 9. Одреди $a : b : c$ ако је:
а) $a : b = 1 : 2$ и $b : c = 3 : 2$; б) $a : b = 5 : 2$ и $b : c = 2 : 5$.

46

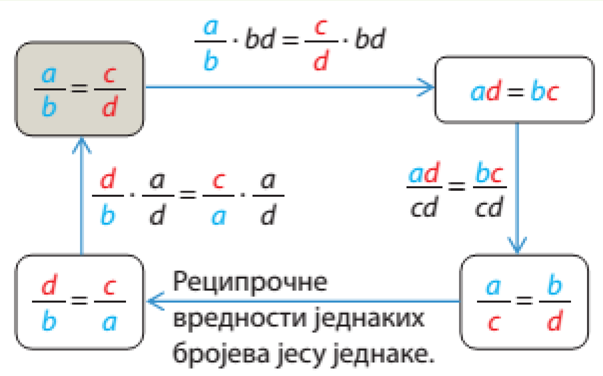
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира са ученицима израду домаћих задатака. Обнавља са ученицима још једном појам пропорције и елементе пропорције. Подсећа ученике да примењујући позната својства множења и дељења (бројева различитих од нуле) једноставно можемо трансформисати пропорције у облик који у одређеној ситуацији може бити најпогоднији за рад. Истиче циљ часа.	– Одговара на питања која поставља наставник; – даје промишљене одговоре на постављена питања.
Главни део часа (35 минута)	
Обрађује са ученицима 1. пример из Уџбеника, а потом их упознаје са продуженом пропорцијом. Истиче да једнакости три и више размера називамо продуженом пропорцијом. Ако су размере $a\colon b, c\colon d$ и $e\colon f$ међусобно једнаке, онда једнакости $a\colon b = c\colon d = e\colon f$ представљају продужену пропорцију три дате размере. Наглашава да се за продужену пропорцију $a\colon b = c\colon d = e\colon f$ користи и следећи запис $a\colon c\colon e = b\colon d\colon f$, при чему две тачке у последњој једнакости не представљају знак за дељење, већ се користе само да би се раздвојили „први” од „других” чланова размера које образују дату продужену пропорцију. Продужену пропорцију илуструје обрадом 2. примера, док је ученици утврђују решавањем 3. и 4. задатка. На сличности и разлике између пропорције и продужене пропорције указује након обраде 3. примера и упоређивањем са 1. примером. Затим наставник упознаје ученике са поступком формирања	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 5. пример) и задатке (3. и 4. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

продужене пропорције на основу две пропорције са једним заједничким и са по једним различитим чланом (5. пример). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 1.7 *Продужена пропорција*, слајдови 1 и 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима продужену пропорцију, израчунавање непознатог члана, односно непознатих чланова из продужене пропорције, као и поступак формирања продужене пропорције из две или више пропорција. Задаје ученицима домаћи задатак (2, 5. и 6. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Продужена пропорција



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 24

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Реални бројеви**		
Наставна јединица:	Примене продужених пропорција		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о продуженој пропорцији и њеној примени.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди непознати члан (непознате чланове) продужене пропорције; • формира продужену пропорцију; • примењује продужену пропорцију у различитим задацима.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Има примену у хемији, а примена пропорција је неопходна и за финансијску писменост ученика.		
Кључни појмови:	пропорције, продужена пропорција, примена продужених пропорција		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима продужену пропорцију, израчунавање непознатог члана, односно непознатих чланова из продужене пропорције, као и поступак формирања продужене пропорције из две или више пропорција. Анализира са ученицима израду домаћих задатака и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на питања која поставља наставник; – даје промишљене одговоре на постављена питања.
Главни део часа (25 минута)	
Задаје ученицима да ураде 7. и 8. задатак из Уџбеника, којима утврђују примену продужених пропорција и повезивање продужених пропорција са одговарајућим једначинама како би се израчунале тражене вредности. Наставник потом још једном подсећа ученике на поступак формирања продужене пропорције од две или више пропорција, па задаје	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији;

ученицима 9. задатак из Уџбеника како би дати поступак утврдили и увежбали. Уколико остане довољно времена, задаје им и 134. задатак из Збирке задатака, који има за циљ побољшање финансијске писмености ученика.	– даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке (7, 8. и 9. задатак из Уџбеника и 134. из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (15 минута)	
Понавља са ученицима продужену пропорцију, поступак формирања продужене пропорције из две или више пропорција, као и израчунавање непознате величине, односно непознатих чланова из продужене пропорције. Након тога задаје ученицима петнаестоминутни тест.	– Одговара на питања наставника; – решава задатке из петнаестоминутног теста.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака – петнаестоминутни тест
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

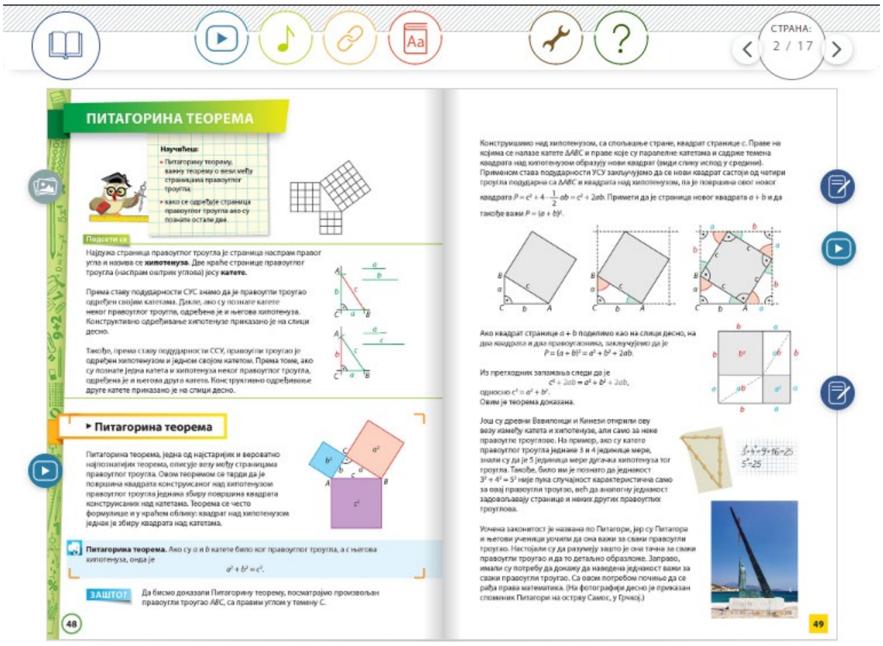
Петнаестоминутни тест – Продужена пропорција

1. Израчунај непознати члан продужене пропорције: $\mathbf{1:18:y=x:9:4}$.
2. Збир три броја је $\mathbf{495}$. Одреди те бројеве ако су они у односу $\mathbf{2:4:5}$.
3. Одреди $\boldsymbol{a:b:c}$ ако је $\boldsymbol{a:b=3:4}$ и $\boldsymbol{b:c=8:7}$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 25

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Питагорина теорема		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са Питагорином теоремом као једним од најважнијих тврђења у математици.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • формулише Питагорину теорему; • елементарно примени Питагорину теорему.		
Наставне методе:	хеуристичка, дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери), наставни листови		
Облици рада:	рад у паровима, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме је неопходно за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, квадрат реалног броја, катета, хипотенуза		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПИТАГОРИНА ТЕОРЕМА

Научићеш:
- Питагорину теорему, важну теорему о вези међу страницама правоуглог троугла;
- како се одређује страница правоуглог троугла ако су познате остале две.

Подсети се

Најдужа страница правоуглог троугла је страница наспрам правог угла и назива се **хипотенуза**. Две краће странице правоуглог троугла (наспрам оштрих углова) јесу **катете.**

Према ставу подударности СУС знамо да је правоугли троугао одређен својим катетама. Дакле, ако су познате катете неког правоуглог троугла, одређена је и његова хипотенуза. Конструктивно одређивање хипотенузе приказано је на слици десно.

Такође, према ставу подударности ССУ, правоугли троугао је одређен хипотенузом и једном својом катетом. Према томе, ако су познате једна катета и хипотенуза неког правоуглог троугла, одређена је и његова друга катета. Конструктивно одређивање друге катете приказано је на слици десно.

Питагорина теорема

Питагорина теорема, једна од најстаријих и вероватно најпознатијих теорема, описује везу међу страницама правоуглог троугла. Овом теоремом се тврди да је површина квадрата конструисаног над хипотенузом правоуглог троугла једнака збиру површина квадрата конструисаних над катетама. Теорема се често формулише и у краћем облику: квадрат над хипотенузом једнак је збиру квадрата над катетама.

Питагорина теорема. *Ако су a и b катете било ког правоуглог троугла, а c његова хипотенуза, онда је*

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

ЗАШТО? Да бисмо доказали Питагорину теорему, посматрајмо произвољан правоугли троугао ABC, са правим углом у темену C.

48

Конструишимо над хипотенузом, са спољашње стране, квадрат странице c. Праве на којима се налазе катете ΔABC и праве које су паралелне катетама и садрже темена квадрата над хипотенузом образују нови квадрат (види слику испод у средини). Применом става подударности УСУ закључујемо да се нови квадрат састоји од четири троугла подударна са ΔABC и квадрата над хипотенузом, па је површина овог новог квадрата $P = c^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} ab = c^2 + 2ab$. Примети да је страница новог квадрата $a + b$ и да такође важи $P = (a + b)^2$.

Ако квадрат странице $a + b$ поделимо као на слици десно, на два квадрата и два правоугаоника, закључујемо да је

$$P = (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

Из претходних запажања следи да је

$$c^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2ab,$$

односно $c^2 = a^2 + b^2$.
Овим је теорема доказана.

Још су древни Вавилонци и Кинези открили ову везу између катета и хипотенузе, али само за неке правоугле троуглове. На пример, ако су катете правоуглог троугла једнаке 3 и 4 јединице мере, знали су да је 5 јединица мере дугачка хипотенуза тог троугла. Такође, било им је познато да једнакост $3^2 + 4^2 = 5^2$ није пука случајност карактеристична само за овај правоугли троугао, већ да аналогну једнакост задовољавају странице и неких других правоуглих троуглова.

$3^2+4^2=9+16=25$
$5^2=25$

Уочена законитост је названа по Питагори, јер су Питагора и његови ученици уочили да она важи за сваки правоугли троугао. Настојали су да разумеју зашто је она тачна за сваки правоугли троугао и да то детаљно образложе. Заправо, имали су потребу да докажу да наведена једнакост важи за сваки правоугли троугао. Са овом потребом почиње да се рађа права математика. (На фотографији десно је приказан споменик Питагори на острву Самос, у Грчкој.)

49

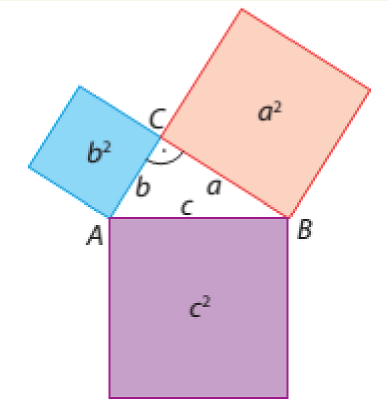
ТОК ЧАСА

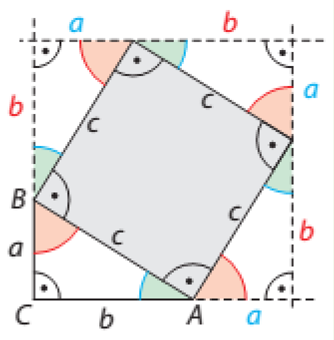
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (20 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове катета и хипотенуза. Подсећа ученике да је према ставу подударности СУС правоугли троугао одређен својим катетама, односно једном катетом и једном хипотенузом, према ставу подударности ССУ. Дели ученике у парове тако да ученици који чине један пар буду различитих постигнућа из математике. Стара се да сваки пар ученика има по једне маказе. Затим задаје ученицима да конструишу прав угао. Обилази ученике како би се уверио да је сваки пар ученика успешно конструисао прав угао. Потом дели ученицима наставне материјале (прилог 1 и прилог 2). Упућује ученике да најпре исеку квадрате из прилога 1 ($3 \times 3, 4 \times 4, 5 \times 5, 6 \times 6, 12 \times 12$ и 13×13). Даје упутства ученицима да од датих квадрата покушају да формирају све могуће правоугле троуглове тако што ће по страницу два квадрата поклопити са крацима правог угла који су конструисали (тако да се по једно теме два квадрата додирује), док ће страницу трећег квадрата поставити тако да она представља хипотенузу (тако што ће два суседна темена трећег квадрата поклопити са по једним, одговарајућим теменом прва два квадрата). На табли им демонстрира са произвољним квадратима како то да ураде. Обнавља са ученицима однос дужина страница троугла и унутрашњих углова троугла како би указао ученицима на то да хипотенуза мора бити већа од катета, чиме усмерава ученике на могуће варијанте слагања квадрата. Обилази ученике, отклања евентуалне нејасноће. Ученицима који су уочили неке правоугле троуглове даје упуство да попуне табелу из прилога 2 и да покушају да формулишу своје закључке.	– Сече квадрате из 1. прилога; – слаже дате квадрате по упутствима наставника како би добио правоугли троугао; – за добијене правоугле троуглове попуњава табелу из прилога 2 и покушава да, својим речима, формулише тврђење; – одговара на постављена питања наставника; – сарађује са вршњаком са којим је у пару.
Главни део часа (20 минута)	
Дискутује са ученицима који су дошли до одређених закључака. Уколико нико од ученика није адекватно формулисао тврђење, наводи ученике који су близу формулације, дозира помоћ, поставља им адекватна питања и потпитања. Обилази ученике како би утврдио да ли су уочили по два правоугла троугла, попуњава табелу на табли и потом са ученицима закључује: **Ако су a и b катете било ког правоуглог троугла, а c његова хипотенуза, онда је $a^2 + b^2 = c^2$.** Тврђење потом поступно доказује, коришћењем једнакости површине два квадрата са страницама	– Учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања.

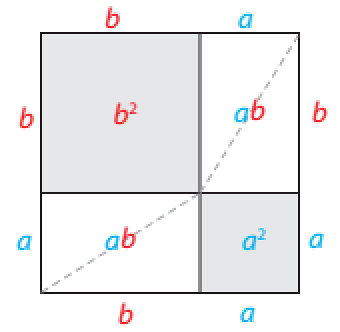
једнаких дужина. Приликом извођења доказа, скицира одговарајуће квадрате на слици и максимално укључује ученике у дискусију. **Интерактиван приказ** – *Питагорина теорема.* Коришћењем дигиталног садржаја, наставник илуструје Питагорину теорему (лекција 2.1 *Питагорина теорема*, слајд 2). **Документарни филм** – *Доказивање Питагоре.* Наставник ученицима пушта трominутни филм који говори о Питагори, Питагориној теореми и на сликовит начин приказује доказ ове теореме (лекција 2.1 *Питагорина теорема*, слајд 2). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.1 *Питагорина теорема*, слајд 2). Упућује ученике на галерију слика (лекција 2.1 *Питагорина теорема*, слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима Питагорину теорему и указује на то да помоћу ње можемо да одредимо непознату страницу правоуглог троугла када су друге две странице познате, тј. указује на повезаност Питагорине теореме и конструкција са уводног дела часа. Једно је конструктивно решење проблема, а друго је рачунско. Задаје ученицима домаћи задатак: да исеку осам правоуглих троуглова, страница 3, 4 и 5 cm, и залепе их у свеску у два различита распореда којима илуструјемо доказ Питагорине теореме, као и да прочитају чланак из Уџбеника о Питагори и његовој школи, и да додатно истраже његово дело и његов допринос математици.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Питагорина теорема





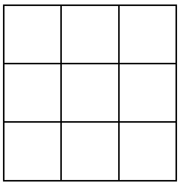


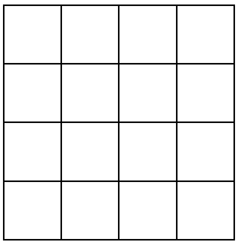
Начини провере оставрености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака из наставних листова
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

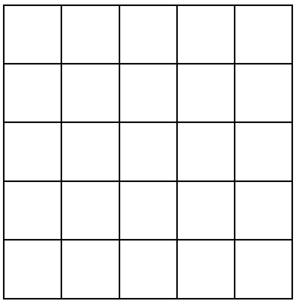
ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

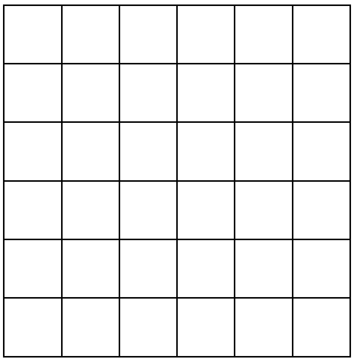
ПРИЛОГ 1

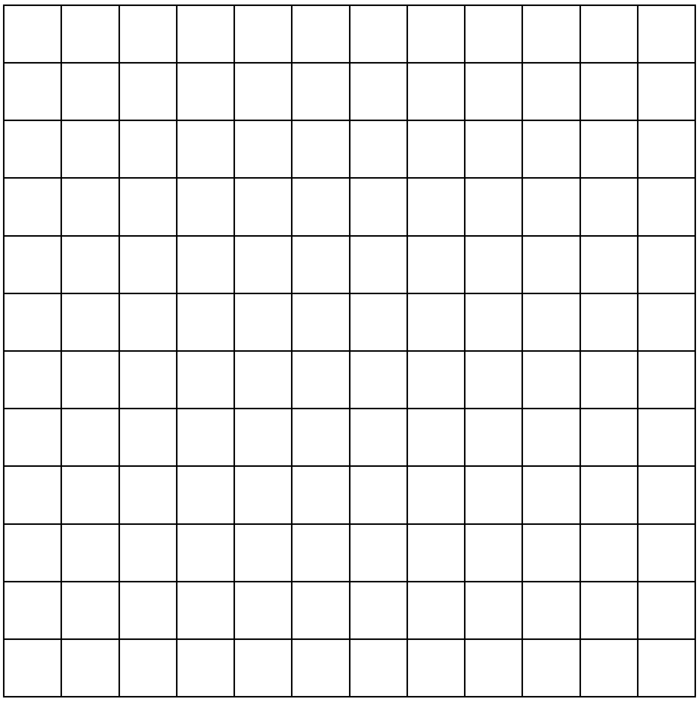
Питагорина теорема











ПРИЛОГ 2

Питагорина теорема

За квадрате чије странице образују правоугли троугао попуни табелу, ако су $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ ознаке за дужине катета, а $\boldsymbol{c}$ ознака за дужину хипотенузе.

a	b	c	a^2	b^2	c^2

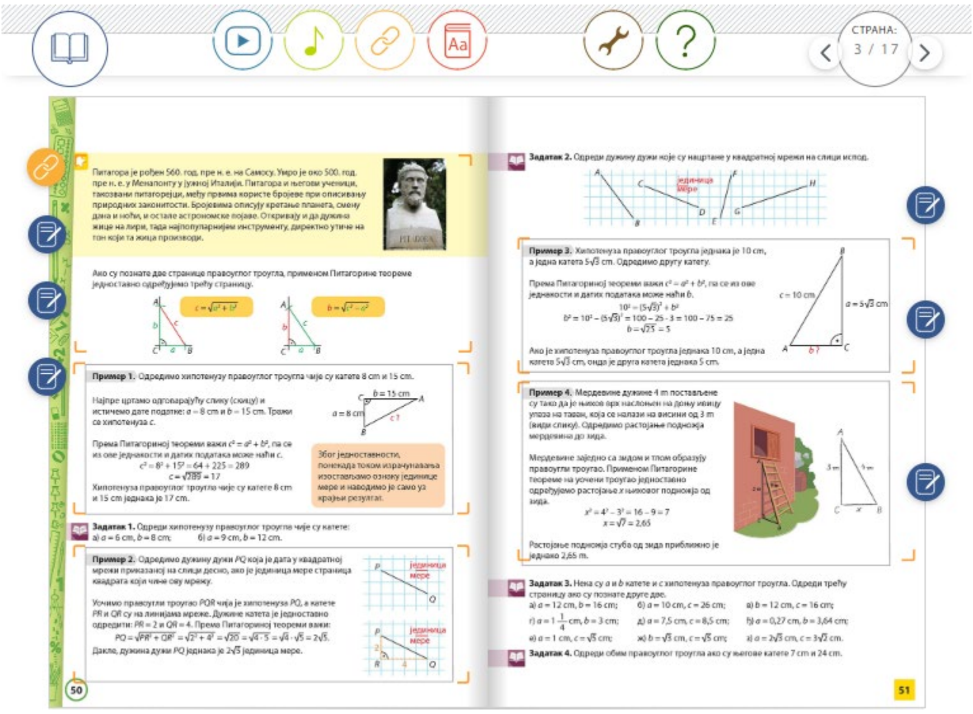
Шта примећујеш? Формулиши правило које уочаваш.

____
____
____
____
____________.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 26

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Одређивање непознате странице правоуглог троугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање поступка одређивања непознате хипотенузе, односно катете правоуглог троугла применом Питагорине теореме.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину непознате странице правоуглог троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за решавање проблема.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме је неопходно за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, квадрат реалног броја, катета, хипотенуза		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Питагора је рођен 560. год. пре н. е. на Самосу. Умро је око 500. год. пре н. е. у Метапонту у јужној Италији. Питагора и његови ученици, такозвани питагорејци, међу првима користе бројеве при описивању природних законитости. Бројевима описују кретање планета, смену дана и ноћи, и остале астрономске појаве. Откривају и да дужина жице на лири, тада најпопуларнијем инструменту, директно утиче на тон који та жица производи.

Ако су познате две странице правоуглог троугла, применом Питагорине теореме једноставно одређујемо трећу страницу.

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

Пример 1. Одредимо хипотенузу правоуглог троугла чије су катете 8 cm и 15 cm.

Најпре цртамо одговарајућу слику (скицу) и истичемо дате податке: $a = 8$ cm и $b = 15$ cm. Тражи се хипотенуза c.

Према Питагориној теореми важи $c^2 = a^2 + b^2$, па се из ове једнакости и датих података може наћи c.

$$c^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$
$$c = \sqrt{289} = 17$$

Хипотенуза правоуглог троугла чије су катете 8 cm и 15 cm једнака је 17 cm.

Због једноставности, понекада током израчунавања изостављамо ознаку јединице мере и наводимо је само уз крајњи резултат.

Задатак 1. Одреди хипотенузу правоуглог троугла чије су катете:
а) $a = 6$ cm, $b = 8$ cm; б) $a = 9$ cm, $b = 12$ cm.

Пример 2. Одредимо дужину дужи PQ која је дата у квадратној мрежи приказаној на слици десно, ако је јединица мере страница квадрата који чине ову мрежу.

Уочимо правоугли троугао PQR чија је хипотенуза PQ, а катете PR и QR су на линијама мреже. Дужине катета је једноставно одредити: $PR = 2$ и $QR = 4$. Према Питагориној теореми важи:

$$PQ = \sqrt{PR^2 + QR^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$$

Дакле, дужина дужи PQ једнака је $2\sqrt{5}$ јединица мере.

50

Задатак 2. Одреди дужину дужи које су нацртане у квадратној мрежи на слици испод.

Пример 3. Хипотенуза правоуглог троугла једнака је 10 cm, а једна катета $5\sqrt{3}$ cm. Одредимо другу катету.

Према Питагориној теореми важи $c^2 = a^2 + b^2$, па се из ове једнакости и датих података може наћи b.

$$10^2 = (5\sqrt{3})^2 + b^2$$
$$b^2 = 10^2 - (5\sqrt{3})^2 = 100 - 25 \cdot 3 = 100 - 75 = 25$$
$$b = \sqrt{25} = 5$$

Ако је хипотенуза правоуглог троугла једнака 10 cm, а једна катета $5\sqrt{3}$ cm, онда је друга катета једнака 5 cm.

Пример 4. Мердевине дужине 4 m постављене су тако да је њихов врх наслоњен на доњу ивицу улаза на таван, која се налази на висини од 3 m (види слику). Одредимо растојање подножја мердевина до зида.

Мердевине заједно са зидом и тлом образују правоугли троугао. Применом Питагорине теореме на уочени троугао једноставно одређујемо растојање x њиховог подножја од зида.

$$x^2 = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$$
$$x = \sqrt{7} = 2{,}65$$

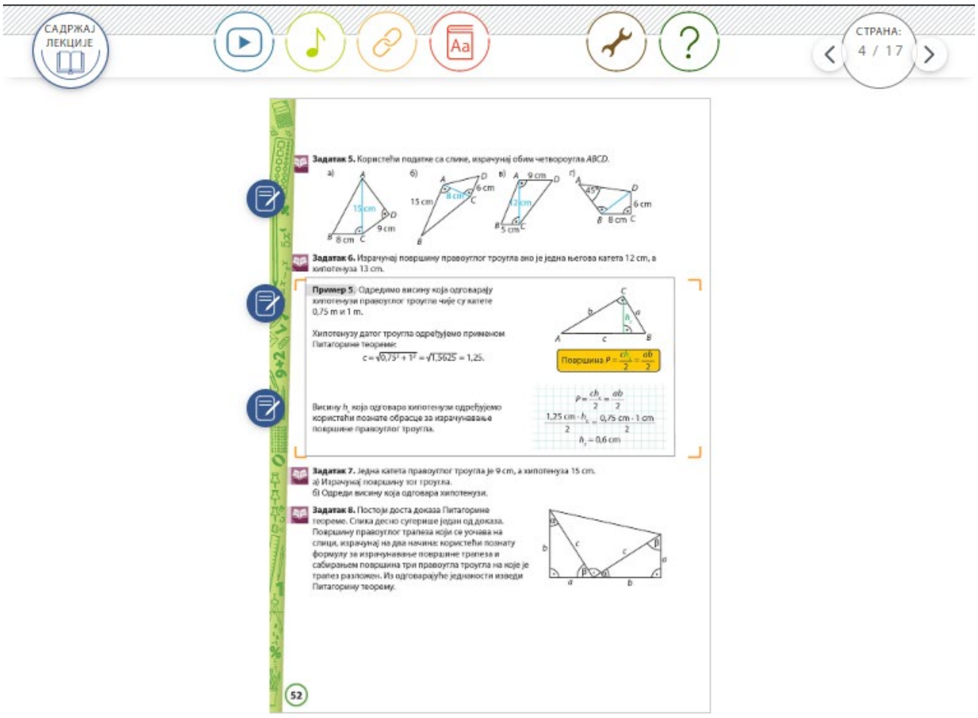
Растојање подножја стуба од зида приближно је једнако 2,65 m.

Задатак 3. Нека су a и b катете и c хипотенуза правоуглог троугла. Одреди трећу страницу ако су познате друге две.

а) $a = 12$ cm, $b = 16$ cm; б) $a = 10$ cm, $c = 26$ cm; в) $b = 12$ cm, $c = 16$ cm;
г) $a = 1\frac{1}{4}$ cm, $b = 3$ cm; д) $a = 7{,}5$ cm, $c = 8{,}5$ cm; ђ) $a = 0{,}27$ cm, $b = 3{,}64$ cm;
е) $a = 1$ cm, $c = \sqrt{5}$ cm; ж) $b = \sqrt{3}$ cm, $c = \sqrt{5}$ cm; з) $a = 2\sqrt{3}$ cm, $c = 3\sqrt{2}$ cm.

Задатак 4. Одреди обим правоуглог троугла ако су његове катете 7 cm и 24 cm.

51



Задатак 5. Користећи податке са слике, израчунај обим четвороугла *ABCD*.

Задатак 6. Израчунај површину правоуглог троугла ако је једна његова катета 12 cm, а хипотенуза 13 cm.

Пример 5. Одредимо висину која одговара хипотенузи правоуглог троугла чије су катете 0,75 m и 1 m.

Хипотенузу датог троугла одређујемо применом Питагорине теореме:

$$c = \sqrt{0,75^2 + 1^2} = \sqrt{1,5625} = 1,25.$$

Површина $P = \frac{ch_c}{2} = \frac{ab}{2}$

Висину h_c која одговара хипотенузи одређујемо користећи познате обрасце за израчунавање површине правоуглог троугла.

$$P = \frac{ch_c}{2} = \frac{ab}{2}$$

$$\frac{1,25\ \text{cm} \cdot h_c}{2} = \frac{0,75\ \text{cm} \cdot 1\ \text{cm}}{2}$$

$$h_c = 0,6\ \text{cm}$$

Задатак 7. Једна катета правоуглог троугла је 9 cm, а хипотенуза 15 cm.
а) Израчунај површину тог троугла.
б) Одреди висину која одговара хипотенузи.

Задатак 8. Постоји доста доказа Питагорине теореме. Слика десно сугерише један од доказа. Површину правоуглог трапеза који се уочава на слици, израчунај на два начина: користећи познату формулу за израчунавање површине трапеза и сабирањем површина три правоугла троугла на које је трапез разложен. Из одговарајуће једнакости изведи Питагорину теорему.

52

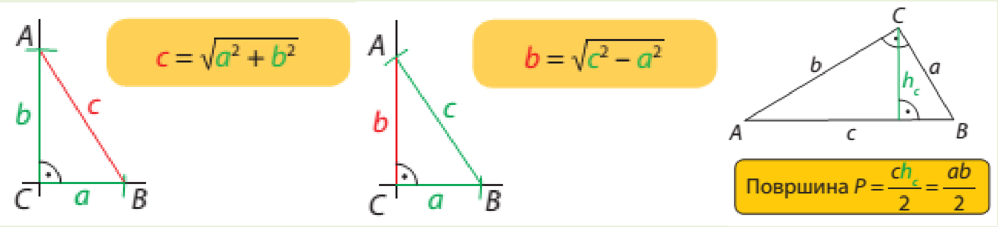
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика и понавља са њима Питагорину теорему. Истиче циљ часа и наглашава да ако су познате две странице правоуглог троугла, применом Питагорине теореме једноставно одређујемо трећу страницу. Записује на табли да је $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, односно $b = \sqrt{c^2 - a^2}$, за катете a и b и хипотенузу c.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (30 минута)	
Обрадом 1. примера илуструје поступак одређивања дужине хипотенузе ако су познате дужине катета правоуглог троугла, што ученици утврђују израдом 1. задатка из Уџбеника. Утврђује са ученицима поступак одређивања дужине дужи која је дата у квадратној мрежи, ако је јединица мере страница квадрата који чине поменуту мрежу (2. пример). Даље, примену Питагорине теореме за одређивање дужине катете ако су познате дужине хипотенузе и друге катете илуструје обрадом 3. примера, док на примену Питагорине теореме у свакодневним животним ситуацијама указује обрадом 4. примера. Затим наставник обрађује 5. задатак под а) и б), након чега	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (1, 5. и 8. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

понавља са ученицима површину правоуглог троугла и повезује је са Питагорином теоремом у циљу одређивања елемената правоуглог троугла. Уколико остане довољно времена, задаје ученицима и 8. задатак, где површину правоуглог трапеза треба да израчунају на два начина, користећи познату формулу за израчунавање површине трапеза и сабирањем површина три правоугла троугла на које је трапез разложен, чиме доказују Питагорину теорему. У супротном тај задатак остаје за домаћи. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.1 *Питагорина теорема*, слајд 3 и слајд 4).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима Питагорину теорему и поступке за израчунавање дужине непознате странице правоуглог троугла, па затим задаје ученицима домаћи задатак (2, 3, 4. и 5. под в) и г) и 6. и 7. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Одређивање непознате странице правоуглог троугла

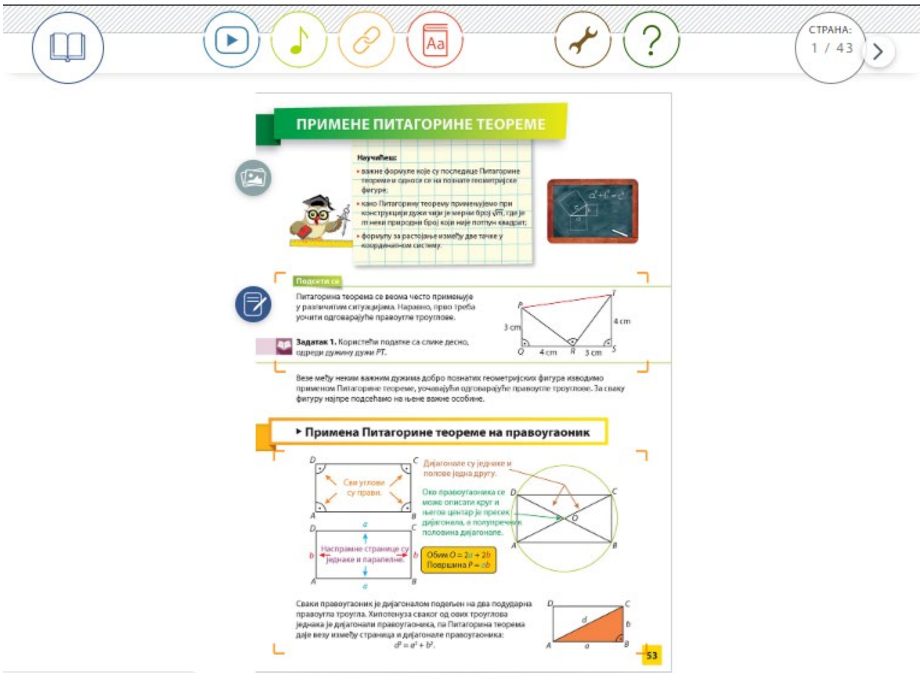


Начини провере оствareности исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 27

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са применом Питагорине теореме при одређивању дужине страница и дијагонала правоугаоника и квадрата.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале квадрата ако је позната дужина странице квадрата; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице квадрата ако је позната дужина дијагонале квадрата; • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале правоугаоника ако су познате дужине страница тог правоугаоника; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице правоугаоника ако је позната дужина дијагонале и друге странице тог правоугаоника.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на правоугаоник и квадрат неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, квадрат, правоугаоник		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПРИМЕНЕ ПИТАГОРИНЕ ТЕОРЕМЕ

Научићеш:
- важне формуле које су последице Питагорине теореме и односе се на познате геометријске фигуре;
- како Питагорину теорему примењујемо при конструкцији дужи чији је мерни број $\sqrt{n}$, где је n неки природни број који није потпун квадрат;
- формулу за растојање између две тачке у координатном систему.

Подсети се

Питагорина теорема се веома често примењује у различитим ситуацијама. Наравно, прво треба уочити одговарајуће правоугле троуглове.

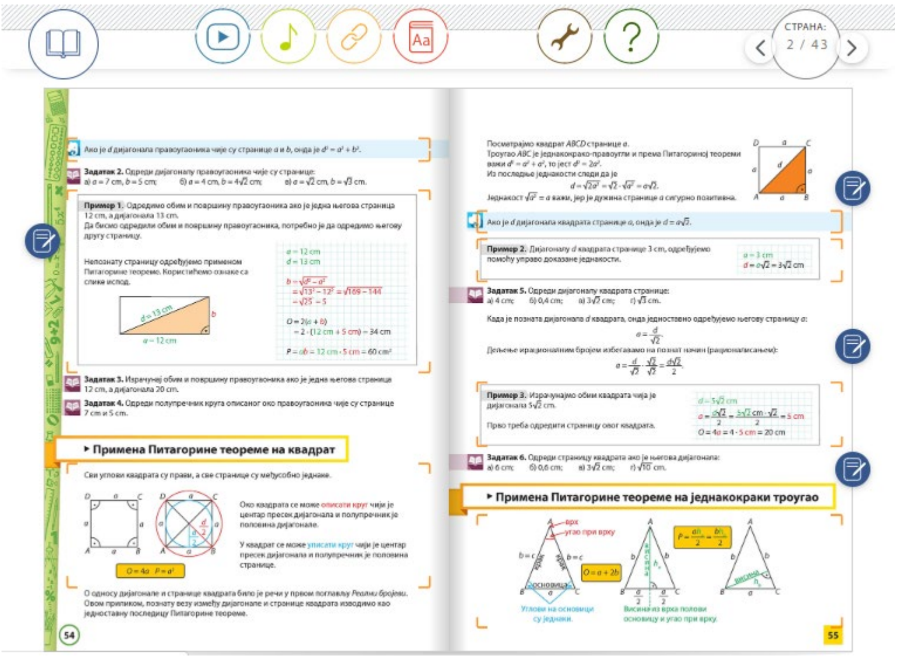
Задатак 1. Користећи податке са слике десно, одреди дужину дужи *PT*.

Везе међу неким важним дужима добро познатих геометријских фигура изводимо применом Питагорине теореме, уочавајући одговарајуће правоугле троуглове. За сваку фигуру најпре подсећамо на њене важне особине.

▸ Примена Питагорине теореме на правоугаоник

Сваки правоугаоник је дијагоналом подељен на два подударна правоугла троугла. Хипотенуза сваког од ових троуглова једнака је дијагонали правоугаоника, па Питагорина теорема даје везу између страница и дијагонале правоугаоника:
$$d^2 = a^2 + b^2.$$

53



Ако је *d* дијагонала правоугаоника чије су странице *a* и *b*, онда је $d^2 = a^2 + b^2$.

Задатак 2. Одреди дијагоналу правоугаоника чије су странице:
а) $a = 7$ cm, $b = 5$ cm; б) $a = 4$ cm, $b = 4\sqrt{2}$ cm; в) $a = \sqrt{2}$ cm, $b = \sqrt{3}$ cm.

Пример 1. Одредимо обим и површину правоугаоника ако је једна његова страница 12 cm, а дијагонала 13 cm.
Да бисмо одредили обим и површину правоугаоника, потребно је да одредимо његову другу страницу.

Непознату страницу одређујемо применом Питагорине теореме. Користићемо ознаке са слике испод.

$a = 12$ cm
$d = 13$ cm

$b = \sqrt{d^2 - a^2}$
$= \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169 - 144}$
$= \sqrt{25} = 5$

$O = 2(a + b)$
$= 2 \cdot (12\text{ cm} + 5\text{ cm}) = 34$ cm

$P = ab = 12\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 60\text{ cm}^2$

Задатак 3. Израчунај обим и површину правоугаоника ако је једна његова страница 12 cm, а дијагонала 20 cm.

Задатак 4. Одреди полупречник круга описаног око правоугаоника чије су странице 7 cm и 5 cm.

▸ Примена Питагорине теореме на квадрат

Сви углови квадрата су прави, а све странице су међусобно једнаке.

Око квадрата се може описати круг чији је центар пресек дијагонала и полупречник је половина дијагонале.

У квадрат се може уписати круг чији је центар пресек дијагонала и полупречник је половина странице.

О односу дијагонале и странице квадрата било је речи у првом поглављу *Реални бројеви*. Овом приликом, познату везу између дијагонале и странице квадрата изводимо као једноставну последицу Питагорине теореме.

54

Посматрајмо квадрат *ABCD* странице *a*.
Троугао *ABC* је једнакокрако-правоугли и према Питагориној теореми важи $d^2 = a^2 + a^2$, то јест $d^2 = 2a^2$.
Из последње једнакости следи да је
$$d = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2} = a\sqrt{2}.$$
Једнакост $\sqrt{a^2} = a$ важи, јер је дужина странице *a* сигурно позитивна.

Ако је *d* дијагонала квадрата странице *a*, онда је $d = a\sqrt{2}$.

Пример 2. Дијагоналу *d* квадрата странице 3 cm, одређујемо помоћу управо доказане једнакости.

$a = 3$ cm
$d = a\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ cm

Задатак 5. Одреди дијагоналу квадрата странице:
а) 4 cm; б) 0,4 cm; в) $3\sqrt{2}$ cm; г) $\sqrt{3}$ cm.

Када је позната дијагонала *d* квадрата, онда једноставно одређујемо његову страницу *a*:
$$a = \frac{d}{\sqrt{2}}.$$
Дељење ирационалним бројем избегавамо на познат начин (рационалисањем):
$$a = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d\sqrt{2}}{2}.$$

Пример 3. Израчунајмо обим квадрата чија је дијагонала $5\sqrt{2}$ cm.

Прво треба одредити страницу овог квадрата.

$d = 5\sqrt{2}$ cm
$a = \frac{d\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}\text{ cm} \cdot \sqrt{2}}{2} = 5$ cm
$O = 4a = 4 \cdot 5\text{ cm} = 20$ cm

Задатак 6. Одреди страницу квадрата ако је његова дијагонала:
а) 6 cm; б) 0,6 cm; в) $3\sqrt{2}$ cm; г) $\sqrt{10}$ cm.

▸ Примена Питагорине теореме на једнакокраки троугао

55

ТОК ЧАСА

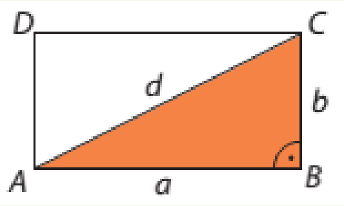
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика и понавља са њима Питагорину теорему. Задаје ученицима мотивациони задатак (1. задатак на 53. страни Уџбеника) како би им указао на примене Питагорине теореме при одређивању неких растојања. Указује на то да се Питагорина теорема може применити кад год уочимо	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.

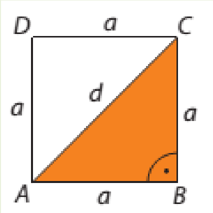
правоугли троугао у некој фигури и да ћемо надаље анализирати примену Питагорине теореме на неке познате геометријске фигуре (уочавајући одговарајуће правоугле троуглове). Обнавља са ученицима да су дијагонале правоугаоника једнаке и да полове једна другу, као и да се око правоугаоника може описати круг, да се његов центар налази у пресеку дијагонала и да је полупречник једнак половини дијагонале.	
Главни део часа (25 минута)	
Наставник црта правоугаоник, једну дијагоналу правоугаоника и поставља питање ученицима да ли могу на основу Питагорине теореме да уоче неку законитост за дужине страница и дијагонале тог правоугаоника. Након краће дискусије закључује: **Ако је d дијагонала правоугаоника чије су странице a и b, онда је $a^2 + b^2 = d^2$.** Задаје ученицима да коришћењем дате формуле реше 2. задатак, а потом их, обрадом 1. примера, упућује у то да се на основу познате дијагонале правоугаоника и једне његове странице може одредити дужина друге странице тог правоугаоника. Подсећа ученике на особине квадрата, да све особине правоугаоника важе и за квадрат јер је квадрат специјална класа правоугаоника, обнавља и уписану кружницу у квадрат и описану кружницу око квадрата и дужине њихових полупречника. Потом задаје ученицима да сами нацртају квадрат, и да уочавањем дијагонале тог квадрата уоче везу између дужине страница и дужине дијагонала тог квадрата. Обилази ученике, дозира помоћ, па након дискусије уопштава: **Ако је d дијагонала квадрата странице a, онда је $d = a\sqrt{2}$.** Дато правило конкретизује обрадом 2. примера док обрадом 3. примера на конкретном примеру упућује ученике да из $d = a\sqrt{2}$ следи $a = \frac{d\sqrt{2}}{2}$. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 1 и слајд 2).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2. и 3. пример) и задатке (1. и 2. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима законитости које важе за елементе правоугаоника и квадрата, а које смо извели применом Питагорине теореме (поступке за израчунавање дијагонале када су познате странице правоугаоника, односно непознате странице правоугаоника када су познате дијагонала и једна страница правоугаоника; поступке за израчунавање дијагонале када је позната страница квадрата,	– Одговара на питања наставника.

односно странице квадрата када је позната дијагонала). Након тога задаје ученицима домаћи задатак (3, 4, 5. и 6. задатак из Уџбеника).	

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат





Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања; – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака.
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 28

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале квадрата ако је позната дужина странице квадрата; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице квадрата ако је позната дужина дијагонале квадрата; • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале правоугаоника ако су познате дужине страница тог правоугаоника; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице правоугаоника ако је позната дужина дијагонале и друге странице тог правоугаоника.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на правоугаоник и квадрат неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, квадрат, правоугаоник		

ТОК ЧАСА

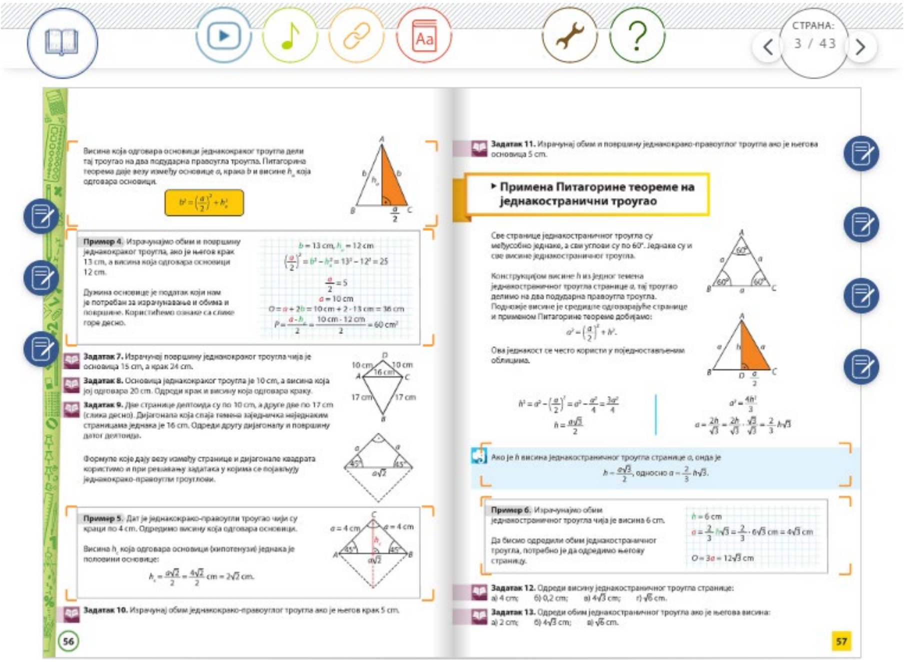
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, дискутује са ученицима о решењима задатака, отклања евентуалне нејасноће код ученика. Понавља са ученицима законитости које важе за елементе правоугаоника и квадрата, а које смо извели применом Питагорине теореме (поступке за израчунавање дијагонале када су познате странице правоугаоника, односно непознате странице правоугаоника када су познате дијагонала и једна страница правоугаоника; поступке за израчунавање дијагонале када је позната страница квадрата, односно странице квадрата када је позната дијагонала). Изводи ученике да нацртају одговарајуће фигуре и да запишу одговарајуће обрасце на табли.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Задаје ученицима 26. задатак под а), в) и г) из Збирке задатака, где треба да одреде дужину дијагонале правоугаоника на основу дужина страница тог правоугаоника. Притом су дужине дате у различитим записима како би ученици утврдили рачунање квадрата и квадратног корена рационалних бројева. Питагорину теорему ученици повезују решавањем 28. задатка из Збирке задатака, са обимом, односно површином правоугаоника. Упућује ученике који показују склоности према математици и који су вешти у рачуну да реше 32. задатак из Збирке задатака у коме на основу односа дужина страница правоугаоника и познате дужине дијагонале треба да одреде површину тог правоугаоника. Наставник потом задаје ученицима 39. задатак, где одређују дужину дијагонале, односно дужину странице квадрата ако је позната мера другог елемента квадрата. Везу између дужине полупречника описане кружнице око квадрата са дужином странице, површином и обимом квадрата ученици успостављају решавањем 43. задатка из Збирке задатака. Наставник задаје ученицима и 46. задатак, док они који имају боља постигнућа из математике решавају и 49. задатак из Збирке задатака.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке (26, 28, 32, 39, 43, 46. и 49. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Наставник још једном понавља са ученицима примену Питагорине теореме на правоугаоник и квадрат и поступке за израчунавање дужине дијагонале, односно непознате странице правоугаоника и квадрата, па затим задаје ученицима домаћи задатак (27, 30, 38. и 42. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 29

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са применом Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину висине једнакокраког троугла ако су познате дужине страница тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину висине једнакостраничног троугла ако је позната дужина странице тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице једнакокраког троугла ако су познате дужине друге странице и висине тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице једнакостраничног троугла ако је позната дужина висине тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди површину једнакостраничног троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на једнакокраки и једнакостранични троугао неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, једнакокраки троугао, једнакостранични троугао		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Висина која одговара основици једнакокраког троугла дели тај троугао на два подударна правоугла троугла. Питагорина теорема даје везу између основице a, крака b и висине h_a која одговара основици.

$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h_a^2$$

Пример 4. Израчунајмо обим и површину једнакокраког троугла, ако је његов крак 13 cm, а висина која одговара основици 12 cm.

Дужина основице је податак који нам је потребан за израчунавање и обима и површине. Користићемо ознаке са слике горе десно.

$b = 13\text{ cm}, h_a = 12\text{ cm}$

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2 - h_a^2 = 13^2 - 12^2 = 25$

$\frac{a}{2} = 5$

$a = 10\text{ cm}$

$O = a + 2b = 10\text{ cm} + 2 \cdot 13\text{ cm} = 36\text{ cm}$

$P = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{10\text{ cm} \cdot 12\text{ cm}}{2} = 60\text{ cm}^2$

Задатак 7. Израчунај површину једнакокраког троугла чија је основица 15 cm, а крак 24 cm.

Задатак 8. Основица једнакокраког троугла је 10 cm, а висина која јој одговара 20 cm. Одреди крак и висину која одговара краку.

Задатак 9. Две странице делтоида су по 10 cm, а друге две по 17 cm (слика десно). Дијагонала која спаја темена заједничка неједнаким страницама једнака је 16 cm. Одреди другу дијагоналу и површину датог делтоида.

Формуле које дају везу између странице и дијагонале квадрата користимо и при решавању задатака у којима се појављују једнакокрако-правоугли троуглови.

Пример 5. Дат је једнакокрако-правоугли троугао чији су краци по 4 cm. Одредимо висину која одговара основици.

Висина h_c која одговара основици (хипотенузи) једнака је половини основице:

$$h_c = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2}\text{ cm} = 2\sqrt{2}\text{ cm}.$$

Задатак 10. Израчунај обим једнакокрако-правоуглог троугла ако је његов крак 5 cm.

56

Задатак 11. Израчунај обим и површину једнакокрако-правоуглог троугла ако је његова основица 5 cm.

Примена Питагорине теореме на једнакостранични троугао

Све странице једнакостраничног троугла су међусобно једнаке, а сви углови су по 60°. Једнаке су и све висине једнакостраничног троугла.

Конструкцијом висине h из једног темена једнакостраничног троугла странице a, тај троугао делимо на два подударна правоугла троугла. Подножје висине је средиште одговарајуће странице и применом Питагорине теореме добијамо:

$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2.$$

Ова једнакост се често користи у поједностављеним облицима.

$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$a^2 = \frac{4h^2}{3}$

$a = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2h}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}h\sqrt{3}$

Ако је h висина једнакостраничног троугла странице a, онда је

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \text{ односно } a = \frac{2}{3}h\sqrt{3}.$$

Пример 6. Израчунајмо обим једнакостраничног троугла чија је висина 6 cm.

Да бисмо одредили обим једнакостраничног троугла, потребно је да одредимо његову страницу.

$h = 6\text{ cm}$

$a = \frac{2}{3}h\sqrt{3} = \frac{2}{3} \cdot 6\sqrt{3}\text{ cm} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$

$O = 3a = 12\sqrt{3}\text{ cm}$

Задатак 12. Одреди висину једнакостраничног троугла странице:
а) 4 cm; б) 0,2 cm; в) $4\sqrt{3}$ cm; г) $\sqrt{6}$ cm.

Задатак 13. Одреди обим једнакостраничног троугла ако је његова висина:
а) 2 cm; б) $4\sqrt{3}$ cm; в) $\sqrt{6}$ cm.

57

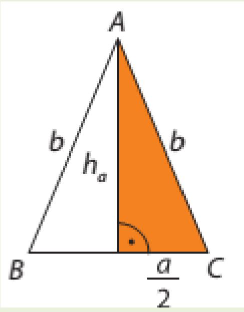
ТОК ЧАСА

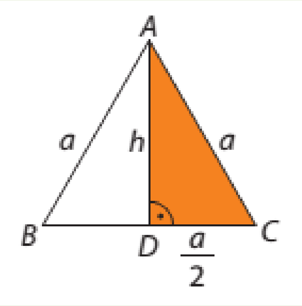
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика и понавља са њима Питагорину теорему. Обнавља са ученицима појмове који се односе на једнакокраки троугао, особине једнакокраког троугла, формуле за обим и површину једнакокраког троугла.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (30 минута)	
Задаје ученицима да нацртају једнакокраки троугао, а затим да доцртају елементе троугла који би са страницама троугла одредили правоугли троугао те да затим уоче примену Питагорине теореме на једнакокраки троугао. Адекватним питањима сугерише ученицима да је потребно да повуку висину, али висину која одговара основици једнакокраког троугла јер она дели основицу на два једнака дела. Неко од ученика који уоче тражену везу исписује формулу на табли, уз надзор наставника, а затим остали ученици записују у свескама: $h_a{}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2$. Обрадом 4. примера указује ученицима на примену Питагорине теореме при одређивању обима и	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (4, 5. и 6. пример) уз помоћ наставника.

површине једнакококраког троугла, ако су дате дужине крака и висине која одговара основици. Затим обрадом 5. примера указује ученицима на примену Питагорине теореме на једнакокрако-правоугли троугао и закључује да је дужина висине која одговара основици једнакокрако-правоуглог троугла једнака половини дужине дате основице. Потом обнавља са ученицима својства једнакостраничног троугла и упућује ученике да самостално уоче везу између дужине висине и дужине странице једнакостраничног троугла. Након краће дискусије закључује: **Ако је h висина једнакостраничног троугла странице a, онда је $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, односно $a = \frac{2}{3}h\sqrt{3}$.** Након обраде 6. примера обнавља са ученицима формулу за рачунање површине троугла, па затим изводи образац за одређивање површине једнакостраничног троугла странице a и записује на табли: **Ако је a страница и P површина једнакостраничног троугла, онда је $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.** Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима законитости које важе за елементе једнакокраког и једнакостраничног троугла, а које смо извели применом Питагорине теореме (поступке за израчунавање дужине висине једнакокраког троугла ако су познате дужине страница тог троугла, односно непознате странице једнакокраког троугла ако су познате дужине друге странице и висине тог троугла; висине једнакостраничног троугла ако је позната дужина странице тог троугла, односно дужине странице једнакостраничног троугла ако је позната дужина висине тог троугла, као и одређивање површине једнакостраничног троугла). Задаје ученицима домаћи задатак (7, 10. и 12. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао





Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 30

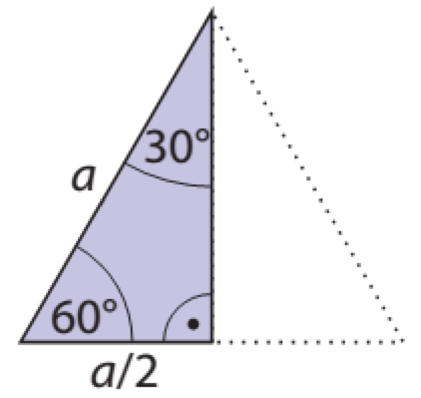
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао и упознавање ученика са одређивањем полупречника описане кружнице око једнакостраничног троугла и полупречника уписане кружнице у једнакостранични троугао када је позната дужина странице једнакостраничног троугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину висине једнакокраког троугла ако су познате дужине страница тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину висине једнакостраничног троугла ако је позната дужина странице тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице једнакокраког троугла ако су познате дужине друге странице и висине тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице једнакостраничног троугла ако је позната дужина висине тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди површину једнакостраничног троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужине полупречника описане и уписане кружнице једнакостраничног троугла ако је позната дужина странице (висине) једнакостраничног троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на једнакокраки и једнакостранични троугао неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, једнакокраки троугао, једнакостранични троугао, полупречник уписане кружнице, полупречник описане кружнице једнакостраничног троугла		

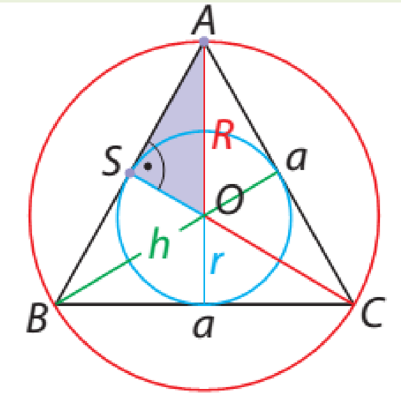
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика и понавља са њима Питагорину теорему, као и примену Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Задаје ученицима да реше 8. задатак из Уџбеника како би утврдили примену Питагорине теореме на једнакокраки троугао, а затим и на делтоид, пошто је он једном својом дијагоналом подељен на два једнакокрака троугла (9. задатак из Уџбеника). Примену Питагорине теореме на једнакокрако-правоугли троугао, као специјалну класу једнакокраког троугла, ученици утврђују решавањем 11. задатка из Уџбеника. Потом прелазимо на утврђивање примене Питагорине теореме на једнакостраничан троугао тако што наставник задаје ученицима да реше 13. задатак, а онда и 14. задатак, чијом израдом утврђују формулу за површину једнакостраничног троугла. Затим наставник, уз одговарајућу слику на табли и подсећање ученика на знања о центру описане и уписане кружнице једнакостраничног троугла, изводи на табли формуле за одређивање полупречника уписане, односно описане кружнице једнакостраничног троугла, које потом конкретизује решавањем 16. задатка из Уџбеника.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке (8, 9, 11, 13, 14. и 16. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима законитости које важе за елементе једнакостраничног и једнакокраког троугла које смо извели применом Питагорине теореме. Задаје ученицима домаћи задатак (15. и 17. задатак из Уџбеника и 83. и 89. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао





Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 31

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину висине једнакокраког троугла ако су познате дужине страница тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину висине једнакостраничног троугла ако је позната дужина странице тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице једнакокраког троугла ако су познате дужине друге странице и висине тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице једнакостраничног троугла ако је позната дужина висине тог троугла; • применом Питагорине теореме одреди површину једнакостраничног троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужине полупречника описане и уписане кружнице једнакостраничног троугла ако је позната дужина странице (висине) једнакостраничног троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери), наставни лист		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на једнакокраки и једнакостранични троугао неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, једнакокраки троугао, једнакостранични троугао		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика и понавља са њима Питагорину теорему и примену Питагорине теореме на једнакокраки и једнакостранични троугао. Како захтеви на часовима утврђивања бољим ученицима могу бити прелаки јер им не представљају изазов, а са друге стране ученицима који не показују склоности према математици могу бити претешки, овај час утврђивања реализујемо кроз групни рад, при чему су ученици у групе подељени на основу својих постигнућа из математике, а додељени задаци одговарају нивоу њиховог знања. Наставник дели ученике у четворочлане хомогене групе, на основу постигнућа и успеха ученика из математике, и дели им одговарајуће задатке (основног, средњег и напредног нивоа). У свакој групи задатака налази се по један задатак из наредне категорије, који би ученике требало да стимулише и мотивише да решавају и теже задатке и да тако напредују.	– Одговара на постављена питања наставника; – премешта се у групу по упутствима наставника.
Главни део часа (25 минута)	
Обилази ученике, отклања евентуалне нејасноће у захтевима задатака, пружа адекватну помоћ ученицима, дозира помоћ, поставља ученицима прикладна питања и потпитања.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији са вршњацима; – решава задатке заједно са вршњацима из групе.
Завршни део часа (10 минута)	
Проверава резултате задатака које су ученици решавали, даје им повратне информације о тачности решења задатака, указује им на евентуалне грешке.	– Упућује наставника у резултате решених задатака; – одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака

ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Први ниво

1. Израчунај дужину крака једнакокраког троугла ако је дужина основице $a = 36$ mm, а дужина њој одговарајуће висине $h_a = 24$ mm.
2. Ако су у једнакокраком троуглу дате дужине основице $a = 1$ dm и крака $b = 13$ cm, израчунај дужину висине која одговара основици.
3. Израчунај дужину висине која одговара основици једнакокрако-правоуглог троугла чији крак има дужину 6 cm.
4. Израчунај површину једнакостраничног троугла ако је дужина странице $a = 4$ cm.
5. Израчунај обим једнакостраничног троугла ако му је дужина висине $h = 3\sqrt{3}$ cm.

ПРИЛОГ 2

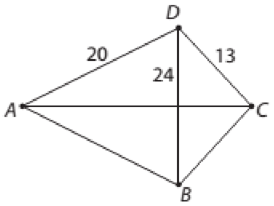
Други ниво

1. Израчунај обим и површину једнакокраког троугла ако су дате основица $a = 8$ cm и крак, $b = 5$ cm.
2. Израчунај обим једнакокраког троугла ако је његова површина $20\sqrt{11}\ \mathbf{cm}^2$, а дужина висине која одговара основици $h_a = 2\sqrt{11}$ cm.
3. Одреди површину троугла ако су дате дужине страница и угао који оне захватају: $a = 1$ cm, $b = \sqrt{2}$ cm, $\gamma = 45°$.
4. Израчунај обим једнакостраничног троугла ако му је дужина висине $h = 3\sqrt{3}$ cm.
5. Ако је површина једнакостраничног троугла $4\sqrt{3}\ \mathbf{cm}^2$, израчунај његов обим.

ПРИЛОГ 3

Трећи ниво

1. Стаклена пирамида која се налази у Паризу испред музеја Лувр састављена је од 4 једнакокрака троугла дужине основица $a = 36$ m и крака $b = 30$ m. Колико $\mathbf{m}^2$ стакла је било потребно да би се направила та пирамида?
2. Одреди површину троугла ако су дате дужине страница и угао који оне захватају: $a = 1$ cm, $b = \sqrt{2}$ cm, $\gamma = 45°$.
3. На основу података са слике израчунај дужину дијагонале AC делтоида $ABCD$.

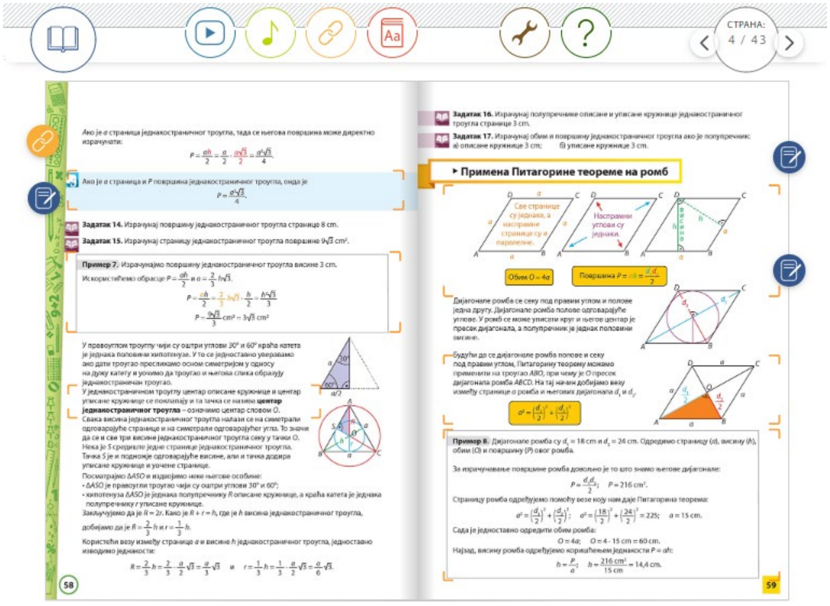


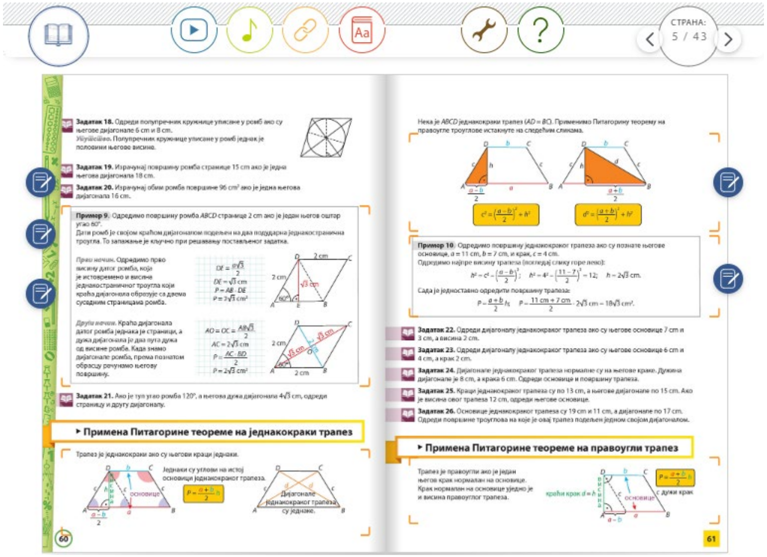
4. Ако су r и R редом дужине полупречника уписане и описане кружнице једнакостраничног троугла, израчунај његов обим и површину ако је $r \cdot R = 6$
5. Једнакостранични троугао и квадрат имају једнаке обиме. Ако је дијагонала квадрата $6\sqrt{2}$ cm, израчунај површину троугла.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 32

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на ромб		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са применом Питагорине теореме на ромб.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину странице ромба ако су познате дужине дијагонала датог ромба; • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале ромба ако су познате дужине друге дијагонале и странице датог ромба.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на ромб неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, ромб		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





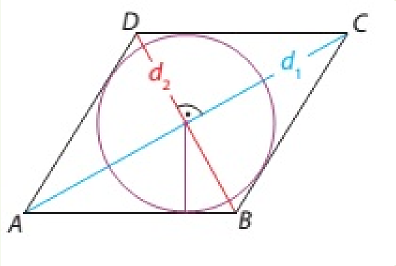
ТОК ЧАСА

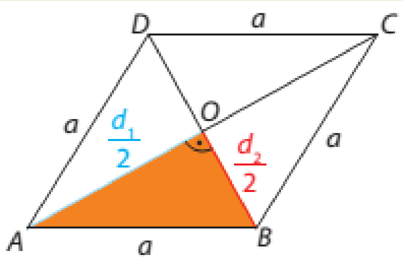
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима Питагорину теорему, особине ромба које се односе на странице и углове ромба, као и да се дијагонале ромба секу под правим углом и полове једна другу.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Задаје ученицима да нацртају ромб, да нацртају дијагонале ромба и да уоче везу између дужина дијагонала и дужина страница ромба, применом Питагорине теореме. Неко од ученика који уоче тражену везу исписује формулу на табли, уз надзор наставника, а затим остали записују у свескама: $a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$. Дато правило наставник конкретизује обрадом 8. примера и уједно утврђује са ученицима одређивање површине и обима ромба. Након што подсети ученике да је полупречник кружнице уписане у ромб једнак половини његове висине, задаје им да реше 18. задатак, а потом и 20. задатак из Уџбеника. Површину ромба са познатом дужином странице и оштрим углом од 60° одређује на два начина (9. пример), након чега решава 21. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 4 и слајд 5).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (8. и 9. пример) и задатке (18, 20. и 21. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима примену Питагорине теореме на ромб, па затим задаје домаћи задатак (19. задатак из Уџбеника и 96. и 98. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на ромб





Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања; – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака.
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 33

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на ромб		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на ромб.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину странице ромба ако су познате дужине дијагонала датог ромба; • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале ромба ако су познате дужине друге дијагонале и странице датог ромба.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на ромб неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, ромб		

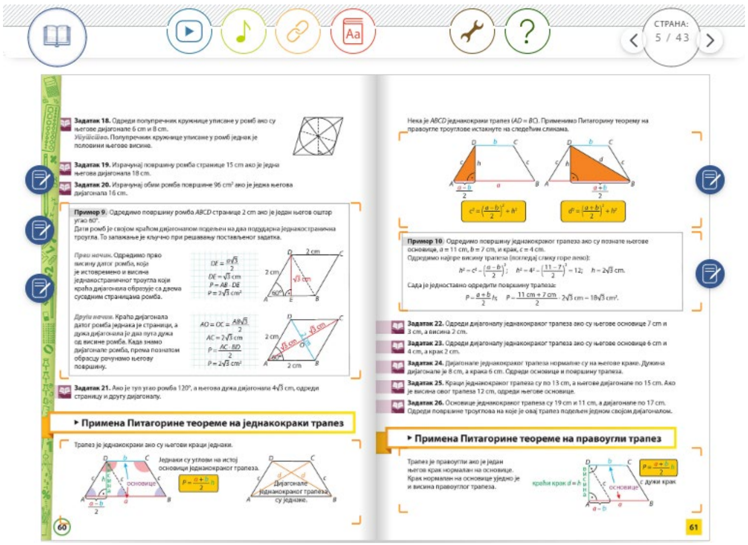
ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Обнавља са ученицима Питагорину теорему, особине ромба као и примену Питагорине теореме на ромб. Анализира израду домаћих задатака и отклања евентуалне нејасноће ученика.</td><td>– одговара на постављена питања наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Главни део часа (35 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задаје ученицима 97. задатак, чијом израдом утврђују одређивање дужине једне дијагонале ромба уколико су познате дужине странице и друге дијагонале ромба. Утврђивање примене Питагорине теореме на ромб и повезивање са формулама за обим и површину ромба ученици постижу решавањем 99. задатка, који им задаје наставник. Наставник потом задаје ученицима и 106. задатак, где се од ученика тражи да израчунају дужине дијагонала ромба ако су познате дужине странице и висине тог ромба. Однос дужина странице и висине ромба чији су оштри углови 60° и 45° ученици утврђују решавањем 108. и 110. задатка.</td><td>– прати упутства наставника;
– даје промишљене одговоре на постављена питања;
– анализира и закључује;
– поставља питања;
– решава задатке (97, 99, 106, 108. и 110. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Понавља са ученицима примену Питагорине теореме на ромб, па затим задаје домаћи задатак (100. и 101. задатак из Збирке).</td><td>– одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 34

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на једнакокраки и правоугли трапез		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са применом Питагорине теореме на једнакокраки и правоугли трапез.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину крака, висине, дијагонале или основице једнакокраког трапеза ако су познате дужине одговарајућих елемената тог трапеза; • применом Питагорине теореме одреди дужину крака, висине, дијагонала или основице правоуглог трапеза ако су познате дужине одговарајућих елемената тог трапеза.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на једнакокраки и правоугли трапез неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, једнакокраки трапез и правоугли трапез		

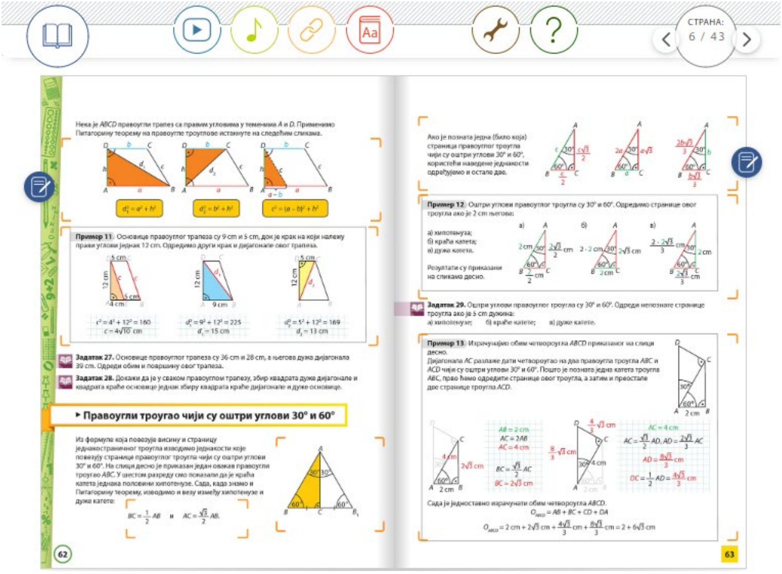
Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



СТРАНА: 5 / 43

Примена Питагорине теореме на једнакокраки трапез

Примена Питагорине теореме на правоугли трапез



Нека је *ABCD* правоугли трапез са правим угловима у теменима *A* и *D*. Применимо Питагорину теорему на правоугле троуглове истакнуте на следећим сликама.

$d_1^2 = a^2 + h^2$

$d_2^2 = b^2 + h^2$

$c^2 = (a - b)^2 + h^2$

Пример 11. Основице правоуглог трапеза су 9 cm и 5 cm, док је крак на који належу прави углови једнак 12 cm. Одредимо други крак и дијагонале овог трапеза.

$c^2 = 4^2 + 12^2 = 160$, $c = 4\sqrt{10}$ cm

$d_1^2 = 9^2 + 12^2 = 225$, $d_1 = 15$ cm

$d_2^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, $d_2 = 13$ cm

Задатак 27. Основице правоуглог трапеза су 36 cm и 28 cm, а његова дужа дијагонала 39 cm. Одреди обим и површину овог трапеза.

Задатак 28. Докажи да је у сваком правоуглом трапезу, збир квадрата дуже дијагонале и квадрата краће основице једнак збиру квадрата краће дијагонале и дуже основице.

Правоугли троугао чији су оштри углови 30° и 60°

Из формуле која повезује висину и страницу једнакостраничног троугла изводимо једнакости које повезују странице правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°. На слици десно је приказан један овакав правоугли троугао *ABC*. У шестом разреду смо показали да је краћа катета једнака половини хипотенузе. Сада, када знамо и Питагорину теорему, изводимо и везу између хипотенузе и дуже катете:

$BC = \frac{1}{2}AB$ и $AC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$.

62

Ако је позната једна (било која) страница правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°, користећи наведене једнакости одређујемо и остале две.

Пример 12. Оштри углови правоуглог троугла су 30° и 60°. Одредимо странице овог троугла ако је 2 cm његова:

а) хипотенуза;
б) краћа катета;
в) дужа катета.

Резултати су приказани на сликама десно.

Задатак 29. Оштри углови правоуглог троугла су 30° и 60°. Одреди непознате странице троугла ако је 5 cm дужина:
а) хипотенузе; б) краће катете; в) дуже катете.

Пример 13. Израчунајмо обим четвороугла *ABCD* приказаног на слици десно.

Дијагонала *AC* разлаже дати четвороугао на два правоугла троугла *ABC* и *ACD* чији су оштри углови 30° и 60°. Пошто је позната једна катета троугла *ABC*, прво ћемо одредити странице овог троугла, а затим и преостале две странице троугла *ACD*.

$AB = 2$ cm
$AC = 2AB$
$AC = 4$ cm
$BC = \frac{\sqrt{3}}{2}AC$
$BC = 2\sqrt{3}$ cm

$AC = 4$ cm
$AC = \frac{\sqrt{3}}{2}AD$, $AD = \frac{2\sqrt{3}}{3}AC$
$AD = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm
$DC = \frac{1}{2}AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

Сада је једноставно израчунати обим четвороугла *ABCD*.

$$O_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$$

$$O_{ABCD} = 2\text{ cm} + 2\sqrt{3}\text{ cm} + \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{ cm} + \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{ cm} = 2 + 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

63

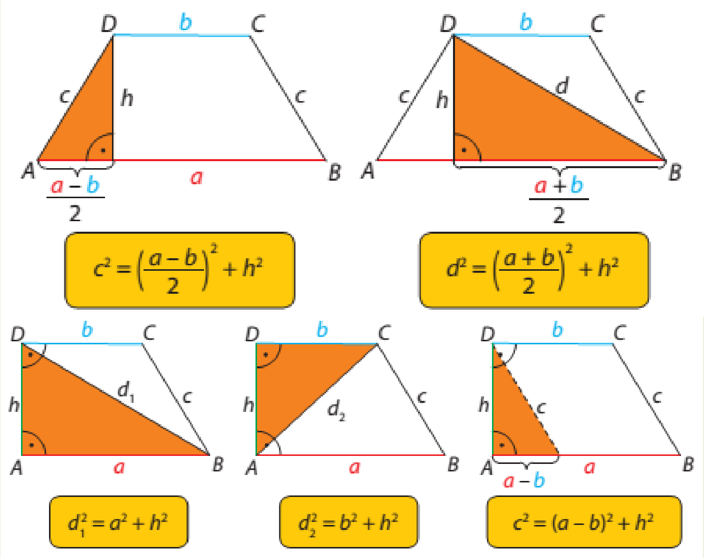
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима Питагорину теорему, примену Питагорине теореме при израчунавању дужине странице правоуглог троугла, особине једнакокраког трапеза, особине правоуглог трапеза, израчунавање обима и површине трапеза.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник црта једнакокраки трапез и истиче два правоугла троугла: један одређен висином трапеза, краком трапеза и делом дуже основице (чија је дужина једнака полуразлици дужина основица) и други одређен висином трапеза, дијагоналом трапеза и делом дуже основице (чија је дужина једнака полузбиру дужина основица). Тражи од ученика да формулишу једнакости применом Питагорине теореме на ова два троугла. После дискусије са ученицима и отклањања евентуалних грешака, записује на табли, док ученици записују у својим свескама: $c^2 = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + h^2$ и $d^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + h^2$. Обрадом 10. примера упућује ученике у поступак одређивања површине једнакокраког трапеза ако су познате његове основице и крак. Потом решава 22. задатак како би конкретизовао и другу једнакост, односно 23. задатак, у коме примењује обе наведене једнакости.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (10. и 11. пример) и задатке (22, 23. и 27. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Након тога прелази на примену Питагорине теореме на правоугли трапез. Црта правоугли трапез и истиче три правоугла троугла: један одређен краћим краком (висином), дужом дијагоналом и дужом основицом; други одређен краћим краком, краћом дијагоналом и краћом основицом и трећи одређен мањим краком (висином), дужим краком и делом дуже основице (чија је дужина једнака разлици дужина основица). Након дискусије са ученицима, записује на табли, док они записују у својим свескама: $d_1{}^2 = a^2 + h^2, d_2{}^2 = b^2 + h^2$ и $c^2 = (a-b)^2 + h^2$. Обрадом 11. примера илуструје поступке одређивања другог крака и дијагонала овог трапеза ако су познате основице правоуглог трапеза. Решавањем 27. задатка повезује примену Питагорине теореме са одређивањем обима и површине правоуглог трапеза. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 5 и слајд 6).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима примену Питагорине теореме на трапез, па затим задаје домаћи задатак (112, 114. и 133. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на једнакокраки и правоугли трапез



Начини провере оствареност исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 35

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на трапез		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на трапез.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину одређених елемената трапеза.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и њена примена на једнакокраки и правоугли трапез неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, трапез		

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><th colspan="3">Уводни део часа (5 минута)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Обнавља са ученицима Питагорину теорему и примену Питагорине теореме на трапез, конкретно на једнакокраки и правоугли трапез. Анализира израду домаћих задатака и отклања евентуалне нејасноће ученика.</td><td>– Одговара на постављена питања наставника.</td></tr>
<tr><th colspan="3">Главни део часа (30 минута)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Дели ученике у четворочлане нехомогене групе и даје им наставне листиће који садрже задатке, чијом израдом ученици обнављају примену Питагорине теореме на трапез. Наставник помаже ученицима приликом израде задатака, дозира помоћ и обилази ученике.</td><td>– Прати упутства наставника;
– анализира и закључује;
– поставља питања;
– решава задатке из наставног листа уз помоћ наставника.
–</td></tr>
<tr><th colspan="3">Завршни део часа (10 минута)</th></tr>
<tr><td colspan="2">Анализира израду задатака, проверава решења задатака, отклања евентуалне грешке ученика настале приликом израде задатака и задаје домаћи задатак (115, 116, 134. и 136. задатак из Збирке).</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

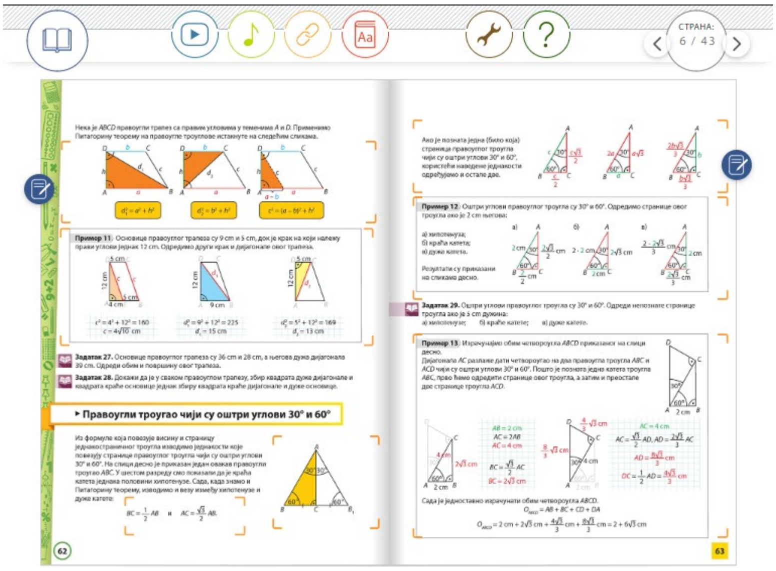
Задаци

1. Израчунај висину једнакокраког трапеза ако су дужине основица 13 cm и 3 cm, а дужина крака 13 cm.
2. Дијагонале једнакокраког трапеза нормалне су на његове краке. Дужина дијагонале је 8 cm, а крака 6 cm. Одреди основице и површину трапеза.
3. Краци једнакокраког трапеза су по 13 cm, а његове дијагонале по 15 cm. Ако је висина овог трапеза 12 cm, одреди његове основице.
4. Основице једнакокраког трапеза су 19 cm и 11 cm, а дијагонале по 17 cm. Одреди површине троуглова на које је овај трапез подељен једном својом дијагоналом.
5. Дужина дуже основице правоуглог трапеза је 12 cm, а дужина дуже дијагонале је 13 cm. Израчунај дужину краћег крака (висине) тог трапеза.
6. Докажи да је у сваком правоуглом трапезу збир квадрата дуже дијагонале и квадрата краће основице једнак збиру квадрата краће дијагонале и дуже основице.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 36

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Везе међу страницама правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на троугао чији су оштри углови 30° и 60°.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди зависност дужина страница троугла чији су оштри углови 30° и 60°.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	Уџбеник, Збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање Питагорине теореме и повезаности међу страницама правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60° неопходни су за решавање конкретних задатака из наставног предмета физика.		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, троугао чији су оштри углови 30° и 60°		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Нека је ABCD правоугли трапез са правим угловима у теменима A и D. Применимо Питагорину теорему на правоугле троуглове истакнуте на следећим сликама.

$d_1^2 = a^2 + h^2$ $d_2^2 = b^2 + h^2$ $c^2 = (a - b)^2 + h^2$

Пример 11. Основице правоуглог трапеза су 9 cm и 5 cm, док је крак на који належу прави углови једнак 12 cm. Одредимо други крак и дијагонале овог трапеза.

$c^2 = 4^2 + 12^2 = 160$, $c = 4\sqrt{10}$ cm

$d_1^2 = 9^2 + 12^2 = 225$, $d_1 = 15$ cm

$d_2^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, $d_2 = 13$ cm

Задатак 27. Основице правоуглог трапеза су 36 cm и 28 cm, а његова дужа дијагонала 39 cm. Одреди обим и површину овог трапеза.

Задатак 28. Докажи да је у сваком правоуглом трапезу, збир квадрата дуже дијагонале и квадрата краће основице једнак збиру квадрата краће дијагонале и дуже основице.

▸ Правоугли троугао чији су оштри углови 30° и 60°

Из формуле која повезује висину и страницу једнакостраничног троугла изводимо једнакости које повезују странице правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°. На слици десно је приказан један овакав правоугли троугао ABC. У шестом разреду смо показали да је краћа катета једнака половини хипотенузе. Сада, када знамо и Питагорину теорему, изводимо и везу између хипотенузе и дуже катете:

$$BC = \frac{1}{2}AB \quad и \quad AC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB.$$

62

Ако је позната једна (било која) страница правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°, користећи наведене једнакости одређујемо и остале две.

Пример 12. Оштри углови правоуглог троугла су 30° и 60°. Одредимо странице овог троугла ако је 2 cm његова:

а) хипотенуза;
б) краћа катета;
в) дужа катета.

Резултати су приказани на сликама десно.

Задатак 29. Оштри углови правоуглог троугла су 30° и 60°. Одреди непознате странице троугла ако је 5 cm дужина:
а) хипотенузе; б) краће катете; в) дуже катете.

Пример 13. Израчунајмо обим четвороугла ABCD приказаног на слици десно.

Дијагонала AC разлаже дати четвороугао на два правоугла троугла ABC и ACD чији су оштри углови 30° и 60°. Пошто је позната једна катета троугла ABC, прво ћемо одредити странице овог троугла, а затим и преостале две странице троугла ACD.

$AB = 2$ cm
$AC = 2AB$
$AC = 4$ cm
$BC = \frac{\sqrt{3}}{2}AC$
$BC = 2\sqrt{3}$ cm

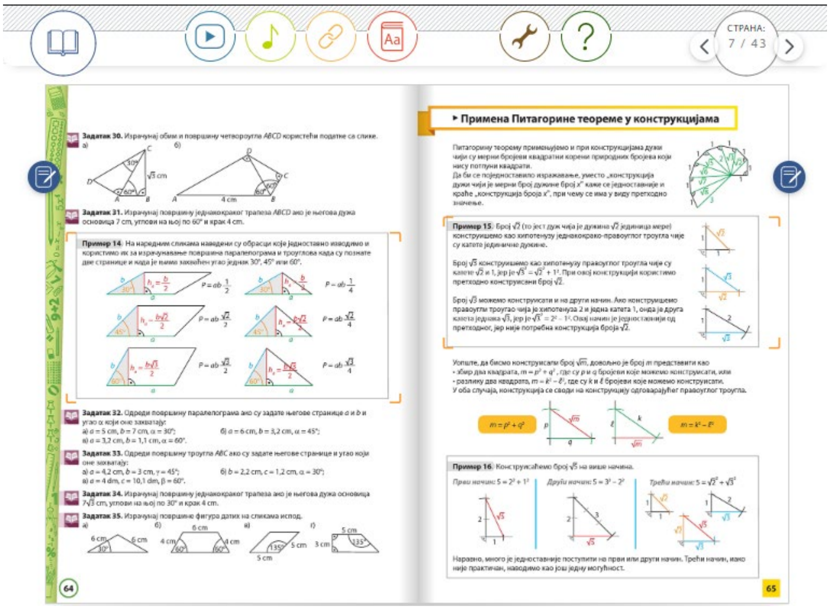
$AC = 4$ cm
$AC = \frac{\sqrt{3}}{2}AD$, $AD = \frac{2\sqrt{3}}{3}AC$
$AD = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm
$DC = \frac{1}{2}AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

Сада је једноставно израчунати обим четвороугла ABCD.

$$O_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$$

$$O_{ABCD} = 2\text{ cm} + 2\sqrt{3}\text{ cm} + \frac{4\sqrt{3}}{3}\text{ cm} + \frac{8\sqrt{3}}{3}\text{ cm} = 2 + 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

63



Задатак 30. Израчунај обим и површину четвороугла *ABCD* користећи податке са слике.

Задатак 31. Израчунај површину једнакокраког трапеза *ABCD* ако је његова дужа основица 7 cm, углови на њој по 60° и крак 4 cm.

Пример 14. На наредним сликама наведени су обрасци које једноставно изводимо и користимо их за израчунавање површина паралелограма и троуглова када су познате две странице и када је њима захваћен угао једнак 30°, 45° или 60°.

Задатак 32. Одреди површину паралелограма ако су задате његове странице *a* и *b* и угао α који оне захватају:

а) $a = 5$ cm, $b = 7$ cm, $\alpha = 30°$;
б) $a = 6$ cm, $b = 3{,}2$ cm, $\alpha = 45°$;
в) $a = 3{,}2$ cm, $b = 1{,}1$ cm, $\alpha = 60°$.

Задатак 33. Одреди површину троугла *ABC* ако су задате његове странице и угао који оне захватају:

а) $a = 4{,}2$ cm, $b = 3$ cm, $\gamma = 45°$;
б) $b = 2{,}2$ cm, $c = 1{,}2$ cm, $\alpha = 30°$;
в) $a = 4$ dm, $c = 10{,}1$ dm, $\beta = 60°$.

Задатак 34. Израчунај површину једнакокраког трапеза ако је његова дужа основица $7\sqrt{3}$ cm, углови на њој по 30° и крак 4 cm.

Задатак 35. Израчунај површине фигура датих на сликама испод.

Примена Питагорине теореме у конструкцијама

Питагорину теорему примењујемо и при конструкцијама дужи чији су мерни бројеви квадратни корени природних бројева који нису потпуни квадрати.
Да би се поједноставило изражавање, уместо „конструкција дужи чији је мерни број дужине број *x*" каже се једноставније и краће „конструкција броја *x*", при чему се има у виду претходно значење.

Пример 15. Број $\sqrt{2}$ (то јест дуж чија је дужина $\sqrt{2}$ јединица мере) конструишемо као хипотенузу једнакокрако-правоуглог троугла чије су катете јединичне дужине.

Број $\sqrt{3}$ конструишемо као хипотенузу правоуглог троугла чије су катете $\sqrt{2}$ и 1, јер је $\sqrt{3}^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2$. При овој конструкцији користимо претходно конструисани број $\sqrt{2}$.

Број $\sqrt{3}$ можемо конструисати и на други начин. Ако конструишемо правоугли троугао чија је хипотенуза 2 и једна катета 1, онда је друга катета једнака $\sqrt{3}$, јер је $\sqrt{3}^2 = 2^2 - 1^2$. Овај начин је једноставнији од претходног, јер није потребна конструкција броја $\sqrt{2}$.

Уопште, да бисмо конструисали број $\sqrt{m}$, довољно је број *m* представити као
- збир два квадрата, $m = p^2 + q^2$, где су *p* и *q* бројеви које можемо конструисати, или
- разлику два квадрата, $m = k^2 - \ell^2$, где су *k* и *ℓ* бројеви које можемо конструисати.

У оба случаја, конструкција се своди на конструкцију одговарајућег правоуглог троугла.

Пример 16. Конструисаћемо број $\sqrt{5}$ на више начина.

Први начин: $5 = 2^2 + 1^2$
Други начин: $5 = 3^2 - 2^2$
Трећи начин: $5 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2$

Наравно, много је једноставније поступити на први или други начин. Трећи начин, иако није практичан, наводимо као још једну могућност.

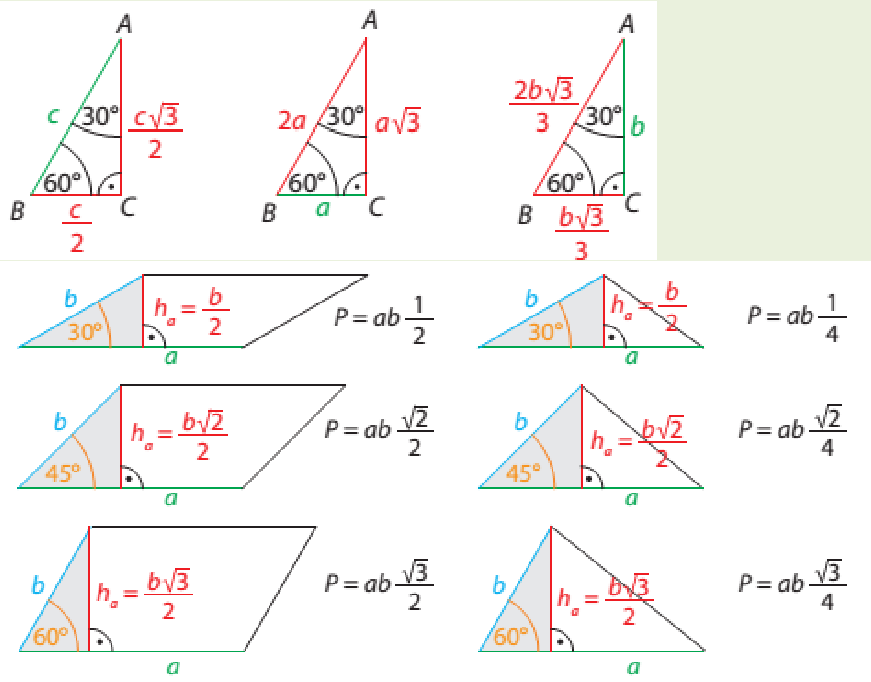
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима Питагорину теорему и примену Питагорине теореме на једнакостраничан троугао, односно на троугао чији су оштри углови 30° и 60°.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обнавља са ученицима да је у троуглу чији су оштри углови 30° и 60° краћа катета једнака половини хипотенузе. Потом, применом Питагорине теореме, одређује дужину катете наспрам угла од 60°. Наглашава да ако је позната једна (било која) страница правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°, користећи одговарајуће једнакости лако се одређују и остале две странице, што илуструје обрадом 12. примера, а затим задаје ученицима да реше 29. задатак из Уџбеника. Након обраде 13. примера, детаљно обрађује и 14. пример, где наводи обрасце, које изводи и истиче њихову примену за израчунавање површина паралелограма и троуглова када су познате две странице и када је њима захваћен угао од 30°, 45° или 60°. Дате формуле и правила конкретизује решавањем 32. и 33. задатка, уз максимално активирање ученика. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 6 и слајд 7).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (12, 13. и 14. пример) и задатке (29, 32. и 33. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима примену Питагорине теореме на троугао чији су оштри углови **30°** и **60°**, а затим задаје домаћи задатак (30, 31, 34. и 35. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Везе међу страницама правоуглог троугла чији су оштри углови 30° и 60°



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 37

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на троуглове и четвороуглове		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о примени Питагорине теореме на троуглове и четвороуглове.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме одреди дужину страница троуглова и четвороуглова.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	ланац знања, наставни лист		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, ромб, трапез		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима Питагорину теорему и примену Питагорине теореме на ромб, једнакокраки и правоугли трапез и на троугао чији су оштри углови 30° и 60°.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Дели ученицима папириће са питањима и одговорима на неко друго питање, који чине ланац знања, и дели папириће са задацима које ученици решавају у пару. Одржава дисциплину на часу. Води рачуна да сви ученици учествују у раду.	– Прати упутства наставника; – поставља питања; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – решава одговарајуће задатке и даје одговоре на постављена питања са папирића који чине ланац знања; – уколико је одговор на постављено питање на њиховом папирићу, одговара наглас и чита наредно питање.
Завршни део часа (5 минута)	
Анализира са ученицима потешкоће при решавању задатака и евентуалне нејасноће. Обавештава ученике да за следећи час понесу геометријски прибор.	– Дискутује са наставником о потешкоћама при решавању задатака и евентуалним нејасноћама.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

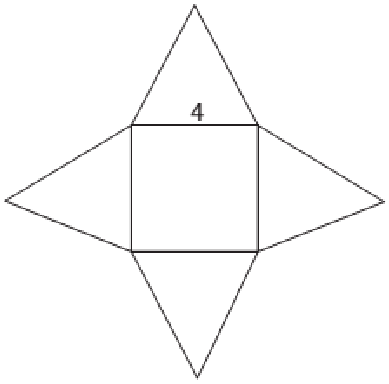
ПРИЛОГ 1

Одговор: Збиру квадрата краће основице и квадрата висине. Питање: Питагорина теорема гласи: Ако су a и b катете правоуглог троугла, а c његова хипотенуза, онда је...?	Одговор: $a^2 + b^2 = c^2$. Питање: Ако је d дијагонала правоугаоника чије су странице a и b, онда је...?	Одговор: $a^2 + b^2 = d^2$. Питање: Ако је d дијагонала квадрата странице a, онда је дужина дијагонале једнака...?
Одговор: $d = a\sqrt{2}$. Питање: Ако је a основица, b катета, а h_a висина која одговара основици једнакокраког троугла, тада је...?	Одговор: ${h_a}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2$. Питање: Ако је h висина једнакостраничног троугла странице a, онда је дужина висине једнака...?	Одговор: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Питање: Ако је a страница и P површина једнакостраничног троугла, онда је површина једнака...?
Одговор: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Питање: Ако је a страница ромба, а d_1 и d_2 дијагонале ромба, тада је дужина странице једнака...?	Одговор: $a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2$ Питање: Квадрат над краком једнакокраког трапеза једнак је збиру...?	Одговор: Збиру квадрата полуразлике основица и квадрата висине. Питање: Квадрат над дијагоналом једнакокраког трапеза једнак је збиру...?
Одговор: Збиру квадрата полузбира основица и квадрата висине. Питање: Квадрат над дужим краком правоуглог трапеза једнак је збиру...?	Одговор: Збиру квадрата разлике основица и квадрата висине. Питање: Квадрат над дужом дијагоналом правоуглог трапеза једнак је збиру...?	Одговор: Збиру квадрата дуже основице и квадрата висине. Питање: Квадрат над краћом дијагоналом правоуглог трапеза једнак је збиру...?

ПРИЛОГ 2

1. Израчунај дужину дијагонале квадрата странице $a = 3\sqrt{2}$ cm.

2. Израчунај површину фигуре (која се састоји од четири једнакостранична троугла и квадрата) са слике.

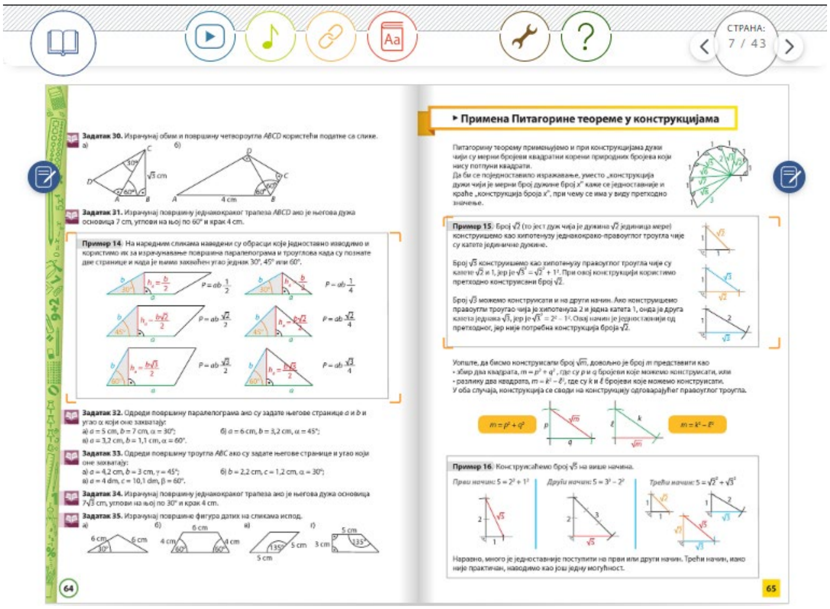


3. Дужине основица правоуглог трапеза су $a = 15$ cm и $b = 7$ cm, а дужина дужег крака је $c = 17$ cm. Израчунај дужину краћег крака (висине) тог трапеза.

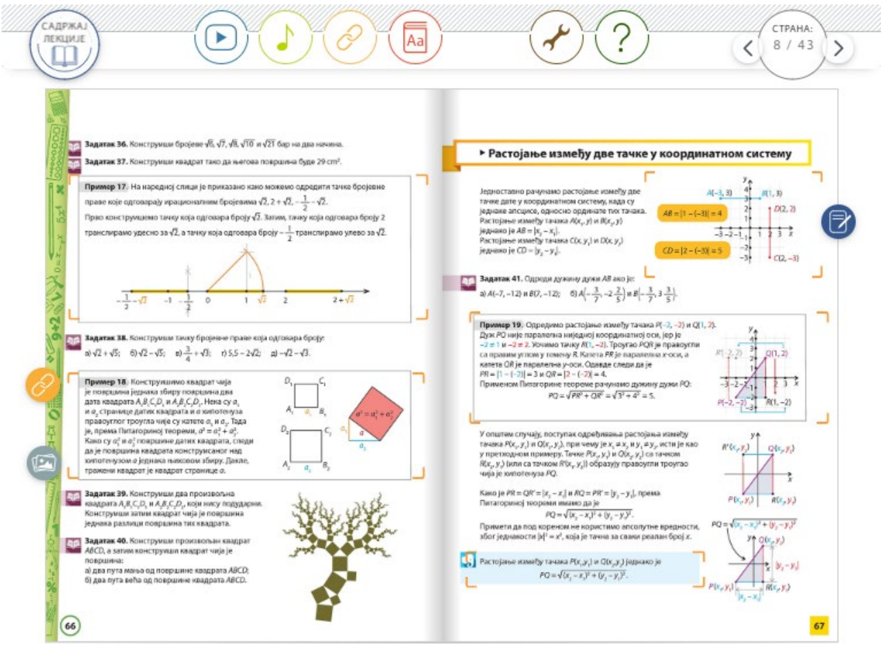
ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 38

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме у конструкцијама		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са применом Питагорине теореме у конструкцијама.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме конструише дуж дужине $\sqrt{m}$ за природан број m који није потпун квадрат; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, демонстративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери), прибор за геометрију		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, конструкције		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Примена Питагорине теореме у конструкцијама



Задатак 36. Конструиши бројеве $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$ и $\sqrt{21}$ бар на два начина.

Задатак 37. Конструиши квадрат тако да његова површина буде 29 cm².

Пример 17. На наредној слици је приказано како можемо одредити тачке бројевне праве које одговарају ирационалним бројевима $\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$, $-\frac{1}{2}-\sqrt{2}$.
Прво конструишемо тачку која одговара броју $\sqrt{2}$. Затим, тачку која одговара броју 2 транслирамо удесно за $\sqrt{2}$, а тачку која одговара броју $-\frac{1}{2}$ транслирамо улево за $\sqrt{2}$.

Задатак 38. Конструиши тачку бројевне праве која одговара броју:
а) $\sqrt{2}+\sqrt{5}$; б) $\sqrt{2}-\sqrt{5}$; в) $\frac{3}{4}+\sqrt{3}$; г) $5{,}5-2\sqrt{2}$; д) $-\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

Пример 18. Конструишимо квадрат чија је површина једнака збиру површина два дата квадрата $A_1B_1C_1D_1$ и $A_2B_2C_2D_2$. Нека су a_1 и a_2 странице датих квадрата и a хипотенуза правоуглог троугла чије су катете a_1 и a_2. Тада је, према Питагориној теореми, $a^2 = a_1^2 + a_2^2$. Како су a_1^2 и a_2^2 површине датих квадрата, следи да је површина квадрата конструисаног над хипотенузом a једнака њиховом збиру. Дакле, тражени квадрат је квадрат странице a.

Задатак 39. Конструиши два произвољна квадрата $A_1B_1C_1D_1$ и $A_2B_2C_2D_2$, који нису подударни. Конструиши затим квадрат чија је површина једнака разлици површина тих квадрата.

Задатак 40. Конструиши произвољан квадрат $ABCD$, а затим конструиши квадрат чија је површина:
а) два пута мања од површине квадрата $ABCD$;
б) два пута већа од површине квадрата $ABCD$.

66

▸ Растојање између две тачке у координатном систему

Једноставно рачунамо растојање између две тачке дате у координатном систему, када су једнаке апсцисе, односно ординате тих тачака.
Растојање између тачака $A(x_1, y)$ и $B(x_2, y)$ једнако је $AB = |x_2 - x_1|$.
Растојање између тачака $C(x, y_1)$ и $D(x, y_2)$ једнако је $CD = |y_2 - y_1|$.

Задатак 41. Одреди дужину дужи AB ако је:
а) $A(-7, -12)$ и $B(7, -12)$; б) $A\left(-\frac{3}{7}, -2\frac{2}{5}\right)$ и $B\left(-\frac{3}{7}, 3\frac{3}{5}\right)$.

Пример 19. Одредимо растојање између тачака $P(-2, -2)$ и $Q(1, 2)$. Дуж PQ није паралелна ниједној координатној оси, јер је $-2 \neq 1$ и $-2 \neq 2$. Уочимо тачку $R(1, -2)$. Троугао PQR је правоугли са правим углом у темену R. Катета PR је паралелна x-оси, а катета QR је паралелна y-оси. Одавде следи да је $PR = |1-(-2)| = 3$ и $QR = |2-(-2)| = 4$.
Применом Питагорине теореме рачунамо дужину дужи PQ:
$$PQ = \sqrt{PR^2 + QR^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

У општем случају, поступак одређивања растојања између тачака $P(x_1, y_1)$ и $Q(x_2, y_2)$, при чему је $x_1 \neq x_2$ и $y_1 \neq y_2$, исти је као у претходном примеру. Тачке $P(x_1, y_1)$ и $Q(x_2, y_2)$ са тачком $R(x_2, y_1)$ (или са тачком $R'(x_1, y_2)$) образују правоугли троугао чија је хипотенуза PQ.

Како је $PR = QR' = |x_2 - x_1|$ и $RQ = PR' = |y_2 - y_1|$, према Питагориној теореми имамо да је
$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Примети да под кореном не користимо апсолутне вредности, због једнакости $|x|^2 = x^2$, која је тачна за сваки реалан број x.

Растојање између тачака $P(x_1, y_1)$ и $Q(x_2, y_2)$ једнако је
$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

67

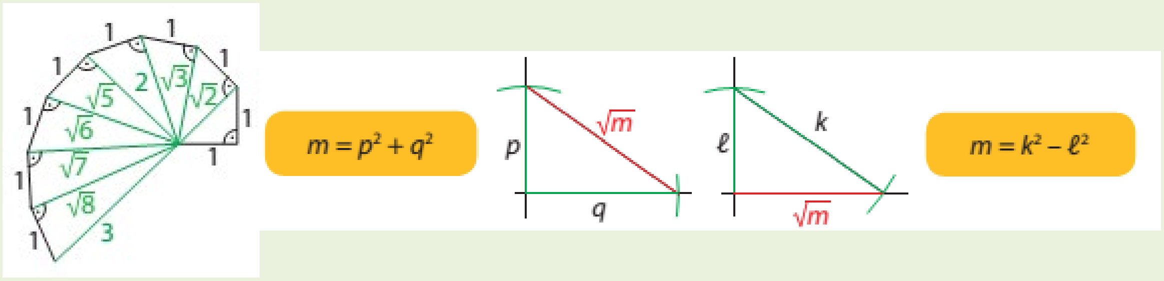
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Обнавља са ученицима Питагорину теорему и примену ставова подударности при конструкцији троугла. Обнавља са ученицима на основу познавања мера којих елемената се може конструисати правоугли троугао.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Након краће дискусије о томе да је конструкција дужи чији је мерни број квадратни корен потпуног квадрата тривијална, јер се своди на конструисање дужи чија је дужина природан број, упознаје ученике да Питагорину теорему примењујемо и при конструкцијама дужи чији су мерни бројеви квадратни корени природних бројева који нису потпуни квадрати. На конкретном примеру илуструје конструкцију дужи дужине $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$ као хипотенузе одговарајућег правоуглог троугла (15. пример). Наглашава да је за конструкцију броја $\sqrt{m}$ довољно број m представити као: • збир два квадрата, $m = p^2 + q^2$, где су p и q бројеви које можемо конструисати, или • разлику два квадрата, $m = k^2 - \ell^2$, где су k и ℓ бројеви које можемо конструисати. У оба случаја конструкција се своди на конструкцију одговарајућег правоуглог троугла.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишље-не одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (15. и 16. пример) и задатке (36. и 37. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника; – правилно користи геометријски прибор.

Обрадом 16. примера упућује ученике у то да се конструкција истог броја може извести на више начина. Задаје ученицима да најпре реше 37. задатак, а потом 36. задатак (примери који не буду одрађени на часу остају за домаћи задатак). Надзире ученике и води рачуна да ученици правилно користе геометријски прибор и да конструкције изводе прецизно. **Интерактиван приказ** – *Питагорино дрво* Уз помоћ дигиталног садржаја наставник показује ученицима примену Питагорине теореме на конструкцију тзв. Питагориног дрвета, које се састоји од правоуглих троуглова и квадрата конструисаних над страницама тих троуглова. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 7 и слајд 8). Упућује ученике на галерију слика (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 8).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима примену Питагорине теореме у конструкцијама, па задаје домаћи задатак (155, 156. и 157. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена Питагорине теореме у конструкцијама



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 39

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме у конструкцијама		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о примени Питагорине теореме у конструкцијама.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • применом Питагорине теореме конструише дуж дужине $\sqrt{m}$ за природан број m који није потпун квадрат; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, демонстративна, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери), прибор за геометрију		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	Питагорина теорема, правоугли троугао, конструкције		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика. Обнавља са ученицима примену Питагорине теореме у конструкцијама.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Обрадом 17. примера повезује примену Питагорине теореме са бројевном правом, односно одређивањем положаја ирационалних бројева на бројевној правој. Затим задаје ученицима да самостално реше 38. задатак, како би утврдили дати поступак.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања;

Интерактиван приказ – *Квадратни корен.* Наставник приказивањем дигиталних садржаја ученицима показује процес конструкције квадратног корена датог броја (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 8). **Интерактиван приказ** – *Трећи (кубни) корен.* Наставник приказивањем дигиталних садржаја ученицима показује процес конструкције трећег (кубног) корена датог броја (лекција 2.2 *Примене Питагорине теореме*, слајд 8). Пита ученике како би конструисали квадрат чија је површина једнака збиру (разлици) површина два дата квадрата. Очекује да ученици самостално закључе да се за решавање датог примера користи Питагорина теорема, након чега задаје ученицима да реше 39. и 40. задатак из Уџбеника. Прати израду задатака и помаже ученицима у одговарајућој мери, у зависности од потребе појединаца. Потом задаје ученицима да реше и 167. и 168. задатак из Збирке задатака.	– анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (17. пример) и задатке (38, 39. и 40. задатак из Уџбеника и 167. и 168. задатак из Збирке) уз помоћ наставника; – правилно користи геометријски прибор.
Завршни део часа (10 минута)	
Понавља са ученицима примену Питагорине теореме у конструкцијама, па задаје домаћи задатак (164. и 169. задатак из Збирке). Обнавља са ученицима Декартов правоугли координатни систем и задаје им да за домаћи задатак прочитају из Уџбеника и науче поступак за израчунавање растојања између две тачке у равни са познатим координатама, применом Питагорине теореме, као и да реше 42. и 43. задатак из Уџбеника.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 40

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Обрат Питагорине теореме		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са обратом Питагорине теореме.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • на основу дужине страница троугла утврди да ли је дати троугао правоугли.		
Наставне методе:	хеуристичка, дијалошка, проблемска		
Наставна средства:	Уџбеник, Збирка, табла, креда (фломастери), прибор за геометрију, наставни лист		
Облици рада:	фронтални, рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за решавање проблема; • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	обрат Питагорине теореме		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
Анализира са ученицима израду домаћег задатка, посебно примену Питагорине теореме за одређивање растојања између тачака у правоуглом координатном систему. Потом наставник диктира следећи задатак како би указао на примену математичких садржаја, конкретно Питагорине теореме у реалним животним ситуацијама: Док је Аца био мали, тата му је причао да су Ацин тата и Ацин дека приликом постављања пластеника, дужине 12 метара и ширине 5 метара у основи, како би се уверили да ће пластеник бити правилно постављен (под правим углом), користили три дрвена кочића, као и три канапа дужине 12, 5 и 13 метара, којима су спајали дате кочиће. Аци је одмах било јасно зашто су користили канапе дужине 5 и 12 метара, али није му било јасно зашто су користили канап дужине 13 метара. Отац му је говорио „то је чиста математика, разумећеш“. Аца је у седмом разреду, када је учио Питагорину теорему, схватио зашто су користили три дата канапа. Да ли ти знаш зашто и како су користили канапе поменутих дужина? Наставник даје времена ученицима да размисле о датом задатку и очекује да ће приметити да канапи датих дужина образују странице правоуглог троугла.	– Одговара на постављена питања наставника; – размишља о датом задатку и износи своје претпоставке.
Главни део часа (25 минута)	
Након упућивања у закључке ученика о постављеном задатку, тражи од ученика да формалну искажу своје закључке. После краће дискусије уопштава: **Ако за странице a, b, c троугла важи једнакост $a^2 + b^2 = c^2$, онда је тај троугао правоугли, при чему су a и b катете, а c хипотенуза.** Наглашава да се дато тврђење зове обрат Питагорине теореме. Веома је важно објаснити однос Питагорине теореме и тврђења које је названо њеним обртом. Наставник објашњење базира на истицању претпоставки и закључка једног, односно другог тврђења. Пошто употреба везника ако и само ако није предвиђена (а ни пожељна) у основној школи, упознавање са оваквим паровима тврђења ученицима ће омогућити лакше прихватање теорема формулисаних у облику еквиваленције.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатак из наставног листа; – правилно користи геометријски прибор.

Наставник потом дели ученицима наставни лист и упућује их у активности описане у наставном листу. Помаже ученицима приликом обраде задатка из наставног листа, а потом врши увид у закључке ученика. Након што укаже ученицима да су дошли до истих закључака за исте врсте троуглова иако дати троуглови нису подударни и након што ученицима који су дошли до погрешних закључака укаже на грешке, уопштава: Нека је c страница ΔABC за коју важи $c \geq a$ и $c \geq b$. 1) Ако је ΔABC оштроугли троугао, онда је $a^2 + b^2 > c^2$. 2) Ако је ΔABC тупоугли троугао, онда је $a^2 + b^2 < c^2$. Такође потврђује одговарајуће тврђење за правоугли троугао.	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима обрат Питагорине теореме, а затим им задаје домаћи задатак (171. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Обрат Питагорине теореме

У свесци нацртај по два оштроугла, два правоугла и два тупоугла троугла. Измери дужине страница сваког од 6 троуглова и унеси у табелу дужине страница троуглова (нека је $\boldsymbol{c}$ дужина најдуже странице троугла), као и којој врсти троугла припада дати троугао (према врсти унутрашњих углова троугла). Израчунај квадрате дужина страница троугла и унеси их у дату табелу. Потом израчунај $\boldsymbol{a^2 + b^2}$ и дати број упореди са бројем $\boldsymbol{c^2}$.

Врста троугла	$\boldsymbol{a}$	$\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{c}$	$\boldsymbol{a^2}$	$\boldsymbol{b^2}$	$\boldsymbol{a^2 + b^2}$	Упиши одговарајући знак $(<, >, =)$	$\boldsymbol{c^2}$

Шта примећујеш? Формулиши правило које уочаваш:

____

____

____

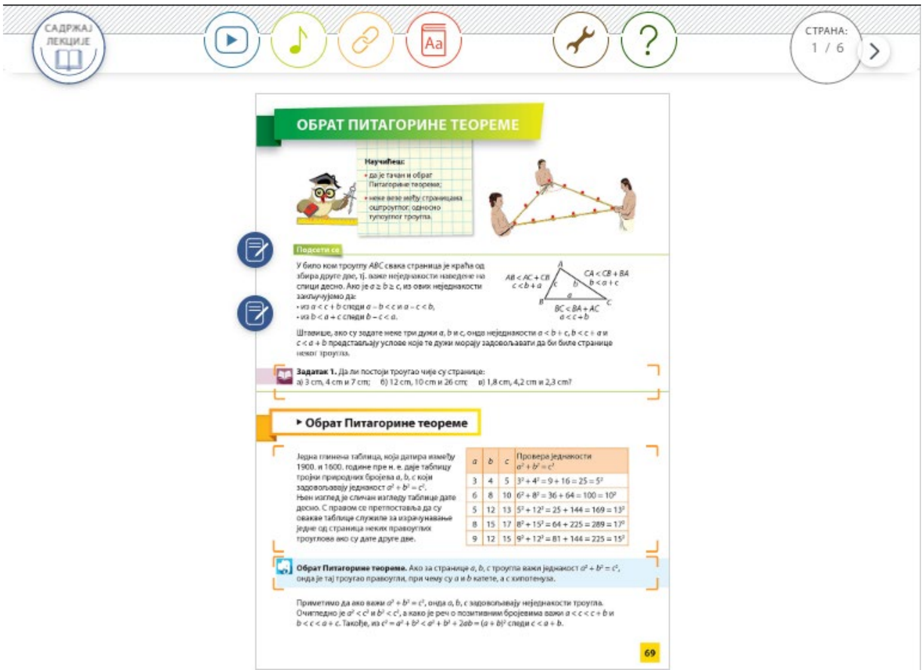
____

____________.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 41

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Обрат Питагорине теореме		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о обрату Питагорине теореме		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • на основу дужине страница троугла утврди да ли је дати троугао правоугли.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	обрат Питагорине теореме		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ОБРАТ ПИТАГОРИНЕ ТЕОРЕМЕ

Научићеш:
- да је тачан и обрат Питагорине теореме;
- неке везе међу страницама оштроуглог, односно тупоуглог троугла.

Подсети се

У било ком троуглу ABC свака страница је краћа од збира друге две, тј. важе неједнакости наведене на слици десно. Ако је $a \geq b \geq c$, из ових неједнакости закључујемо да:
- из $a < c + b$ следи $a - b < c$ и $a - c < b$,
- из $b < a + c$ следи $b - c < a$.

Штавише, ако су задате неке три дужи a, b и c, онда неједнакости $a < b + c$, $b < c + a$ и $c < a + b$ представљају услове које те дужи морају задовољавати да би биле странице неког троугла.

Задатак 1. Да ли постоји троугао чије су странице:
а) 3 cm, 4 cm и 7 cm; б) 12 cm, 10 cm и 26 cm; в) 1,8 cm, 4,2 cm и 2,3 cm?

▸ **Обрат Питагорине теореме**

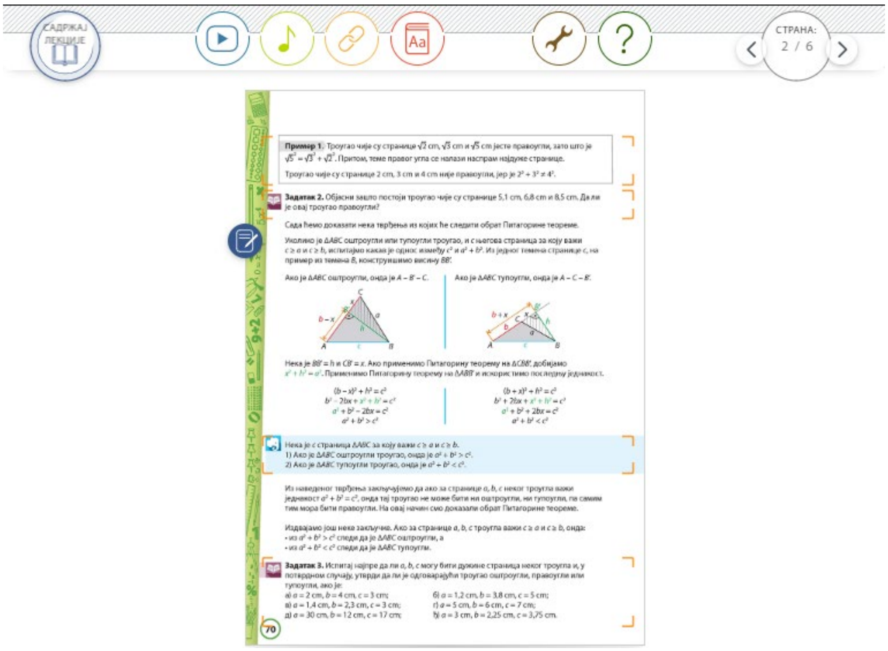
Једна глинена таблица, која датира између 1900. и 1600. године пре н. е. даје таблицу тројки природних бројева a, b, c који задовољавају једнакост $a^2 + b^2 = c^2$. Њен изглед је сличан изгледу таблице дате десно. С правом се претпоставља да су овакве таблице служиле за израчунавање једне од страница неких правоуглих троуглова ако су дате друге две.

a	b	c	Провера једнакости $a^2 + b^2 = c^2$
3	4	5	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$
6	8	10	$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$
5	12	13	$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$
8	15	17	$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$
9	12	15	$9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2$

Обрат Питагорине теореме. Ако за странице a, b, c троугла важи једнакост $a^2 + b^2 = c^2$, онда је тај троугао правоугли, при чему су a и b катете, а c хипотенуза.

Приметимо да ако важи $a^2 + b^2 = c^2$, онда a, b, c задовољавају неједнакости троугла. Очигледно је $a^2 < c^2$ и $b^2 < c^2$, а како је реч о позитивним бројевима важи $a < c < c + b$ и $b < c < a + c$. Такође, из $c^2 = a^2 + b^2 < a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$ следи $c < a + b$.

69



Пример 1. Троугао чије су странице $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm и $\sqrt{5}$ cm јесте правоугли, зато што је $\sqrt{5}^2 = \sqrt{3}^2 + \sqrt{2}^2$. Притом, теме правог угла се налази наспрам најдуже странице.

Троугао чије су странице 2 cm, 3 cm и 4 cm није правоугли, јер је $2^2 + 3^2 \neq 4^2$.

Задатак 2. Објасни зашто постоји троугао чије су странице 5,1 cm, 6,8 cm и 8,5 cm. Да ли је овај троугао правоугли?

Сада ћемо доказати нека тврђења из којих ће следити обрат Питагорине теореме.

Уколико је ΔABC оштроугли или тупоугли троугао, и c његова страница за коју важи $c \geq a$ и $c \geq b$, испитајмо какав је однос између c^2 и $a^2 + b^2$. Из једног темена странице c, на пример из темена B, конструишимо висину BB'.

Ако је ΔABC оштроугли, онда је $A - B' - C$. | Ако је ΔABC тупоугли, онда је $A - C - B'$.

Нека је $BB' = h$ и $CB' = x$. Ако применимо Питагорину теорему на $\Delta CBB'$, добијамо $x^2 + h^2 = a^2$. Применимо Питагорину теорему на $\Delta ABB'$ и искористимо последњу једнакост.

$$\begin{aligned}(b-x)^2 + h^2 &= c^2\\ b^2 - 2bx + x^2 + h^2 &= c^2\\ a^2 + b^2 - 2bx &= c^2\\ a^2 + b^2 &> c^2\end{aligned} \qquad \begin{aligned}(b+x)^2 + h^2 &= c^2\\ b^2 + 2bx + x^2 + h^2 &= c^2\\ a^2 + b^2 + 2bx &= c^2\\ a^2 + b^2 &< c^2\end{aligned}$$

Нека је c страница ΔABC за коју важи $c \geq a$ и $c \geq b$.
1) Ако је ΔABC оштроугли троугао, онда је $a^2 + b^2 > c^2$.
2) Ако је ΔABC тупоугли троугао, онда је $a^2 + b^2 < c^2$.

Из наведеног тврђења закључујемо да ако за странице a, b, c неког троугла важи једнакост $a^2 + b^2 = c^2$, онда тај троугао не може бити ни оштроугли, ни тупоугли, па самим тим мора бити правоугли. На овај начин смо доказали обрат Питагорине теореме.

Издвајамо још неке закључке. Ако за странице a, b, c троугла важи $c \geq a$ и $c \geq b$, онда:
- из $a^2 + b^2 > c^2$ следи да је ΔABC оштроугли, а
- из $a^2 + b^2 < c^2$ следи да је ΔABC тупоугли.

Задатак 3. Испитај најпре да ли a, b, c могу бити дужине страница неког троугла и, у потврдном случају, утврди да ли је одговарајући троугао оштроугли, правоугли или тупоугли, ако је:
а) $a = 2$ cm, $b = 4$ cm, $c = 3$ cm;
б) $a = 1{,}2$ cm, $b = 3{,}8$ cm, $c = 5$ cm;
в) $a = 1{,}4$ cm, $b = 2{,}3$ cm, $c = 3$ cm;
г) $a = 5$ cm, $b = 6$ cm, $c = 7$ cm;
д) $a = 30$ cm, $b = 12$ cm, $c = 17$ cm;
ђ) $a = 3$ cm, $b = 2{,}25$ cm, $c = 3{,}75$ cm.

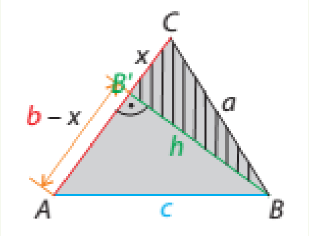
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика. Обнавља обрат Питагорине теореме, као и тврђење до кога су ученици самостално дошли на претходном часу. Наставник инсистира на томе да не мора да значи да за сваку теорему важи и њен обрат. Тако на пример, указује ученицима на то да је тврђење „ако је број дељив бројем 10, онда је дељив и бројем 5” тачно, али да обрат тог тврђења не важи, јер рецимо број 35 (или било који непаран број дељив са 5) јесте дељив са 5, али не и са 10.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Задаје ученицима да препишу табелу са дна 69. стране Уџбеника како би лакше препознали Питагорине тројке када се са њима сусретну у задацима. Саветује ученике да покушају да их запамте (што је могуће више њих) јер ће им то касније омогућити брже решавање задатака. Наравно, није добро ученике „размазити” задацима са „лепим” решењима. Често се дешава да „размажени” сматра да није добро урадио задатак уколико добије „ружно” решење (притом, под „ружним” решењем углавном сматра решење на које није навикнут). Наставник указује ученицима на то да, уколико за решење не добију природан број, то не значи нужно да задатак није тачан. Упућује ученике у то да је	– Прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – преписује табелу из Уџбеника; – анализира и закључује, поставља питања; – решава пример (1. пример) и задатке (2. и 3. задатак из Уџбеника и 172. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

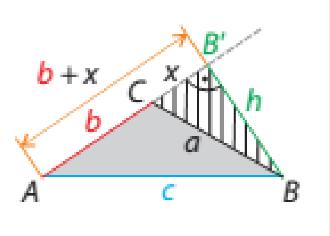
приликом решавања задатака прихватљив и резултат записан у симболичком облику (то јест остављањем броја под кореном). Обрађује 1. пример, на коме илуструје обрат Питагорине теореме, а потом решавањем 2. задатка доказује поредак збира квадрата мањих страница и квадрата највеће странице оштроуглог и тупоуглог троугла. Још једном обнавља и неједнакост троугла са ученицима, па им задаје да реше (уз његову помоћ) 3. задатак из Уџбеника. Уколико остане довољно времена, задаје ученицима да реше и 172. задатак под а), б) и в) из Збирке задатака (у супротном ти задаци остају за домаћи задатак). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 2.3 *Обрат Питагорине теореме*).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима обрат Питагорине теореме, па им задаје домаћи задатак (172. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Обрат Питагорине теореме



$$(b-x)^2+h^2=c^2$$
$$b^2-2bx+x^2+h^2=c^2$$
$$a^2+b^2-2bx=c^2$$
$$a^2+b^2>c^2$$



$$(b+x)^2+h^2=c^2$$
$$b^2+2bx+x^2+h^2=c^2$$
$$a^2+b^2+2bx=c^2$$
$$a^2+b^2<c^2$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 42

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Питагорина теорема**		
Наставна јединица:	Питагорина теорема		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација знања ученика о Питагориној теореми и њеној примени на троуглове и четвороуглове.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • примени Питагорину теорему у рачунским и конструктивним задацима.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	мапе ума, картон, дрвене бојице, уџбеник, збирка		
Облици рада:	Групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	физика		
Кључни појмови:	Питагорина теорема, троугао, четвороугао, примена Питагорине теореме, конструкције, обрат Питагорине теореме		

ТОК ЧАСА

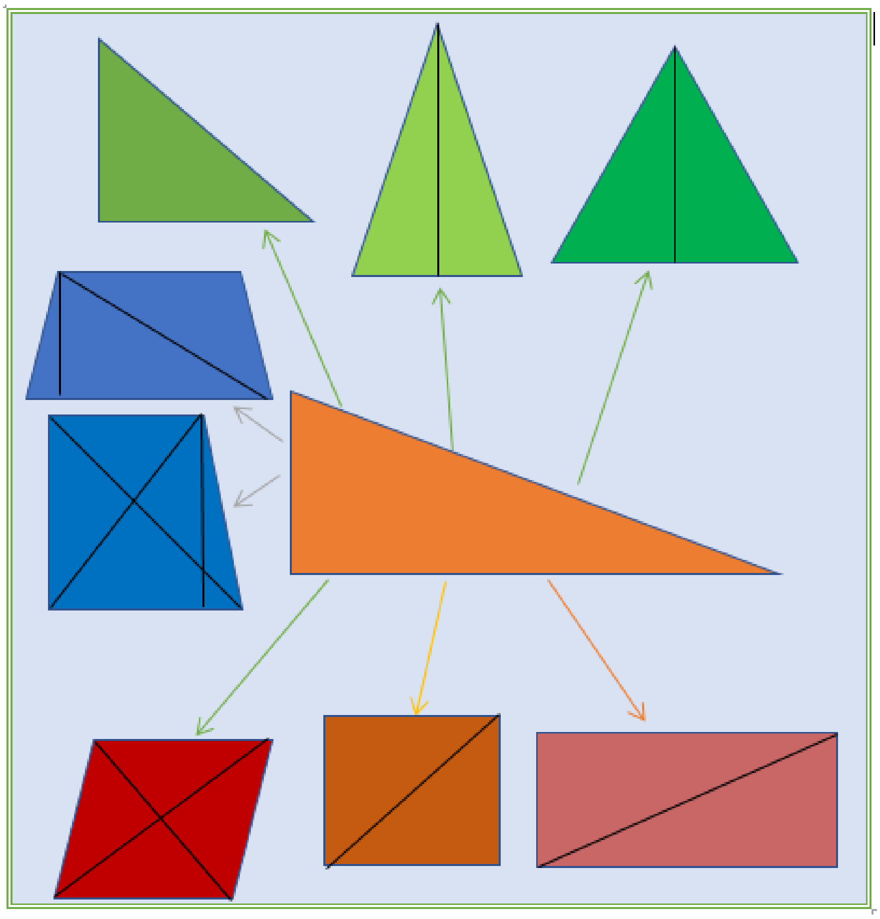
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Обнавља са ученицима Питагорину теорему и њену примену на троуглове и четвороуглове и конструкције, као и обрат Питагорине теореме. Распоређује ученике у нехомогене, петочлане или шесточлане групе, тако да буде укупно 5 група.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	

Наставник ученицима описује данашње активности. Истиче њихов задатак, а то је да направе постер у коме ће повезивати, на одговарајући начин, појмове и садржаје које су усвојили на претходним часовима. Ученици наводе шта све треба да се нађе на постеру, а наставник по потреби допуњује списак. Наставник истиче и техничке детаље које ученици морају испоштовати, а то је да појам *Питагорина теорема* стоји у средини, да крену од централног и да се крећу ка периферним појмовима. Мапа се грана и зато им треба нагласити да је боље да свака грана буде другачије обојена и да свакој грани додељујемо слику и образац. Што се бојења касније тиче, централни појам треба да буде најнаглашенији, појмови и гране ближе центру обојене јачим бојама, а како се крећемо ка периферији постера, да боје буду слабије и мање наглашене. Након што ученици скицирају, на мањим папирима, без бојења, како би они то урадили (групно, уз заједнички договор), наставник прати групе, да ли су искористили све термине и појмове и да ли су их на адекватан начин повезали, као и да ли су испоштовали техничке детаље. Улога наставника је веома битна у праћењу, корекцијама и саветима. Када предлог групе буде задовољавајући, тј. када испуњава горе наведене услове, наставник даје инструкције датој групи да мапу ума прецрта на већи папир, односно картон и да на одговарајући начин обоји дати постер. Чланови сваке групе имају обавезу и да одаберу по 5 задатака из наставних јединица које систематизујемо и залепе их на одговаруће гране или поља. Касније те задатке добија суседна група за домаћи задатак, с тим што наставник тек у завршном делу часа говори да су то задаци за домаћи рад за суседну групу (како би сви са истом идејом бирали задатке, тј. да не би дошли у ситуацију да неке групе циљано бирају неадекватне задатке).	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – групно израђује мапе ума и саставља задатке; – поставља питања; – сарађује са вршњацима.
Завршни део часа (5 минута)	
Коментарише рад ученика и са ученицима бира најбољу мапу ума. Најбољи рад качи на пригодно и видљиво место у учионици.	– Представници група (по двоје из сваке групе) представљају свој рад уз образложења на који начин су повезивали садржаје; – представници других група коментаришу радове вршњака; – бира најбољи рад.

Начини провере остварености исхода:	– анализирање успешности ученика у креирању мапе ума и састављању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

Пример мапе ума за систематизацију наставне теме *Питагорина теорема*



Напомена за наставнике: У овој мапи ума у средишњем правоуглом троуглу написати једнакост за Питагорину теорему и обрат Питагорине теореме, а унутар или поред сваког карактеристичног правоуглог троугла написати одговарајући образац који представља примену Питагорине теореме на дату фигуру. Специјално, поред једнакостраничног троугла написати обрасце за површину и полупречнике описане и уписане кружнице једнакостраничног троугла.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 43

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Припрема за први писмени задатак		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и утврђивање усвојених знања која се односе на скуп реалних бројева и Питагорину теорему.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени својства квадратног корена; • у задацима примени основне особине операција у скупу реалних бројева; • реши једначину облика $x^2 = r$; • применом Питагорине теореме одреди дужину непознате странице правоуглог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину странице ромба ако су познате дужине дијагонала датог ромба; • применом Питагорине теореме одреди дужину одређених елемената трапеза; • применом Питагорине теореме одреди зависност дужина страница троугла чији су оштри углови 30° и 60°.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе ученика у парове, труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.</td><td>– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке, различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Главни део часа (35 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наставник одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака.</td><td>– Прати упутства наставника;
– израђује задатке;
– учествује у дискусији;
– анализира и закључује;
– поставља питања.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Изводи ученике пред таблу да испишу решења задатака које су решавали на часу.</td><td>– Одговара на питања наставника;
– сваки задатак израђује различит ученик на табли.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– анализирање резултата ученика на датом часу</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Припрема за први писмени задатак

1. Израчунај вредност израза:

   а) $\sqrt{100}$; б) $\sqrt{(-5)^2}$; в) $\sqrt{1+\frac{144}{25}}$; г) $\sqrt{5}\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{20}+\sqrt{45})$.
2. Реши једначине:

   а) $x^2=1$; б) $\frac{1}{4}x^2=\frac{16}{49}$; в) $12-x^2=-13$.
3. Ако су p и q рационални бројеви, запиши следећи израз:

   а) збир квадрата бројева p и q;
   б) квадрат збира бројева p и q;
   в) квадрат разлике бројева p и q (p умањеник);
   г) разлику квадрата бројева p и q (p^2 умањеник);
   д) квадрат количника бројева p и q (p дељеник);
   ђ) производ квадрата броја p и квадрата броја супротног броју q;
   е) количник квадрата броја q и двоструког квадрата броја $p(p\neq 0, q^2$ дељеник).
4. Ако су дужине катета правоуглог троугла 8 cm и 15 cm, онда је дужина хипотенузе тог троугла:

   а) 11 cm; б) 13 cm; в) 17 cm; г) 19 cm.
5. Израчунај обим и површину ромба ако је његов оштар угао 60° и дужина краће дијагонале 6 cm.
6. Одредити површину једнакокраког трапеза чије су основице дуге 13 cm и 7 cm, а крак 5 cm.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 44

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Први писмени задатак		
Тип часа:	час провере		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени својства квадратног корена; • у задацима примени основне особине операција у скупу реалних бројева; • реши једначину облика $x^2 = r$; • применом Питагорине теореме одреди дужину непознате странице правоуглог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале квадрата ако је позната дужина странице квадрата; • применом Питагорине теореме одреди дужину одређених елемената трапеза; • применом Питагорине теореме одреди зависност дужина страница троугла чији су оштри углови 30° и 60°.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	листићи са задацима, вежбанка		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (3 минута)	
Наставник дели ученицима задатке за први писмени задатак уз опште напомене о начину израде.	– Слуша упутства наставника.
Главни део часа (40 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста за први писмени задатак.
Завршни део часа (2 минута)	
Преузима радове од ученика.	– Предаје свој рад.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са првог писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

VII разред – Први писмени задатак из математике

I група

1. Израчунај вредност израза:

   а) $\sqrt{36}$; б) $\sqrt{(-1)^2}$; в) $\sqrt{1+\frac{9}{16}}$; г) $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{48}+\sqrt{12})$.

2. Реши једначине:

   а) $x^2=9$; б) $36-6x^2=12$; в) $x^2=\frac{16}{9}$.

3. Хипотенуза правоуглог троугла једнака је 25 cm. Ако је дужина једне катете 24 cm, одреди дужину друге катете.

4. Обим квадрата је 28 cm. Израчунај дужину дијагонале тог квадрата.

5. Израчунај површину правоуглог трапеза ако је дужина дуже основице 7 cm, дужина дужег крака 6 cm, а угао који граде дужа основица и дужи крак 60°.

VII разред – Први писмени задатак из математике

II група

1. Израчунај вредност израза:

   а) $\sqrt{49}$; б) $\sqrt{(-2)^2}$; в) $\sqrt{1+\frac{16}{9}}$; г) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{32}+\sqrt{8})$.

2. Реши једначине:

   а) $x^2=16$; б) $48-6x^2=12$; в) $x^2=\frac{16}{25}$.

3. Хипотенуза правоуглог троугла једнака је 25 cm. Ако је дужина једне катете 7 cm, одреди дужину друге катете.

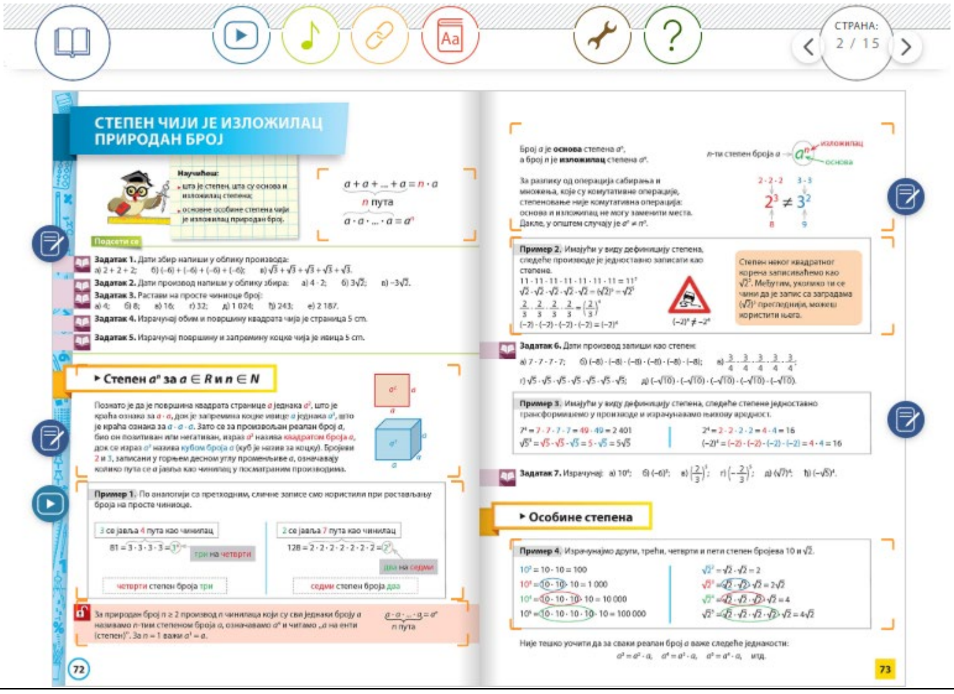
4. Обим квадрата је 36 cm. Израчунај дужину дијагонале тог квадрата.

5. Израчунај површину правоуглог трапеза ако је дужина дуже основице 9 cm, дужина дужег крака 8 cm, а угао који граде дужа основица и дужи крак 60°.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 45

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен чији је изложилац природан број		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са степеном чији је изложилац природан број.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • одговарајући број запише у облику степена.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Рачунање степенима чији је изложилац природан број неопходно је за решавање конкретних задатака и проблема из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степен чији је изложилац природан број, изложилац, основа		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



СТЕПЕН ЧИЈИ ЈЕ ИЗЛОЖИЛАЦ ПРИРОДАН БРОЈ

Научићеш:
- шта је степен, шта су основа и изложилац степена;
- основне особине степена чији је изложилац природан број.

$$\underbrace{a+a+\dots+a}_{n \text{ пута}} = n\cdot a$$
$$\overbrace{a\cdot a\cdot\dots\cdot a} = a^n$$

Подсети се

Задатак 1. Дати збир напиши у облику производа:
а) $2 + 2 + 2$; б) $(-6) + (-6) + (-6) + (-6)$; в) $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$.

Задатак 2. Дати производ напиши у облику збира: а) $4\cdot 2$; б) $3\sqrt{2}$; в) $-3\sqrt{2}$.

Задатак 3. Растави на просте чиниоце број:
а) 4; б) 8; в) 16; г) 32; д) 1 024; ђ) 243; е) 2 187.

Задатак 4. Израчунај обим и површину квадрата чија је страница 5 cm.

Задатак 5. Израчунај површину и запремину коцке чија је ивица 5 cm.

▸ Степен a^n за $a \in R$ и $n \in N$

Познато је да је површина квадрата странице a једнака a^2, што је краћа ознака за $a\cdot a$, док је запремина коцке ивице a једнака a^3, што је краћа ознака за $a\cdot a\cdot a$. Зато се за произвољан реалан број a, био он позитиван или негативан, израз a^2 назива квадратом броја a, док се израз a^3 назива кубом броја a (куб је назив за коцку). Бројеви 2 и 3, записани у горњем десном углу променљиве a, означавају колико пута се a јавља као чинилац у посматраним производима.

Пример 1. По аналогији са претходним, сличне записе смо користили при растављању броја на просте чиниоце.

3 се јавља 4 пута као чинилац
$81 = 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3 = 3^4$
три на четврти
четврти степен броја три

2 се јавља 7 пута као чинилац
$128 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 2^7$
два на седми
седми степен броја два

За природан број $n \geq 2$ производ n чинилаца који су сви једнаки броју a називамо n-тим степеном броја a, означавамо a^n и читамо „a на енти (степен)“. За $n = 1$ важи $a^1 = a$.
$$\underbrace{a\cdot a\cdot\dots\cdot a}_{n \text{ пута}} = a^n$$

72

Број a је **основа** степена a^n,
а број n је **изложилац** степена a^n.

n-ти степен броја a → a^n изложилац основа

За разлику од операција сабирања и множења, које су комутативне операције, степеновање није комутативна операција: основа и изложилац не могу заменити места.
Дакле, у општем случају је $a^n \neq n^a$.

$$\overset{2\cdot 2\cdot 2}{\underset{8}{2^3}} \neq \overset{3\cdot 3}{\underset{9}{3^2}}$$

Пример 2. Имајући у виду дефиницију степена, следеће производе је једноставно записати као степене.
$11\cdot 11\cdot 11\cdot 11\cdot 11\cdot 11\cdot 11 = 11^7$
$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = (\sqrt{2})^5 = \sqrt{2}^5$
$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$
$(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = (-2)^4$

$(-2)^4 \neq -2^4$

Степен неког квадратног корена записиваћемо као $\sqrt{2}^5$. Међутим, уколико ти се чини да је запис са заградама $(\sqrt{2})^5$ прегледнији, можеш користити њега.

Задатак 6. Дати производ запиши као степен:
а) $7\cdot 7\cdot 7\cdot 7$; б) $(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)\cdot(-8)$; в) $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}$;
г) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$; д) $(-\sqrt{10})\cdot(-\sqrt{10})\cdot(-\sqrt{10})\cdot(-\sqrt{10})\cdot(-\sqrt{10})$.

Пример 3. Имајући у виду дефиницију степена, следеће степене једноставно трансформишемо у производе и израчунавамо њихову вредност.
$7^4 = 7\cdot 7\cdot 7\cdot 7 = 49\cdot 49 = 2\,401$
$\sqrt{5}^3 = \sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} = 5\cdot\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$
$2^4 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 4\cdot 4 = 16$
$(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = 4\cdot 4 = 16$

Задатак 7. Израчунај: а) 10^4; б) $(-6)^3$; в) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; г) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$; д) $(\sqrt{7})^4$; ђ) $(-\sqrt{5})^4$.

▸ Особине степена

Пример 4. Израчунајмо други, трећи, четврти и пети степен бројева 10 и $\sqrt{2}$.
$10^2 = 10\cdot 10 = 100$
$10^3 = 10\cdot 10\cdot 10 = 1\,000$
$10^4 = 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10 = 10\,000$
$10^5 = 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10 = 100\,000$
$\sqrt{2}^2 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2$
$\sqrt{2}^3 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
$\sqrt{2}^4 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 4$
$\sqrt{2}^5 = \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Није тешко уочити да за сваки реалан број a важе следеће једнакости:
$$a^3 = a^2\cdot a,\quad a^4 = a^3\cdot a,\quad a^5 = a^4\cdot a,\quad \text{итд.}$$

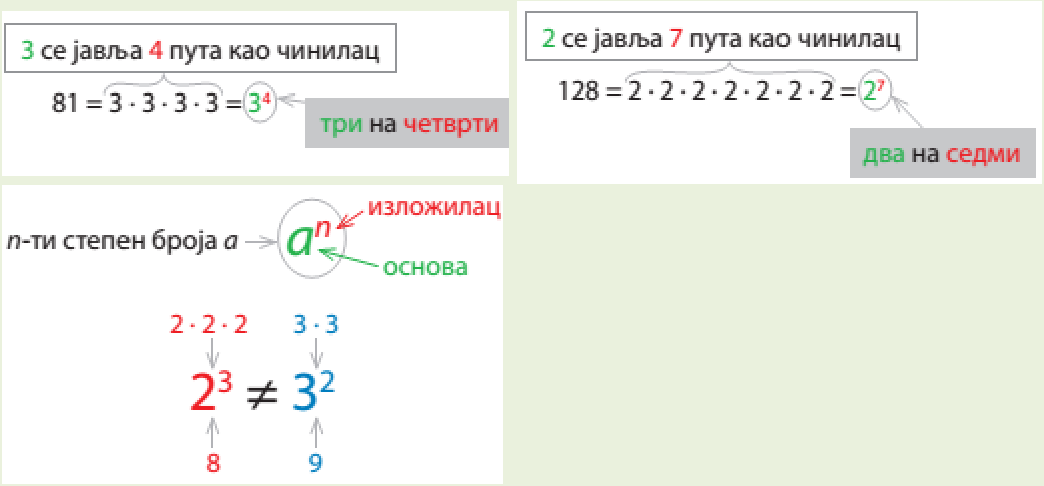
73

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (20 минута)	
Са појмом степена, пре свега са квадратима и кубовима, ученици су се већ сретали током свог математичког образовања. Обрадом 1. и 2. задатка (мотивационих задатака) обнавља са ученицима да су својевремено множењем скратили поступак за сабирање истих сабирака одређени број пута. Израдом 3, 4. и 5. задатка указује ученицима на то да степен уводимо као скраћење за множење истих бројева одређени број пута и указује на разлике између: множења датог броја другим, датим бројем, квадрата датог броја и куба датог броја.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања.
Главни део часа (20 минута)	
Објашњава ученицима порекло назива за квадрат и куб броја. Степен природног броја чији је изложилац природан број илуструје конкретним примером (пример 1), након чега уопштава: **За природан број $n \geq 2$ производ n чинилаца који су сви једнаки броју a називамо n-тим степеном броја a, означавамо то као a^n и читамо „a на енти (степен)”. За $n = 1$ важи $a^1 = a$.** Наглашава појмове *основа* и *изложилац* и на конкретним примерима указује ученицима на то да основа и изложилац не могу мењати места. Након увођења степена чији су и основа и изложилац природни бројеви, илуструје појам степена чији је изложилац природан број, а основа цео, рационалан или ирационалан број (пример 2). Обрадом 3. примера указује ученицима на то да, имајући у виду дефиницију степена, степене једноставно можемо трансформисати у производе и израчунати њихову вредност. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.1 *Степен чији је изложилац природан број*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2. и 3. пример) и задатке (1, 2, 3, 4. и 5. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима степен чији је изложилац природан број, појмове основа и изложилац, а затим им задаје домаћи задатак (6. и 7. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Степен чији је изложилац природан број

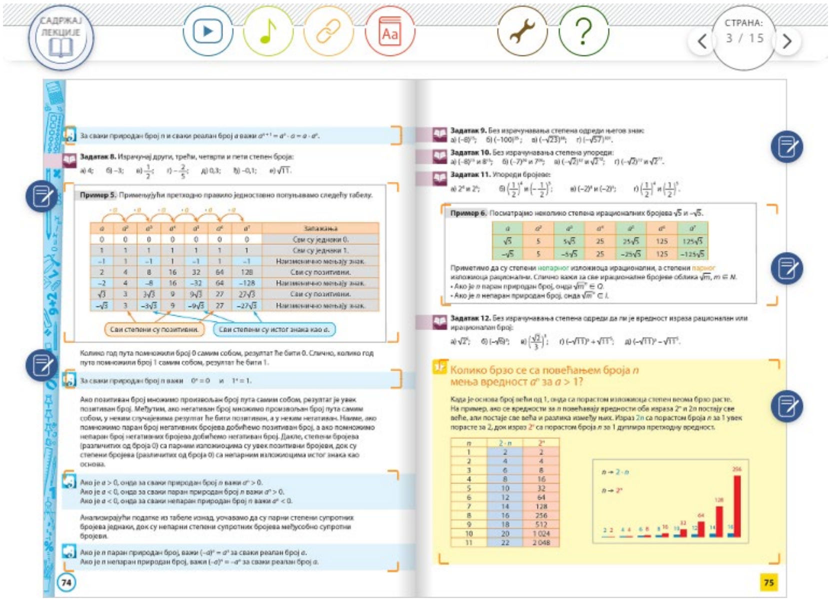


Начини провере оствarености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 46

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Особине степена		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са особинама степена чији је изложилац природан број.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • одговарајући број запише у облику степена; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Рачунање степенима чији је изложилац природан број неопходно је за решавање конкретних задатака и проблема из физике и хемије, док коришћење особина степена олакшава израду датих задатака.		
Кључни појмови:	степен чији је изложилац природан број, изложилац, основа		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



За сваки природан број n и сваки реалан број a важи $a^{n+1} = a^n \cdot a = a \cdot a^n$.

Задатак 8. Израчунај други, трећи, четврти и пети степен броја:

а) 4; б) −3; в) $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{2}{5}$; д) 0,3; ђ) −0,1; е) $\sqrt{11}$.

Пример 5. Примењујући претходно правило једноставно попуњавамо следећу табелу.

a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	Запажања
0	0	0	0	0	0	0	Сви су једнаки 0.
1	1	1	1	1	1	1	Сви су једнаки 1.
−1	1	−1	1	−1	1	−1	Наизменично мењају знак.
2	4	8	16	32	64	128	Сви су позитивни.
−2	4	−8	16	−32	64	−128	Наизменично мењају знак.
$\sqrt{3}$	3	$3\sqrt{3}$	9	$9\sqrt{3}$	27	$27\sqrt{3}$	Сви су позитивни.
$-\sqrt{3}$	3	$-3\sqrt{3}$	9	$-9\sqrt{3}$	27	$-27\sqrt{3}$	Наизменично мењају знак.

Сви степени су позитивни.

Сви степени су истог знака као a.

Колико год пута помножили број 0 самим собом, резултат ће бити 0. Слично, колико год пута помножили број 1 самим собом, резултат ће бити 1.

За сваки природан број n важи $0^n = 0$ и $1^n = 1$.

Ако позитиван број множимо произвољан број пута самим собом, резултат је увек позитиван број. Међутим, ако негативан број множимо произвољан број пута самим собом, у неким случајевима резултат ће бити позитиван, а у неким негативан. Наиме, ако помножимо паран број негативних бројева добићемо позитиван број, а ако помножимо непаран број негативних бројева добићемо негативан број. Дакле, степени бројева (различитих од броја 0) са парним изложиоцима су увек позитивни бројеви, док су степени бројева (различитих од броја 0) са непарним изложиоцима истог знака као основа.

Ако је $a > 0$, онда за сваки природан број n важи $a^n > 0$.
Ако је $a < 0$, онда за сваки паран природан број n важи $a^n > 0$.
Ако је $a < 0$, онда за сваки непаран природан број n важи $a^n < 0$.

Анализирајући податке из табеле изнад, уочавамо да су парни степени супротних бројева једнаки, док су непарни степени супротних бројева међусобно супротни бројеви.

Ако је n паран природан број, важи $(-a)^n = a^n$ за сваки реалан број a.
Ако је n непаран природан број, важи $(-a)^n = -a^n$ за сваки реалан број a.

74

Задатак 9. Без израчунавања степена одреди његов знак:

Задатак 10. Без израчунавања степена упореди:

Задатак 11. Упореди бројеве:

Пример 6. Посматрајмо неколико степена ирационалних бројева $\sqrt{5}$ и $-\sqrt{5}$.

a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7
$\sqrt{5}$	5	$5\sqrt{5}$	25	$25\sqrt{5}$	125	$125\sqrt{5}$
$-\sqrt{5}$	5	$-5\sqrt{5}$	25	$-25\sqrt{5}$	125	$-125\sqrt{5}$

Приметимо да су степени непарног изложиоца ирационални, а степени парног изложиоца рационални. Слично важи за све ирационалне бројеве облика $\sqrt{m}$, $m \in N$.
- Ако је n паран природан број, онда $\sqrt{m}^n \in Q$.
- Ако је n непаран природан број, онда $\sqrt{m}^n \in I$.

Задатак 12. Без израчунавања степена одреди да ли је вредност израза рационалан или ирационалан број:

Колико брзо се са повећањем броја n мења вредност a^n за $a > 1$?

Када је основа број већи од 1, онда са порастом изложиоца степен веома брзо расте. На пример, ако се вредности за n повећавају вредности оба израза 2^n и $2n$ постају све веће, али постаје све већа и разлика између њих. Израз $2n$ са порастом броја n за 1 увек порасте за 2, док израз 2^n са порастом броја n за 1 дуплира претходну вредност.

n	$2 \cdot n$	2^n
1	2	2
2	4	4
3	6	8
4	8	16
5	10	32
6	12	64
7	14	128
8	16	256
9	18	512
10	20	1 024
11	22	2 048

75

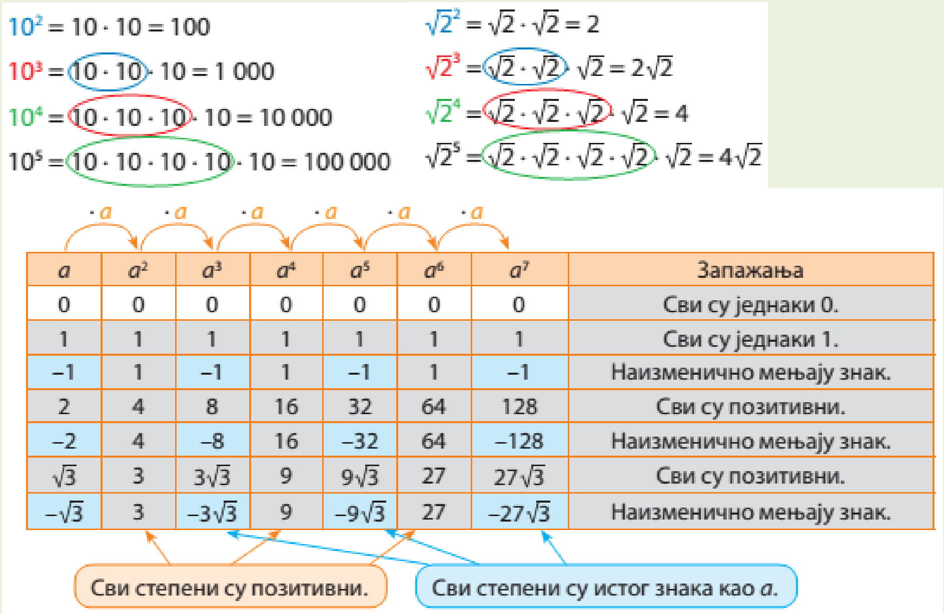
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика. Обнавља са ученицима степен чији је изложилац природан број, као и појмове основа и изложилац.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 4. примера указује на то да степен облика a^n може бити представљен у облику $a^{n-1} \cdot a$. Потом записује на табли: **За сваки природан број n и сваки реалан број a важи $a^{n+1} = a^n \cdot a = a \cdot a^n$.** Задаје ученицима 8. задатак из Уџбеника, којим утврђују рачунање степена чији је изложилац природан број, а основа (позитивни и негативни) цели, рационални и ирационални бројеви, али могу и да уоче особине које ће бити обрађене у наредном примеру. Обрадом 5. примера указује на то да су произвољни степени, чији је изложилац природан број, бројева 0 и 1 једнаки 0 и 1. У склопу истог примера (примера 5) указује ученицима, на конкретним примерима, на то да су сви степени парног изложиоца позитивни, као и да су сви степени непарног изложиоца истог знака као и основа и објашњава зашто то важи у општем случају. То потом записује на табли, док ученици записују у својим свескама: **За сваки природан број n важи $0^n = 0$ и $1^n = 1$.** **Ако је $a > 0$, онда за сваки природан број n важи $a^n > 0$.** **Ако је $a < 0$, онда за сваки паран природан број n важи $a^n > 0$.** **Ако је $a < 0$, онда за сваки непаран природан број n важи $a^n < 0$.** Покреће дискусију са ученицима о томе у каквој су вези бројеви $(-a)^n$ и a^n, у зависности од парности изложиоца (природног броја n), па закључује: **Ако је n паран природан број, важи $(-a)^n = a^n$, за сваки реалан број a.** **Ако је n непаран природан број, важи $(-a)^n = -a^n$, за сваки реалан број a.** Потом задаје ученицима да реше 9. и 10. задатак из Уџбеника, на основу којих илуструје значај претходних тврђења.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (4. и 5. пример) и задатке (8, 9, 10. и 11. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Затим задаје ученицима и 11. задатак, па дискутује са њима о њиховим запажањима о поретку степена, у зависности од вредности основе и вредности изложиоца. **Документарни филм** – *Император и шаховска табла*. Наставник пушта ученицима филм који упознаје ученике са познатом причом о томе како је изумитељ шаха надмудрио императора тако што је тражио једно зрно пиринча за прво поље на шаховској табли и за свако наредно поље двоструко више зрна пиринча него на претходном пољу. Тиме наставник указује ученицима на експоненцијални раст и истиче разлику између $2n$ и 2^n за природан број n (лекција 3.1 *Степен чији је изложилац природан број*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.1 *Степен чији је изложилац природан број*, слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима степен чији је изложилац природан број, особине степена, а затим задаје домаћи задатак (10, 11. и 13. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Особине степена



$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$

$10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$

$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$

$\sqrt{2}^2 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$

$\sqrt{2}^3 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2}^4 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4$

$\sqrt{2}^5 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	Запажања
0	0	0	0	0	0	0	Сви су једнаки 0.
1	1	1	1	1	1	1	Сви су једнаки 1.
–1	1	–1	1	–1	1	–1	Наизменично мењају знак.
2	4	8	16	32	64	128	Сви су позитивни.
–2	4	–8	16	–32	64	–128	Наизменично мењају знак.
$\sqrt{3}$	3	$3\sqrt{3}$	9	$9\sqrt{3}$	27	$27\sqrt{3}$	Сви су позитивни.
$-\sqrt{3}$	3	$-3\sqrt{3}$	9	$-9\sqrt{3}$	27	$-27\sqrt{3}$	Наизменично мењају знак.

Сви степени су позитивни.

Сви степени су истог знака као *a*.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 47

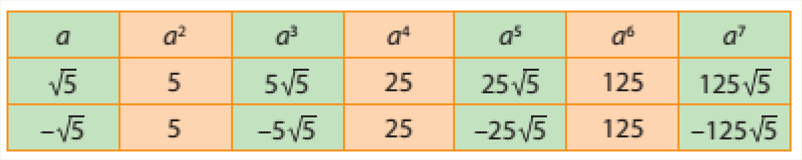
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен чији је изложилац природан број		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о степену чији је изложилац природан број и особинама степена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • одговарајући број запише у облику степена; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Рачунање са степенима чији је изложилац природан број неопходно је за решавање конкретних задатака и проблема из физике и хемије, док коришћење особина степена олакшава израду датих задатака.		
Кључни појмови:	степен чији је изложилац природан број, изложилац, основа		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика. Обнавља са њима степен чији је изложилац природан број, појмове основа и изложилац, као и особине степена.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 6. примера, на конкретном примеру, анализира са ученицима степене квадратних корена природних бројева, при чему дати природни бројеви нису потпуни квадрати. Том приликом указује ученицима на то да су дати степени непарног изложиоца ирационални, а степени парног изложиоца рационални. Наглашава да слично важи за све ирационалне бројеве облика $\sqrt{m}, m \in N$, јер m није потпун квадрат. Диктира ученицима: • Ако је n паран природан број, онда $\sqrt{m^n}, m \in Q$; • Ако је n непаран природан број, онда $\sqrt{m^n}, m \in I$. Потом заједно са ученицима решава 12. задатак из Уџбеника, у коме је захтев да се, без израчунавања степена, одреди да ли је вредност израза рационалан или ирационалан број. Задаје ученицима 1. задатак под а), в), д) и е) из Збирке како би они још једном утврдили појмове основа и изложилац. Зависност знака степена у односу на знак основе и парност изложиоца који је природан број ученици утврђују решавањем 12. задатка из Збирке, док их наставник обилази. Да степен уводимо као скраћење за множење истих бројева одређен број пута, а не за сабирање, ученици утврђују решавањем 17. задатка из Збирке задатака. За утврђивање степена квадратних корена природних бројева непарног, односно парног изложиоца, наставник ученицима задаје 24. задатак из Збирке задатака.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (6. пример) и задатке (12. задатак из Уџбеника и 1, 12, 17. и 24. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима степен чији је изложилац природан број и особине степена. Задаје им домаћи задатак (1. под б), г), ђ) и ж), 15, 22. и 25. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Степен чији је изложилац природан број



a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7
$\sqrt{5}$	5	$5\sqrt{5}$	25	$25\sqrt{5}$	125	$125\sqrt{5}$
$-\sqrt{5}$	5	$-5\sqrt{5}$	25	$-25\sqrt{5}$	125	$-125\sqrt{5}$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 48

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Исправка првог писменог задатка		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примени својства квадратног корена; • у задацима примени основне особине операција у скупу реалних бројева; • реши једначину облика $x^2 = r$; • применом Питагорине теореме одреди дужину непознате странице правоуглог троугла; • применом Питагорине теореме одреди дужину дијагонале квадрата ако је позната дужина странице квадрата; • применом Питагорине теореме одреди дужину одређених елемената трапеза; • применом Питагорине теореме одреди зависност дужина страница троугла чији су оштри углови $30°$ и $60°$.		
Наставне методе:	дијалошка		
Наставна средства:	креда (фломастери), табла, листићи са задацима		
Облици рада:	индивидуални, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

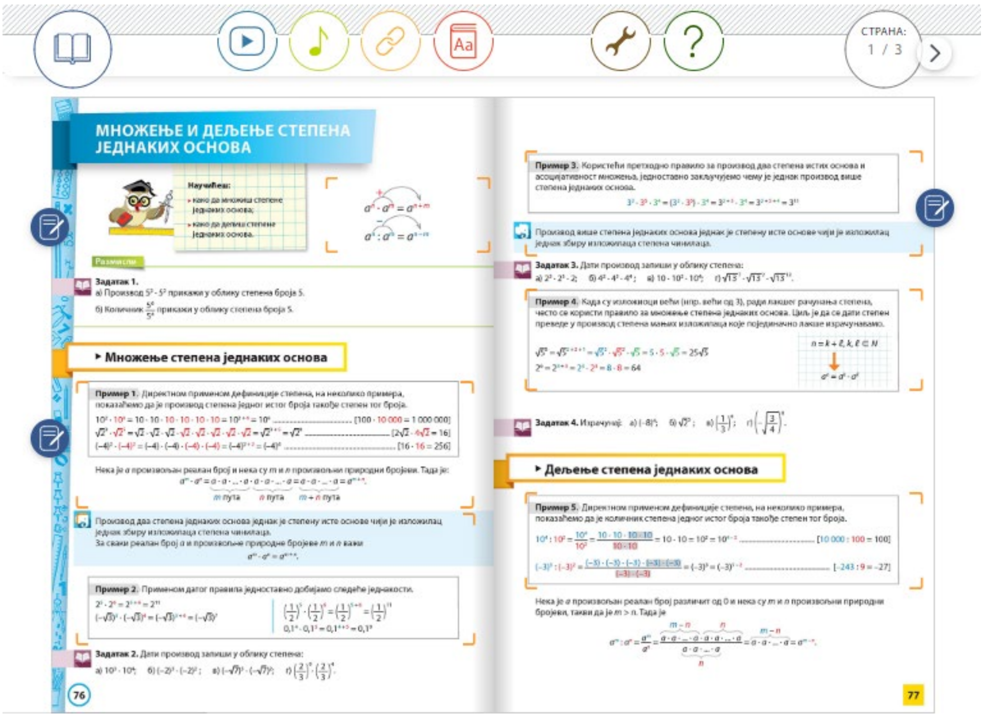
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Упознаје ученике са резултатима на провери знања путем првог писменог задатка. Износи бодовање задатака и скалу оцењивања.	
Главни део часа (35 минута)	
Анализира са ученицима задатке, дели таблу на два дела и паралелно изводи пред таблу по два ученика (из сваке групе по једног). За сваки задатак из обе групе бира по једног ученика који је тачно урадио задатак.	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – прозвани ученици на табли исписују решења задатака са првог писменог задатка, објашњавају свој рад и одговарају на питања других ученика док остали ученици решавају задатке у својим свескама; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Износи своја запажања и даје сугестије како превазићи одређене проблеме.	
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са првог писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 49

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење степена једнаких основа		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са поступком множења степена једнаких основа.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • множи степене једнаких основа.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Множење степена истих основа потребно је за решавање задатака и проблема из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степени истих основа, множење		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



МНОЖЕЊЕ И ДЕЉЕЊЕ СТЕПЕНА ЈЕДНАКИХ ОСНОВА

Научићеш:
- како да множиш степене једнаких основа;
- како да делиш степене једнаких основа.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n : a^m = a^{n-m}$

Размисли

Задатак 1.
а) Производ $5^2 \cdot 5^2$ прикажи у облику степена броја 5.
б) Количник $\frac{5^6}{5^4}$ прикажи у облику степена броја 5.

▸ Множење степена једнаких основа

Пример 1. Директном применом дефиниције степена, на неколико примера, показаћемо да је производ степена једног истог броја такође степен тог броја.

$10^2 \cdot 10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^{2+4} = 10^6$ .... [100 · 10 000 = 1 000 000]

$\sqrt{2}^3 \cdot \sqrt{2}^5 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}^{3+5} = \sqrt{2}^8$ .... [$2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 16$]

$(-4)^2 \cdot (-4)^2 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = (-4)^{2+2} = (-4)^4$ .... [16 · 16 = 256]

Нека је a произвољан реалан број и нека су m и n произвољни природни бројеви. Тада је:

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ пута}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ пута}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m+n \text{ пута}} = a^{m+n}.$$

Производ два степена једнаких основа једнак је степену исте основе чији је изложилац једнак збиру изложилаца степена чинилаца.
За сваки реалан број a и произвољне природне бројеве m и n важи

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Пример 2. Применом датог правила једноставно добијамо следеће једнакости.

$2^5 \cdot 2^6 = 2^{5+6} = 2^{11}$

$(-\sqrt{3})^3 \cdot (-\sqrt{3})^4 = (-\sqrt{3})^{3+4} = (-\sqrt{3})^7$

$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{11}$

$0{,}1^4 \cdot 0{,}1^3 = 0{,}1^{4+3} = 0{,}1^7$

Задатак 2. Дати производ запиши у облику степена:
а) $10^3 \cdot 10^4$; б) $(-2)^3 \cdot (-2)^2$; в) $(-\sqrt{7})^3 \cdot (-\sqrt{7})^9$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$.

76

Пример 3. Користећи претходно правило за производ два степена истих основа и асоцијативност множења, једноставно закључујемо чему је једнак производ више степена једнаких основа.

$3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^4 = (3^2 \cdot 3^5) \cdot 3^4 = 3^{2+5} \cdot 3^4 = 3^{2+5+4} = 3^{11}$

Производ више степена једнаких основа једнак је степену исте основе чији је изложилац једнак збиру изложилаца степена чинилаца.

Задатак 3. Дати производ запиши у облику степена:
а) $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2$; б) $4^2 \cdot 4^3 \cdot 4^4$; в) $10 \cdot 10^3 \cdot 10^6$; г) $\sqrt{13}^7 \cdot \sqrt{13}^7 \cdot \sqrt{13}^{11}$.

Пример 4. Када су изложиоци већи (нпр. већи од 3), ради лакшег рачунања степена, често се користи правило за множење степена једнаких основа. Циљ је да се дати степен преведе у производ степена мањих изложилаца које појединачно лакше израчунавамо.

$\sqrt{5}^5 = \sqrt{5}^{2+2+1} = \sqrt{5}^2 \cdot \sqrt{5}^2 \cdot \sqrt{5} = 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} = 25\sqrt{5}$

$2^6 = 2^{3+3} = 2^3 \cdot 2^3 = 8 \cdot 8 = 64$

$n = k + \ell,\ k, \ell \in N$
↓
$a^n = a^k \cdot a^\ell$

Задатак 4. Израчунај: а) $(-8)^4$; б) $\sqrt{7}^6$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$; г) $\left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^4$.

▸ Дељење степена једнаких основа

Пример 5. Директном применом дефиниције степена, на неколико примера, показаћемо да је количник степена једног истог броја такође степен тог броја.

$10^4 : 10^2 = \frac{10^4}{10^2} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}{10 \cdot 10} = 10 \cdot 10 = 10^2 = 10^{4-2}$ .... [10 000 : 100 = 100]

$(-3)^5 : (-3)^2 = \frac{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}{(-3) \cdot (-3)} = (-3)^3 = (-3)^{5-2}$ .... [−243 : 9 = −27]

Нека је a произвољан реалан број различит од 0 и нека су m и n произвољни природни бројеви, такви да је $m > n$. Тада је

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m-n} \cdot \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{n}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}} = \overbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}^{m-n} = a^{m-n}.$$

77

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Задаје ученицима да реше мотивациони задатак (1. задатак из Уџбеника) како би се припремили за поступак множења (дељења) степена једнаких основа и боље разумели дати поступак.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава мотивациони задатак.
Главни део часа (35 минута)	
На конкретним примерима (пример 1) указује ученицима на то да је производ степена једног истог броја такође степен тог броја. На табли производ $a^m \cdot a^n$ приказује у облику производа $m + n$ чинилаца броја a. Пита ученике да ли уочавају неко правило, у смислу како дати производ представити у облику једног степена чији је изложилац природан број, па након краће дискусије уопштава: **Производ два степена једнаких основа једнак је степену исте основе чији је изложилац једнак збиру изложилаца степена чинилаца. За сваки реалан број a и произвољне природне бројеве m и n важи: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.** Дато правило конкретизује обрадом 2. примера, након чега задаје ученицима да реше 2. задатак. Потом на конкретном примеру (пример 3) указује ученицима на то да је производ више степена једнаких основа једнак степену исте основе, чији је изложилац једнак збиру свих изложилаца степена чинилаца (на основу асоцијативности за множење). Потом диктира ученицима, што они записују у својим свескама: **Производ више степена једнаких основа једнак је степену исте основе чији је изложилац једнак збиру изложилаца степена чинилаца.** Напомиње практичну примену множења степена једнаких основа за израчунавање степена. Упознаје ученике да је циљ да се дати степен преведе у производ степена мањих изложилаца које појединачно лакше израчунавамо (пример 4). Заједно са ученицима решава 4. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.2 *Множење и дељење степена једнаких основа*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (1, 2, и 4. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему је једнак производ два или више степена једнаких основа. Задаје им домаћи задатак (3. задатак из Уџбеника и 27, 28. и 33. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Множење степена једнаких основа

$$\overset{+}{a^{n} \cdot a^{m}} = a^{n+m}$$

$$n = k + \ell, k, \ell \in N$$

$$\Downarrow$$

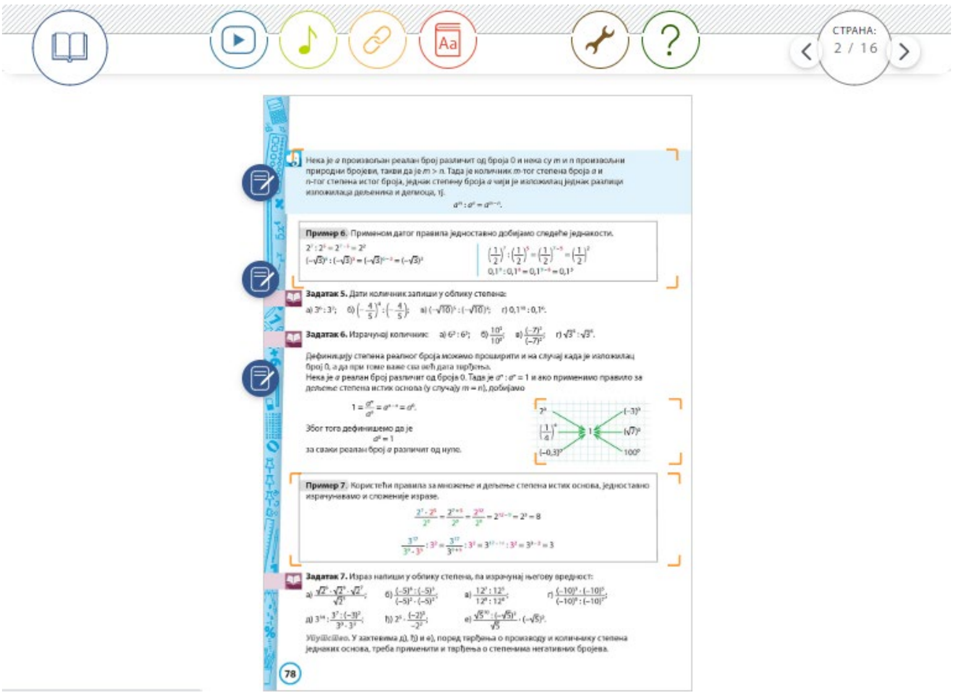
$$a^{n} = a^{k} \cdot a^{\ell}$$

Начини провере оствареności исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 50

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Дељење степена једнаких основа		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са поступком дељења степена једнаких основа		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • дели степене једнаких основа.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Дељење степена истих основа потребно је за решавање задатака и проблема из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степени истих основа, дељење		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Нека је a произвољан реалан број различит од броја 0 и нека су m и n произвољни природни бројеви, такви да је $m > n$. Тада је количник m-тог степена броја a и n-тог степена истог броја, једнак степену броја a чији је изложилац једнак разлици изложилаца дељеника и делиоца, тј.

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

Пример 6. Применом датог правила једноставно добијамо следеће једнакости.

Задатак 5. Дати количник запиши у облику степена:

Задатак 6. Израчунај количник:

Дефиницију степена реалног броја можемо проширити и на случај када је изложилац број 0, а да при томе важе сва већ дата тврђења.

Нека је a реалан број различит од броја 0. Тада је $a^n : a^n = 1$ и ако применимо правило за дељење степена истих основа (у случају $m = n$), добијамо

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0.$$

Због тога дефинишемо да је

$$a^0 = 1$$

за сваки реалан број a различит од нуле.

Пример 7. Користећи правила за множење и дељење степена истих основа, једноставно израчунавамо и сложеније изразе.

Задатак 7. Израз напиши у облику степена, па израчунај његову вредност:

Упутство. У задацима д), ђ) и е), поред тврђења о производу и количнику степена једнаких основа, треба применити и тврђења о степенима негативних бројева.

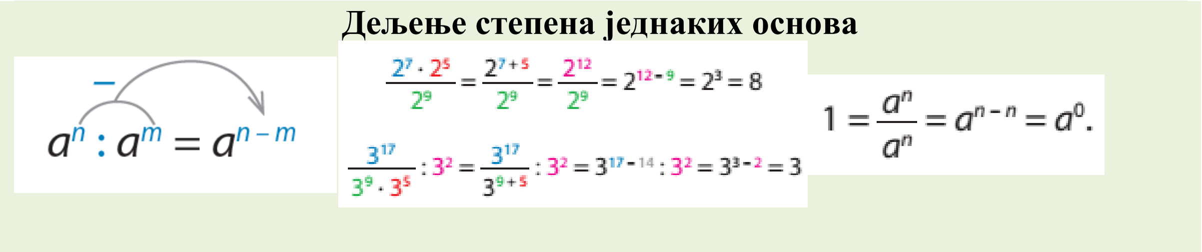
78

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика. Обнавља са ученицима да је $a : b = \frac{a}{b}$ за $b \neq 0$, затим обнавља рационалне бројеве записане у облику $\frac{a}{b}$, као и скраћивање разломака.	– Одговара на постављена питања наставника;
Главни део часа (35 минута)	
На конкретном примеру (пример 5) указује ученицима, директном применом дефиниције степена, на то да је количник степена једног истог броја такође степен тог броја. На табли, за конкретне вредности природних бројева m и n, показује ученицима да је $a^m : a^n = a^{m-n}$. Потом уопштава: **Нека је a произвољан реалан број различит од броја 0 и нека су m и n произвољни природни бројеви, такви да је $m > n$. Тада је количник m-тог степена броја a и n-тог степена истог броја једнак степену броја a чији је изложилац једнак разлици изложилаца дељеника и делиоца, тј. $a^m : a^n = a^{m-n}$.** Наставник затим обрађује 6. пример, након чега заједно са ученицима решава 5. и 6. задатак из Уџбеника. Дискутује са ученицима о решењима 6. задатка, обнавља са њима чему је једнак количник два иста броја (различита од нуле) и поставља питање ученицима шта мисле да ли изложилац може бити 0 и чему би могао бити једнак такав степен. Након краће дискусије, записује на табли: $\mathbf{1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0}$. На конкретним примерима показује ученицима да, користећи правила за множење и дељење степена истих основа, једноставно израчунавамо и нешто сложеније изразе (пример 7). Потом задаје ученицима да реше 31. и 32. задатак из Збирке задатака, обилази ученике док решавају задатке, одговара на њихова питања и пружа им дозирану помоћ. На крају наставник решава са ученицима и 7. задатак из Уџбеника, где повезује множење и дељење степена једнаких основа.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишље-не одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (5, 6. и 7. пример) и задатке (5, 6. и 7. задатак из Уџбеника и 31. и 32. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.2 *Множење и дељење степена једнаких основа*, слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему је једнак количник два или више степена једнаких основа. Задаје ученицима домаћи задатак (36. и 37. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Дељење степена једнаких основа

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$\frac{2^7 \cdot 2^5}{2^9} = \frac{2^{7+5}}{2^9} = \frac{2^{12}}{2^9} = 2^{12-9} = 2^3 = 8$$

$$\frac{3^{17}}{3^9 \cdot 3^5} : 3^2 = \frac{3^{17}}{3^{9+5}} : 3^2 = 3^{17-14} : 3^2 = 3^{3-2} = 3$$

$$1 = \frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0.$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 51

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење и дељење степена једнаких основа		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о множењу и дељењу степена једнаких основа.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • множи степене једнаких основа; • дели степене једнаких основа.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:	Множење и дељење степена истих основа потребно је за решавање задатака и проблема из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степени истих основа, множење, дељење		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе у парове труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.	– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке, различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке, чиме утврђује множење и дељење степена једнаких основа; – учествује у дискусији; – поставља питања.
Завршни део часа (10 минута)	
Изводи ученике пред таблу да испишу решења задатака које су решавали на часу.	– Одговара на питања наставника; – сваки задатак на табли решава различит ученик.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика на датом часу
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Множење и дељење степена једнаких основа – задаци

1. Чиниоце запиши у облику степена истих основа, па производ запиши у облику степена простог броја:
   а) $8 \cdot 2$;   б) $9 \cdot 81$;   в) $5^4 \cdot 125$.

2. Дељеник и делилац запиши у облику степена истих основа, па израчунај:
   а) $243 : 3$;   б) $64 : 2^3$;   в) $5^4 : 125$.

3. Упрости израз, па израчунај његову вредност:
   а) $\frac{3^9}{3^3 \cdot 3^5}$;   б) $\frac{625 \cdot}{5^3 \cdot 5}$;   в) $\frac{2^9 \cdot 2^3}{2^6 \cdot 2^5}$;   г) $\frac{64 \cdot (-2)^4}{(-2)^5 \cdot 4}$.

4. Одреди вредност непознате x тако да добијеш тачну једнакост:
   а) $3^3 \cdot 3^x = 3^7$;   б) $2^7 : 2^x = 2^4$;   в) $a^{10} \cdot a^x = a^{12}$.

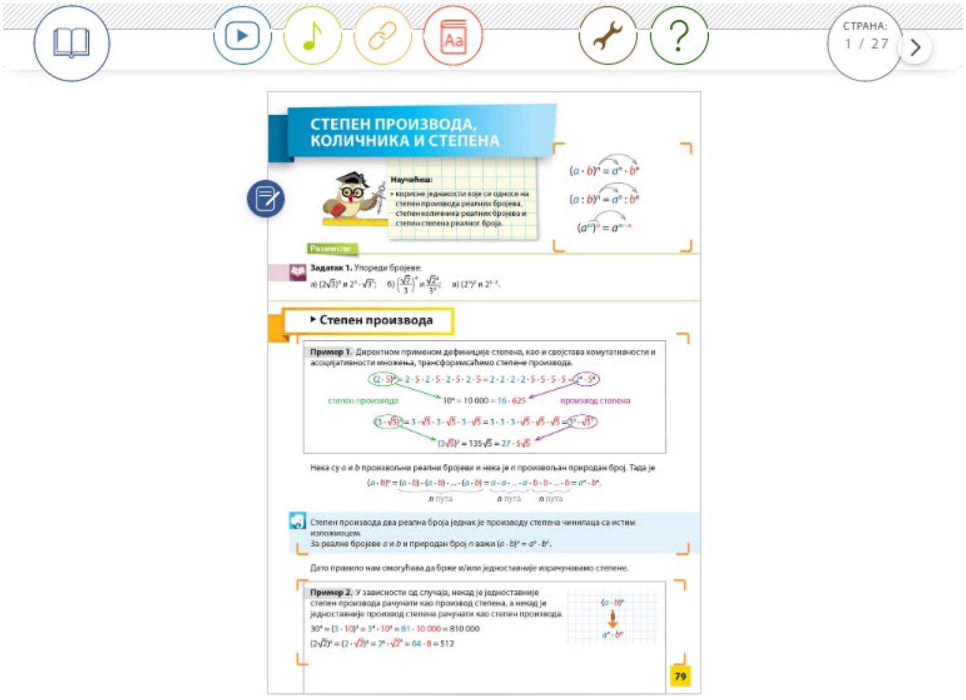
5. Одреди производ количника степена c^8 и $c^5, c \neq 0$ (c^8 је дељеник), и производ степена c^3 и c^4.

6. Покажи да вредност израза $\frac{2^{n-1} \cdot 2^{n+2}}{2^{3n-2} : 2^{n-2}}$ не зависи од промењиве n.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 52

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен производа и степен количника		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са степеном производа и степеном количника.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева и степен количника реалних бројева.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Множење степена истих основа олакшава решавање конкретних задатака из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степен производа, степен количника		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



СТЕПЕН ПРОИЗВОДА, КОЛИЧНИКА И СТЕПЕНА

Научићеш:

- користе једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника реалних бројева и степен степена реалног броја.

$(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$

$(a : b)^n = a^n : b^n$

$(a^m)^n = a^{m\cdot n}$

Размисли

Задатак 1. Упореди бројеве:
а) $(2\sqrt{3})^5$ и $2^5\cdot\sqrt{3}^5$; б) $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4$ и $\frac{\sqrt{2}^4}{3^4}$; в) $(2^3)^2$ и $2^{3\cdot 2}$.

Степен производа

Пример 1. Директном применом дефиниције степена, као и својстава комутативности и асоцијативности множења, трансформисаћемо степене производа.

$$(2\cdot5)^4 = 2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5\cdot2\cdot5 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5\cdot5 = 2^4\cdot5^4$$

степен производа $10^4 = 10\,000 = 16\cdot625$ производ степена

$$(3\cdot\sqrt{5})^3 = 3\cdot\sqrt{5}\cdot3\cdot\sqrt{5}\cdot3\cdot\sqrt{5} = 3\cdot3\cdot3\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} = 3^3\cdot\sqrt{5}^3$$

$$(3\sqrt{5})^3 = 135\sqrt{5} = 27\cdot5\sqrt{5}$$

Нека су a и b произвољни реални бројеви и нека је n произвољан природан број. Тада је

$$(a\cdot b)^n = \underbrace{(a\cdot b)\cdot(a\cdot b)\cdot\ldots\cdot(a\cdot b)}_{n\text{ пута}} = \underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ пута}}\cdot\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{n\text{ пута}} = a^n\cdot b^n.$$

Степен производа два реална броја једнак је производу степена чинилаца са истим изложиоцем.
За реалне бројеве a и b и природан број n важи $(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$.

Дато правило нам омогућава да брже и/или једноставније израчунавамо степене.

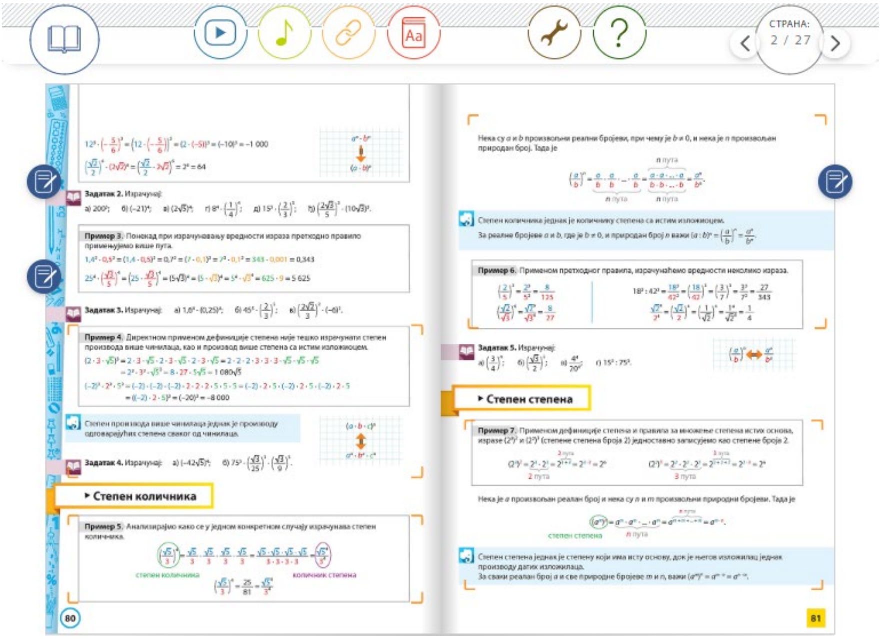
Пример 2. У зависности од случаја, некад је једноставније степен производа рачунати као производ степена, а некад је једноставније производ степена рачунати као степен производа.

$30^4 = (3\cdot10)^4 = 3^4\cdot10^4 = 81\cdot10\,000 = 810\,000$

$(2\sqrt{2})^6 = (2\cdot\sqrt{2})^6 = 2^6\cdot\sqrt{2}^6 = 64\cdot8 = 512$

$(a\cdot b)^n$ ↓ $a^n\cdot b^n$

79



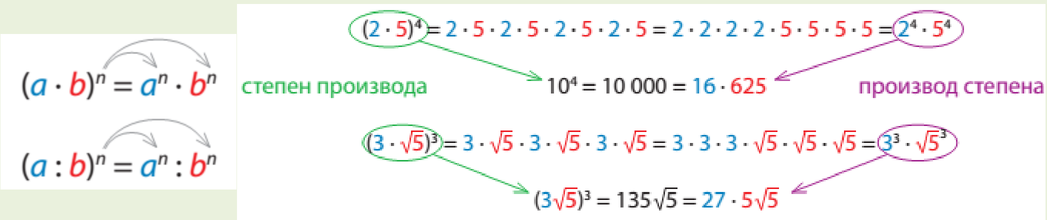
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима комутативност и асоцијативност множења реалних бројева и задаје им да реше мотивациони задатак (1. задатак под а) и б) из Уџбеника), са циљем да интуитивно увиде да је степен производа једнак производу одговарајућих степена, као и да је степен количника једнак количнику одговарајућих степена.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава мотивациони задатак.
Главни део часа (35 минута)	
Прво на конкретним примерима (пример 1) указује ученицима на то да је степен производа једнак производу одговарајућих степена, што илуструје и на табли одговарајућим груписањем чинилаца. Потом објашњава и општи случај и записује на табли, док ученици записују у својим свескама: **Степен производа два реална броја једнак је производу степена чинилаца са истим изложиоцем. За реалне бројеве a и b и природан број n важи $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.** Дато правило конкретизује обрадом 2. примера, где указује ученицима на то да је некад једноставније степен производа рачунати као производ степена, а некад производ степена рачунати као степен производа. Потом изводи ученике да на табли реше 2. задатак из Уџбеника.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 4, 5. и 6. пример) и задатке (1, 2. и 5. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Наглашава да директном применом дефиниције степена није тешко израчунати степен производа више чинилаца, као и производ више степена са истим изложиоцем, што илуструје обрадом 4. примера. Потом уопштава: **Степен производа више чинилаца једнак је производу одговарајућих степена сваког од чинилаца.** Аналогно степену производа, најпре на конкретним примерима (пример 5), а потом и на табли, груписањем чинилаца, указује на то да је степен количника једнак количнику степена са датим изложиоцем. Потом уопштава: **Степен количника једнак је количнику степена са истим изложиоцем. За реалне бројеве a и b, где је $b \neq 0$ и природан број n важи $(a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.** Наставник потом обрађује 6. пример, као и 5. задатак из Уџбеника, заједно са ученицима. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.3 *Степен производа, количника и степена*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему су једнаки степен производа и степен количника. Задаје им домаћи задатак (49. и 54. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Степен производа и степен количника



$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

$$(2 \cdot 5)^4 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^4$$

$$10^4 = 10\,000 = 16 \cdot 625$$

$$(3 \cdot \sqrt{5})^3 = 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 3^3 \cdot \sqrt{5}^3$$

$$(3\sqrt{5})^3 = 135\sqrt{5} = 27 \cdot 5\sqrt{5}$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 53

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен производа и степен количника		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о степену производа и степену количника.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева и степен количника реалних бројева.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Множење степена истих основа олакшава решавање конкретних задатака из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степен производа, степен количника		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима чему су једнаки степен производа, као и степен количника. Анализира израду домаћег задатка и уколико је ученицима нешто нејасно, отклања дате нејасноће.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 3. примера из Уџбеника указује ученицима на то да је понекад потребно, при израчунавању вредности израза, више пута применити правило да је степен производа два реална броја једнак производу степена чинилаца са истим изложиоцем. Потом, заједно са ученицима решава 3. задатак из Уџбеника. Да је степен производа више чинилаца једнак	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања;

производу одговарајућих степена сваког од чинилаца ученици утврђују решавањем 4. задатка из Уџбеника. Потом наставник задаје редом 52. од а) до г), 55, 57. од а) до в), 58. од а) до г) и 69. задатак из Уџбеника, чиме ученици утврђују једнакости које се односе на степен производа реалних бројева и степен количника реалних бројева.	– решава пример (3. пример) и задатке (3. и 4. задатак из Уџбеника и 52, 55, 57, 58. и 69. из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему су једнаки степен производа и степен количника. Задаје им домаћи задатак (52. под д) и ђ), 57. под г) и д), 58. под д) и ђ) и 67. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Степен производа и степен количника

$$1{,}4^3 \cdot 0{,}5^3 = (1{,}4 \cdot 0{,}5)^3 = 0{,}7^3 = (7 \cdot 0{,}1)^3 = 7^3 \cdot 0{,}1^3 = 343 \cdot 0{,}001 = 0{,}343$$

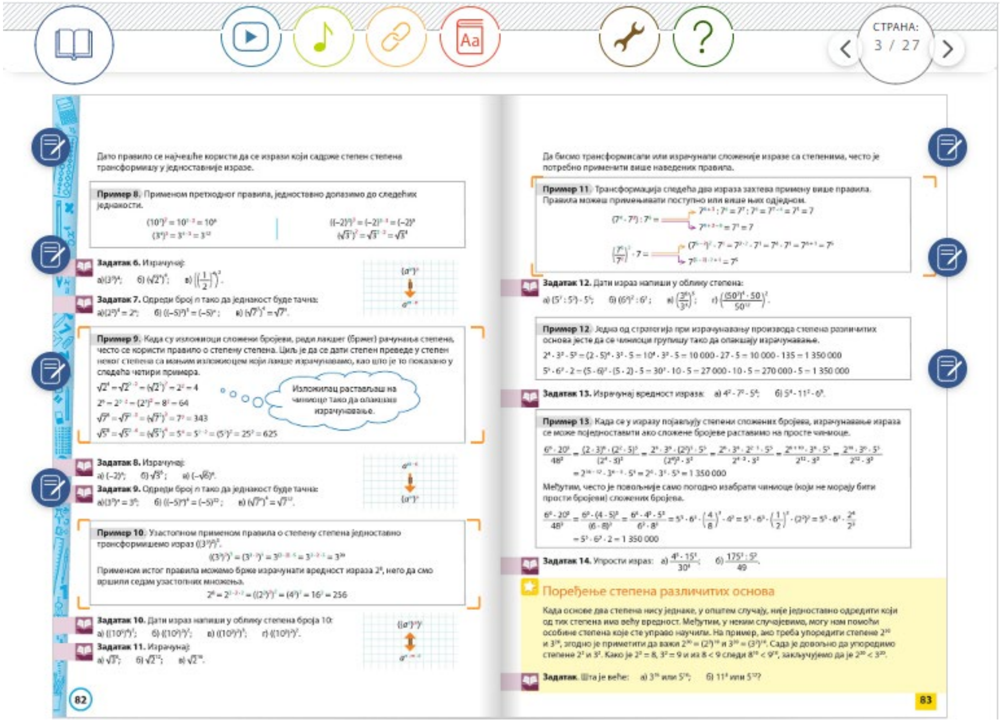
$$25^4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^4 = \left(25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{5}\right)^4 = (5\sqrt{3})^4 = (5 \cdot \sqrt{3})^4 = 5^4 \cdot \sqrt{3}^4 = 625 \cdot 9 = 5\,625$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 54

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен степена		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са степеном степена реалног броја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи једнакости које се односе на степен степена.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Рачунање са степеном датог степена реалног броја олакшава решавање конкретних задатака из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степен степена		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Дато правило се најчешће користи да се изрази који садрже степен степена трансформишу у једноставније изразе.

Пример 8. Применом претходног правила, једноставно долазимо до следећих једнакости.

Задатак 6. Израчунај:

Задатак 7. Одреди број n тако да једнакост буде тачна:

Пример 9. Када су изложиоци сложени бројеви, ради лакшег (бржег) рачунања степена, често се користи правило о степену степена. Циљ је да се дати степен преведе у степен неког степена са мањим изложиоцем који лакше израчунавамо, као што је то показано у следећа четири примера.

Изложилац растављаш на чиниоце тако да олакшаш израчунавање.

Задатак 8. Израчунај:

Задатак 9. Одреди број n тако да једнакост буде тачна:

Пример 10. Узастопном применом правила о степену степена једноставно трансформишемо израз.

Применом истог правила можемо брже израчунати вредност израза 2^8, него да смо вршили седам узастопних множења.

Задатак 10. Дати израз напиши у облику степена броја 10:

Задатак 11. Израчунај:

82

Да бисмо трансформисали или израчунали сложеније изразе са степенима, често је потребно применити више наведених правила.

Пример 11. Трансформација следећа два израза захтева примену више правила. Правила можеш примењивати поступно или више њих одједном.

Задатак 12. Дати израз напиши у облику степена:

Пример 12. Једна од стратегија при израчунавању производа степена различитих основа јесте да се чиниоци групишу тако да олакшају израчунавање.

$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^5 = (2 \cdot 5)^4 \cdot 3^3 \cdot 5 = 10^4 \cdot 3^3 \cdot 5 = 10\,000 \cdot 27 \cdot 5 = 10\,000 \cdot 135 = 1\,350\,000$

$5^3 \cdot 6^3 \cdot 2 = (5 \cdot 6)^3 \cdot (5 \cdot 2) \cdot 5 = 30^3 \cdot 10 \cdot 5 = 27\,000 \cdot 10 \cdot 5 = 270\,000 \cdot 5 = 1\,350\,000$

Задатак 13. Израчунај вредност израза:

Пример 13. Када се у изразу појављују степени сложених бројева, израчунавање израза се може поједноставити ако сложене бројеве раставимо на просте чиниоце.

Међутим, често је повољније само погодно изабрати чиниоце (који не морају бити прости бројеви) сложених бројева.

Задатак 14. Упрости израз:

Поређење степена различитих основа

Када основе два степена нису једнаке, у општем случају, није једноставно одредити који од тих степена има већу вредност. Међутим, у неким случајевима, могу нам помоћи особине степена које сте управо научили. На пример, ако треба упоредити степене 2^{30} и 3^{20}, згодно је приметити да важи $2^{30} = (2^3)^{10}$ и $3^{20} = (3^2)^{10}$. Сада је довољно да упоредимо степене 2^3 и 3^2. Како је $2^3 = 8$, $3^2 = 9$ и из $8 < 9$ следи $8^{10} < 9^{10}$, закључујемо да је $2^{30} < 3^{20}$.

Задатак. Шта је веће:

83

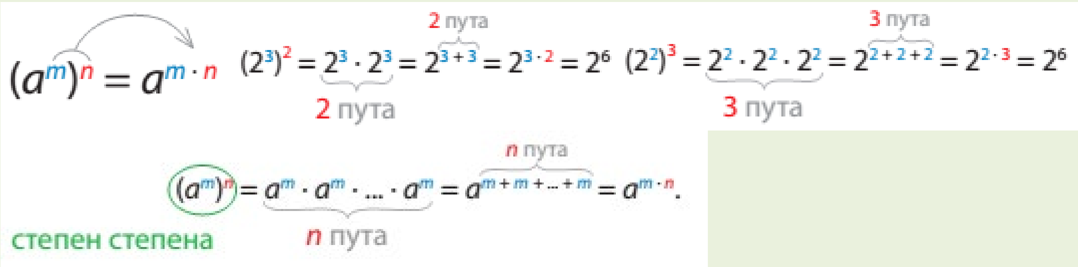
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима чему су једнаки степен производа, као и степен количника. Анализира израду домаћег задатка и уколико је ученицима нешто нејасно, отклања нејасноће. Потом задаје мотивациони задатак (1. задатак под в) на 79. страни Уџбеника).	– одговара на постављена питања наставника; – решава мотивациони задатак.
Главни део часа (35 минута)	
Истраживања у образовању су показала да излагање новог градива ученицима на начин аналоган начину излагања садржаја који су ученици раније усвајали током свог образовања, доводи до квалитетног усвајања садржаја, доприноси концептуалном знању ученика, разумевању и повезивању одговарајућих садржаја. Из тог разлога, степен степена реалног броја наставник излаже на начин аналоган излагању градива које се односило на степен производа и степен количника: на конкретним примерима (пример 7) указује ученицима на то да је степен степена једнак степену који има исту основу, а чији је изложилац једнак производу датих изложилаца, што илуструје на табли одговарајућим груписањем чинилаца. Потом записује на табли, док ученици записују у својим свескама: **Степен степена једнак је степену који има исту основу, док је његов изложилац једнак производу датих изложилаца.** **За сваки реалан број a и све природне бројеве m и n, важи $(a^m)^n = a^{m \cdot n} = a^{n \cdot m}$.** Дато правило конкретизује обрадом 8. примера. Потом изводи ученике да на табли реше 6. и 7. задатак из Уџбеника. Наглашава да када су изложиоци сложени бројеви, ради лакшег (и бржег) рачунања степена, често користимо правило о степену степена, са циљем да се дати степен преведе у степен неког степена са мањим изложиоцем који лакше израчунавамо, што илуструје обрадом 9. примера. Дату особину ученици увежбавају решавањем 8. задатка. Указује ученицима на примену правила да је степен степена једнак степену који има исту основу, док је његов изложилац једнак производу више изложилаца, обрадом 10. примера, након чега задаје ученицима да реше 10. и 11. задатак из Уџбеника. Изводи ученике на таблу, да испишу решења задатака, док остале обилази и стиче увид у њихов рад.	– прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (7, 8, 9. и 10. пример) и задатке (6, 7, 8, 10. и 11. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.3 *Степен производа, количника и степена*, слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему је једнак степен степена. Отклања евентуалне нејасноће и задаје им домаћи задатак (9. задатак из Уџбеника, као и 56. и 60. задатак из Збирке задатака).	– одговара на питања наставника.

Изглед табле

Степен степена



$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad (2^3)^2 = \underbrace{2^3 \cdot 2^3}_{2\text{ пута}} = 2^{\overbrace{3+3}^{2\text{ пута}}} = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 \quad (2^2)^3 = \underbrace{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}_{3\text{ пута}} = 2^{\overbrace{2+2+2}^{3\text{ пута}}} = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$$

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n\text{ пута}} = a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n\text{ пута}}} = a^{m \cdot n}.$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 55

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен производа, количника и степена		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о степену производа, степену количника и степену степена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Познавање једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева и њихово правилно коришћење олакшавају решавање конкретних задатака из физике и хемије.		
Кључни појмови:	степен производа, степен количника, степен степена		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима чему су једнаки степен производа, степен количника и степен степена реалног броја. Анализира израду домаћег задатка и уколико је ученицима нешто нејасно, отклања дате нејасноће.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наглашава да је често, у конкретним задацима, потребно применити више правила која се односе на степен производа, степен количника и степен степена како бисмо трансформисали или израчунали сложеније изразе са степенима. То илуструје обрадом 11. примера уз напомену да се правила могу примењивати поступно или више њих одједном. Потом задаје ученицима да реше 12. задатак из Уџбеника, како би правила повезивали и адекватно их примењивали. На конкретном примеру (пример 12) показује ученицима да је једна од стратегија при израчунавању производа степена различитих основа груписање чинилаца тако да олакшају израчунавање, што ученици утврђују решавањем 13. задатка из Уџбеника. Истиче да приликом одређивања вредности сложенијих израза, датих у облику производа степена, количника степена или степена степена различитих основа, основе често нису само прости бројеви. Указује ученицима на то да се, када се у изразу појављују степени сложених бројева, израчунавање израза може поједноставити ако сложене бројеве раставимо на просте чиниоце или погодним избором чинилаца сложених бројева (пример 13). Након тога решава, заједно са ученицима, 14. задатак из Уџбеника. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 61. задатак из Збирке задатака (у супротном тај задатак остаје за домаћи задатак).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (11, 12. и 13. пример) и задатке (12, 13. и 14. задатак из Уџбеника и 61. из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему су једнаки степен производа и степен количника. Задаје им домаћи задатак (62. и 68. задатак из Збирке задатака) и налаже им да прочитају чланак означен звездицом на 83. страни у Уџбенику – *Поређење степена различитих основа*.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Степен производа, количника и степена

$$(7^4 \cdot 7^3) : 7^6 = \begin{array}{l} \nearrow 7^{4+3} : 7^6 = 7^7 : 7^6 = 7^{7-6} = 7^1 = 7 \\ \searrow 7^{4+3-6} = 7^1 = 7 \end{array}$$

$$\left(\frac{7^5}{7^3}\right)^2 \cdot 7 = \begin{array}{l} \nearrow (7^{5-3})^2 \cdot 7^1 = 7^{2 \cdot 2} \cdot 7^1 = 7^4 \cdot 7^1 = 7^{4+1} = 7^5 \\ \searrow 7^{(5-3) \cdot 2+1} = 7^5 \end{array}$$

$$\frac{6^6 \cdot 20^5}{48^3} = \frac{(2 \cdot 3)^6 \cdot (2^2 \cdot 5)^5}{(2^4 \cdot 3)^3} = \frac{2^6 \cdot 3^6 \cdot (2^2)^5 \cdot 5^5}{(2^4)^3 \cdot 3^3} = \frac{2^6 \cdot 3^6 \cdot 2^{2 \cdot 5} \cdot 5^5}{2^{4 \cdot 3} \cdot 3^3} = \frac{2^{6+10} \cdot 3^6 \cdot 5^5}{2^{12} \cdot 3^3} = \frac{2^{16} \cdot 3^6 \cdot 5^5}{2^{12} \cdot 3^3}$$

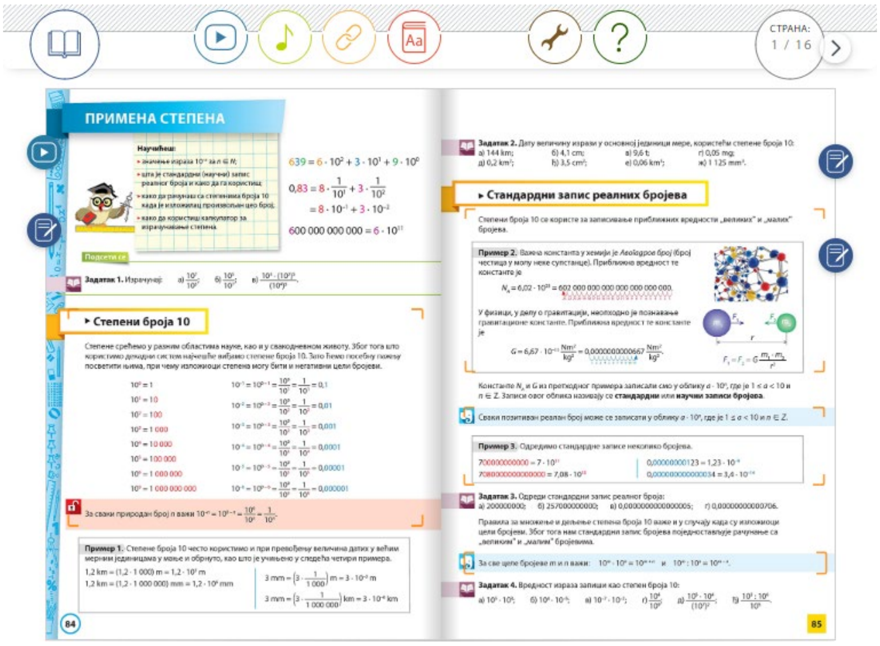
$$= 2^{16-12} \cdot 3^{6-3} \cdot 5^5 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^5 = 1\ 350\ 000$$

Начини провере оствареności исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 56

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степени броја 10		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са степенима броја 10 и њиховом применом.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • степен броја 10 представи у декадном запису и обратно.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Степени броја 10 и рачунање њима присутни су у садржајима физике, хемије, географије, биологије итд., а доприносе и финансијској писмености ученика.		
Кључни појмови:	степен броја 10		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПРИМЕНА СТЕПЕНА

Научићеш:
- значење израза 10^{-n} за $n \in N$;
- шта је стандардни (научни) запис реалног броја и како да га користиш;
- како да рачунаш са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број;
- како да користиш калкулатор за израчунавање степена.

$639 = 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$

$0{,}83 = 8 \cdot \frac{1}{10^1} + 3 \cdot \frac{1}{10^2} = 8 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$

$600\,000\,000\,000 = 6 \cdot 10^{11}$

Подсети се

Задатак 1. Израчунај: а) $\frac{10^7}{10^2}$; б) $\frac{10^5}{10^3}$; в) $\frac{10^4 \cdot (10^3)^3}{(10^4)^2}$.

▸ Степени броја 10

Степене срећемо у разним областима науке, као и у свакодневном животу. Због тога што користимо декадни систем најчешће виђамо степене броја 10. Зато ћемо посебну пажњу посветити њима, при чему изложиоци степена могу бити и негативни цели бројеви.

$10^0 = 1$ $\qquad 10^{-1} = 10^{0-1} = \frac{10^0}{10^1} = \frac{1}{10^1} = 0{,}1$

$10^1 = 10$ $\qquad 10^{-2} = 10^{0-2} = \frac{10^0}{10^2} = \frac{1}{10^2} = 0{,}01$

$10^2 = 100$ $\qquad 10^{-3} = 10^{0-3} = \frac{10^0}{10^3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$

$10^3 = 1\,000$ $\qquad 10^{-4} = 10^{0-4} = \frac{10^0}{10^4} = \frac{1}{10^4} = 0{,}0001$

$10^4 = 10\,000$ $\qquad 10^{-5} = 10^{0-5} = \frac{10^0}{10^5} = \frac{1}{10^5} = 0{,}00001$

$10^5 = 100\,000$ $\qquad 10^{-6} = 10^{0-6} = \frac{10^0}{10^6} = \frac{1}{10^6} = 0{,}000001$

$10^6 = 1\,000\,000$

$10^9 = 1\,000\,000\,000$

За сваки природан број n важи $10^{-n} = 10^{0-n} = \frac{10^0}{10^n} = \frac{1}{10^n}$.

Пример 1. Степене броја 10 често користимо и при превођењу величина датих у већим мерним јединицама у мање и обрнуто, као што је учињено у следећа четири примера.

$1{,}2\ km = (1{,}2 \cdot 1\,000)\ m = 1{,}2 \cdot 10^3\ m$

$1{,}2\ km = (1{,}2 \cdot 1\,000\,000)\ mm = 1{,}2 \cdot 10^6\ mm$

$3\ mm = \left(3 \cdot \frac{1}{1\,000}\right) m = 3 \cdot 10^{-3}\ m$

$3\ mm = \left(3 \cdot \frac{1}{1\,000\,000}\right) km = 3 \cdot 10^{-6}\ km$

84

Задатак 2. Дату величину изрази у основној јединици мере, користећи степене броја 10:
а) 144 km; б) 4,1 cm; в) 9,6 t; г) 0,05 mg;
д) 0,2 km²; ђ) 3,5 cm²; е) 0,06 km³; ж) 1 125 mm³.

▸ Стандардни запис реалних бројева

Степени броја 10 се користе за записивање приближних вредности „великих" и „малих" бројева.

Пример 2. Важна константа у хемији је *Авогадров број* (број честица у молу неке супстанце). Приближно вредност те константе је

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} = 602\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

У физици, у делу о гравитацији, неопходно је познавање гравитационе константе. Приближна вредност те константе је

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} = 0{,}0000000000667 \frac{Nm^2}{kg^2}.$$

$F_1 = F_2 = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$

Константе N_A и G из претходног примера записали смо у облику $a \cdot 10^n$, где је $1 \le a < 10$ и $n \in Z$. Записи овог облика називају се **стандардни** или **научни записи бројева**.

Сваки позитиван реалан број може се записати у облику $a \cdot 10^n$, где је $1 \le a < 10$ и $n \in Z$.

Пример 3. Одредимо стандардне записе неколико бројева.

$700000000000 = 7 \cdot 10^{11}$

$70800000000000000 = 7{,}08 \cdot 10^{13}$

$0{,}00000000123 = 1{,}23 \cdot 10^{-9}$

$0{,}0000000000000034 = 3{,}4 \cdot 10^{-14}$

Задатак 3. Одреди стандардни запис реалног броја:
а) 20000000; б) 25700000000; в) 0,000000000000005; г) 0,0000000000706.

Правила за множење и дељење степена броја 10 важе и у случају када су изложиоци цели бројеви. Због тога нам стандардни запис бројева поједностављује рачунање са „великим" и „малим" бројевима.

За све целе бројеве m и n важи: $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}$ и $10^m : 10^n = 10^{m-n}$.

Задатак 4. Вредност израза запиши као степен броја 10:
а) $10^5 \cdot 10^6$; б) $10^8 \cdot 10^{-5}$; в) $10^{-7} \cdot 10^{-2}$; г) $\frac{10^4}{10^9}$; д) $\frac{10^5 \cdot 10^4}{(10^7)^2}$; ђ) $\frac{10^3 : 10^6}{10^9}$.

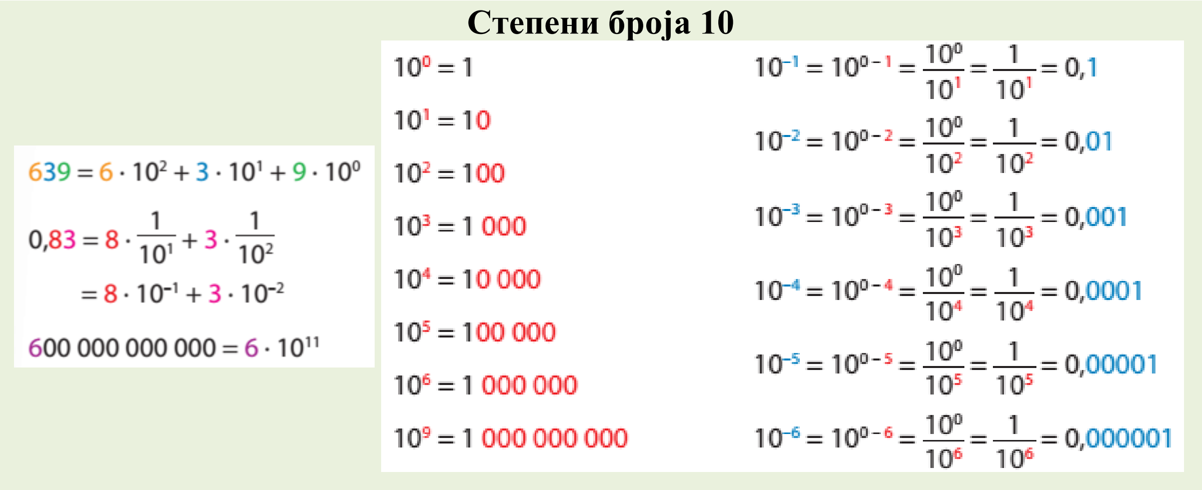
85

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Обнавља са ученицима декадни запис природних, а затим и рационалних бројева представљених у децималном запису. Истиче положај цифара у декадном запису. Задаје ученицима да реше 1. задатак из Уџбеника, чијим решавањем обнављају степен производа, степен количника и степен степена, али се и сусрећу са степенима чији је изложилац негативан цео број.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава 1. задатак.
Главни део часа (30 минута)	
Истиче још једном да је систем бројева који свакодневно користимо декадни и да се из тог разлога, како у науци, тако и у свакодневном животу, најчешће сусрећемо са степенима броја 10. Наглашава да дати степени немају само природне бројеве за изложиоце, већ изложиоци степена могу бити и негативни цели бројеви. Најпре обнавља са ученицима да је $10^0 = 1$, као и да је $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, па је специјално $10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}$. Потом пита ученике са којим бројем у децималном запису треба помножити број 10 да би се добио производ 1, а потом им задаје да одреде број n тако да је $10^1 \cdot 10^n = 10^0$. Потом уопштава са ученицима: ако посматрамо два производа и ако оба производа имају по један једнак чинилац, и вредност датих производа је једнака, какви морају бити и други чиниоци у тим производима. Циљ је да ученици самостално дођу до закључка да је $10^{-1} = 0{,}1$. Затим наставник истиче да се на основу особина степена лако одређују степени броја 10, чији су изложиоци негативни цели бројеви. Задаје ученицима да у своје свеске препишу степене броја 10, дате на 84. страни Уџбеника. Потом уопштава: **За сваки природан број n важи $10^{-n} = 10^{0-n} = \frac{10^0}{10^n} = \frac{1}{10^n}$.** **Документарни филм** – *Колико интернет тежи.* Наставник пушта ученицима филм који упознаје ученике са количином података који круже интернетом, са масом електрона и са приближном вредношћу масе свих електрона који својим кретањем преносе информације путем интернета (лекција 3.4 *Примена степена*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. пример) и задатке (2. задатак из Уџбеника и 78. и 79. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.4 *Примена степена*, слајд 1). Примену степена броја 10 у превођењу величина датих у већим мерним јединицама у мање и обрнуто илуструје на конкретном примеру (пример 1), а потом задаје ученицима да реше 2. задатак из Уџбеника, као и 78. и 79. задатак из Збирке задатака.	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима степене броја **10**, посебно степене чији је изложилац негативан цео број. Отклања евентуалне нејасноће и задаје им домаћи задатак (77. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Степени броја 10

$639 = 6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$

$$0{,}83 = 8 \cdot \frac{1}{10^1} + 3 \cdot \frac{1}{10^2} = 8 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$

$600\,000\,000\,000 = 6 \cdot 10^{11}$

$10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1\,000$

$10^4 = 10\,000$

$10^5 = 100\,000$

$10^6 = 1\,000\,000$

$10^9 = 1\,000\,000\,000$

$$10^{-1} = 10^{0-1} = \frac{10^0}{10^1} = \frac{1}{10^1} = 0{,}1$$

$$10^{-2} = 10^{0-2} = \frac{10^0}{10^2} = \frac{1}{10^2} = 0{,}01$$

$$10^{-3} = 10^{0-3} = \frac{10^0}{10^3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$$

$$10^{-4} = 10^{0-4} = \frac{10^0}{10^4} = \frac{1}{10^4} = 0{,}0001$$

$$10^{-5} = 10^{0-5} = \frac{10^0}{10^5} = \frac{1}{10^5} = 0{,}00001$$

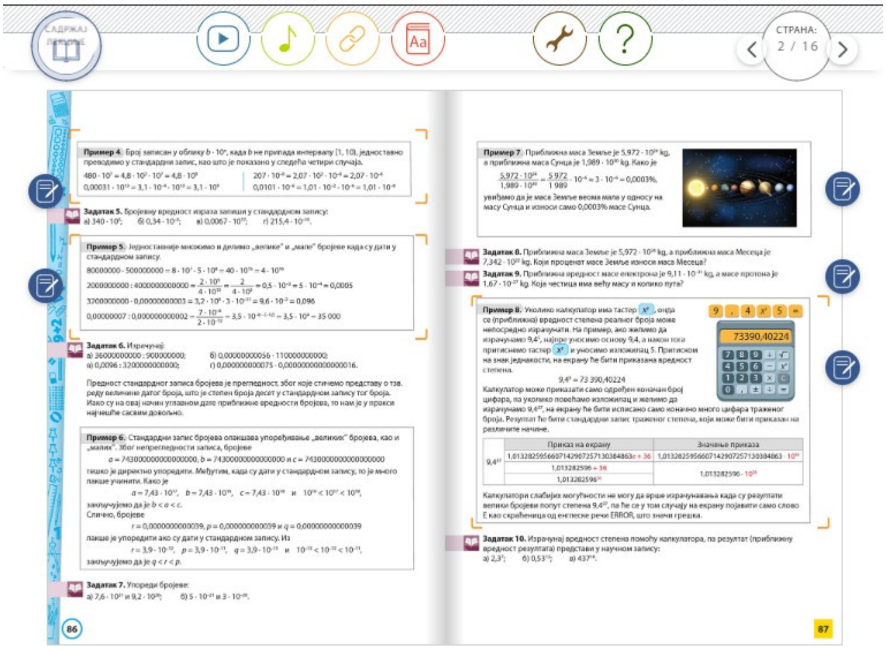
$$10^{-6} = 10^{0-6} = \frac{10^0}{10^6} = \frac{1}{10^6} = 0{,}000001$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 57

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Стандардни запис реалних бројева		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са стандардним записом реалних бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Степени броја 10 и рачунање са њима присутни су у садржајима физике, хемије, географије, биологије итд., а доприносе и финансијској писмености ученика.		
Кључни појмови:	степен броја 10, стандардни запис броја		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице

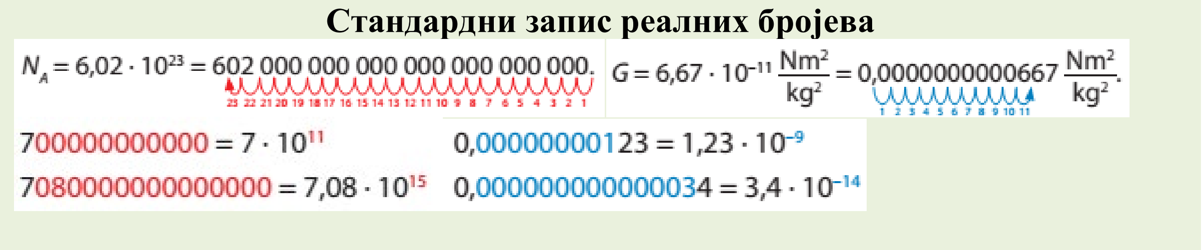


ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима чему је једнак степен броја 10 чији је изложилац негативан цео број. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 2. примера успоставља корелацију са наставним предметом хемија и указује ученицима на то да се степени броја 10 користе за записивање приближних вредности „великих” и „малих” бројева. Наглашава шта подразумевамо под стандардним, односно научним записом бројева. **Интерактиван приказ** – *Запис броја – велики и мали бројеви*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник упознаје ученике са стандардним записом „великих” и „малих” бројева, навођењем стварних растојања – од планета до атома. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.4 *Примена степена*, слајд 2). Потом записује на табли, док ученици записују у својим свескама: **Сваки позитиван реалан број може се записати у облику** $\boldsymbol{a \cdot 10^n}$**, где је** $\boldsymbol{1 \le a < 10}$ **и** $\boldsymbol{n \in Z}$**.** На конкретним примерима показује ученицима одређивање стандардних записа „великих” и „малих” бројева (пример 3), након чега им задаје да реше 3. задатак из Уџбеника. Потом обнавља са ученицима правила за множење и дељење степена истих основа чији су изложиоци природни бројеви, па их упућује у то да правила за множење и дељење степена броја 10 важе и у случају када су изложиоци цели бројеви, те да због тога стандардни запис бројева поједностављује рачунање са „великим” и „малим” бројевима. Записује на табли: **За све целе бројеве** $\boldsymbol{m}$ **и** $\boldsymbol{n}$ **важи:** $\boldsymbol{10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}}$ **и** $\boldsymbol{10^m : 10^n = 10^{m-n}}$**.** На конкретним примерима илуструје поступак превођења броја записаног у облику $b \cdot 10^n$, када b не	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (2, 3, 4, 5. и 6. пример) и задатке (3, 5, 6. и 7. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

припада интервалу $[1, 10)$ у стандардни запис (пример 4), што ученици утврђују решавањем 5. задатка из Уџбеника. Обрадом 5. примера указује ученицима на то да је множење и дељење „великих” и „малих” бројева једноставније када су они дати у стандардном запису. Затим наставник наглашава да је предност стандардног записа бројева прегледност, због које стичемо представу о тзв. реду величине датог броја, што је степен броја десет у стандардном запису тог броја. Наставник наводи да је лоша страна стандардног записа приближна вредност броја, али је грешка у односу на величину броја занемарљива. Да је међусобно упоређивање „великих“, односно „малих“ бројева много лакше када су они дати у стандардном запису показује обрадом 6. примера. Множење, дељење и упоређивање бројева у стандардном запису ученици увежбавају решавањем 6. и 7. задатка из Уџбеника (уколико не буде довољно времена за њихово решавање на часу, задаци остају за домаћи).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима одређивање стандардног записа „великих“ и „малих“ бројева, затим множење, дељење и упоређивање бројева у стандардном, односно научном запису броја. Отклања евентуалне нејасноће и задаје ученицима домаћи задатак (4. задатак из Уџбеника и 81. и 84. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Стандардни запис реалних бројева

$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} = 602\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} = 0{,}0000000000667\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}.$

$700000000000 = 7 \cdot 10^{11}$

$7080000000000000 = 7{,}08 \cdot 10^{15}$

$0{,}00000000123 = 1{,}23 \cdot 10^{-9}$

$0{,}000000000000034 = 3{,}4 \cdot 10^{-14}$

Начини провере оствареноcти исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 58

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Примена степена		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и поступака ученика о примени степена и стандардном запису бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за решавање проблема; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Степени броја 10 и рачунање са њима присутни су у садржајима физике, хемије, географије, биологије итд., а доприносе и финансијској писмености ученика.		
Кључни појмови:	степен броја 10, стандардни запис броја		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима одређивање стандардног записа бројева, множење, дељење и упоређивање бројева у стандардном, односно научном запису броја. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (38 минута)	
Обрадом 7. примера из Уџбеника указује ученицима на примену научног записа броја у другим наукама, као и на упоређивање бројева у стандардном запису и повезује дате садржаје са појмом процента. Затим изводи ученике који се добровољно јаве да на табли испишу решења 8. и 9. задатка из Уџбеника, као и 89. задатка из Збирке задатака, док обилази остале ученике и помаже им при изради задатака. Потом дели ученицима наставни лист (прилог 1) којим ученици, самосталним радом, утврђују степене броја 10, односно стандардни запис броја.	– Прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања; – решава пример (7. пример) и задатке (8. и 9. задатак из Уџбеника и 89. задатак из Збирке) уз помоћ наставника; – решава задатке из наставног листа.
Завршни део часа (2 минута)	
Преузима радове ученика којим ученици утврђују степене броја **10**, односно стандардни запис броја. Налаже им да на следећи час понесу калкулаторе.	– Предаје наставни лист из којег је решавао задатке на часу.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака из Уџбеника и Збирке задатака – анализирање успешности ученика у решавању задатака из наставног листа
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Научни запис броја

1. Маса електрона је приближно једнака

0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 910 938kg,

односно

а) $9{,}10938 \cdot 10^{-30}$kg; б) $9{,}10938 \cdot 10^{-31}$kg;
в) $9{,}10938 \cdot 10^{-32}$kg; г) $9{,}10938 \cdot 10^{-33}$kg.

2. Маса планете Земље је приближно једнака

5 973 600 000 000 000 000 000 000kg,

односно

а) $5{,}9736 \cdot 10^{22}$kg; б) $5{,}9736 \cdot 10^{23}$kg;
в) $5{,}9736 \cdot 10^{24}$kg; г) $5{,}9736 \cdot 10^{25}$kg.

3. Производ

$12\,000\,000\,000\,000 \cdot 120\,000\,000\,000$

је једнак

а) $1{,}44 \cdot 10^{23}$; б) $1{,}44 \cdot 10^{24}$; в) $1{,}44 \cdot 10^{25}$; г) $1{,}44 \cdot 10^{26}$.

4. Производ

$12\,000\,000\,000\,000 \cdot 0{,}000\,000\,12$

је једнак

а) 1 440; б) 14 400; в) 144 000; г) 144.

5. Количник

12 000 000 000 000 : 1 200 000 000

је једнак

а) 1 000; б) 100; в) 100 000; г) 10 000.

6. Колико метара има један милиметар?

а) 10^{-2}; б) 10^{-3}; в) 10^{-4}; г) 10^{-5}.

7. Број $12{,}34 \cdot 10^{6}$ једнак је броју

а) $1{,}234 \cdot 10^{5}$; б) $1{,}234 \cdot 10^{7}$; в) $123{,}4 \cdot 10^{7}$; г) $1{,}234 \cdot 10^{8}$.

8. Број $12{,}34 \cdot 10^{-6}$ једнак је броју

а) $1{,}234 \cdot 10^{-4}$; б) $1{,}234 \cdot 10^{-5}$; в) $1{,}234 \cdot 10^{-7}$; г) $1{,}234 \cdot 10^{-8}$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 59

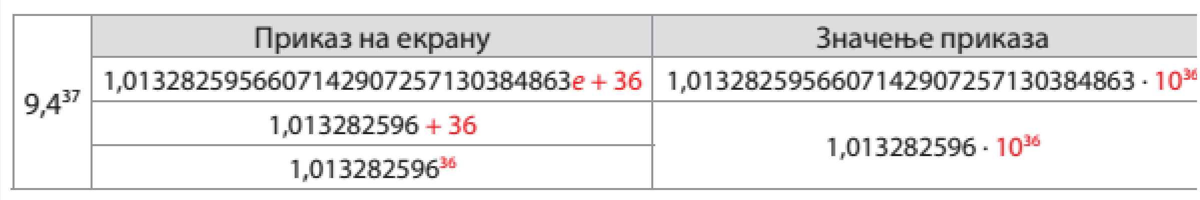
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Примена степена		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и поступака ученика о примени степена и стандардном запису бројева.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број; • користи калкулатор за израчунавање степена.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Степени броја 10 и рачунање њима присутни су у садржајима физике, хемије, географије, биологије итд. и значајни су за финансијску писменост ученика.		
Кључни појмови:	степен броја 10, стандардни запис броја		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира са ученицима израду наставног листа са претходног часа. Истиче најчешће грешке, уочене нејасноће ученика о примени степена и научном запису броја. Решења задатака које су ученици у великој мери нетачно урадили исписује на табли. Обнавља са ученицима одређивање научног записа броја, множење, дељење, као и упоређивање бројева у стандардном запису броја.	– Одговара на постављена питања наставника; – упућује се у резултате и решења задатака из наставног листа.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник обавештава ученике да припреме калкулаторе за рад са њима. На конкретном примеру (пример 8) илуструје поступак одређивања степена реалног броја уз помоћ калкулатора. Обавештава ученике да калкулатор може приказати само одређен, коначан број цифара, па уколико повећамо изложилац, на екрану ће бити исписано само коначно много цифара траженог броја и резултат ће бити стандардни запис траженог степена (који може бити приказан на различите начине). Упућује ученике у тумачење вредности исписане на дисплеју калкулатора. Затим задаје ученицима да за конкретне примере израчунају вредности степена помоћу калкулатора, па резултат (приближну вредност резултата) представе у научном запису (10. задатак из Уџбеника и 87. задатак из Збирке задатака). Потом задаје ученицима и 90. задатак из Збирке, којим још једном указује на примену научног записа броја у другим наукама.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – правилно користи калкулатор; – поставља питања; – решава пример (8. пример) и задатке (10. задатак из Уџбеника и 87. и 90. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима одређивање стандардног записа „великих“ и „малих“ бројева, множење, дељење и упоређивање бројева у стандардном, односно научном запису броја. Истиче још једном примену стандардног записа броја у свакодневном животу и у другим наукама и обнавља поступак израчунавања степена датог броја уз помоћ калкулатора. Отклања евентуалне нејасноће и задаје ученицима домаћи задатак (88. и 91. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена степена



	Приказ на екрану	Значење приказа
$9{,}4^{37}$	$1{,}0132825956607142907257130384863e+36$	$1{,}0132825956607142907257130384863 \cdot 10^{36}$
	$1{,}013282596+36$	$1{,}013282596 \cdot 10^{36}$
	$1{,}013282596^{36}$	

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 60

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен и операције са степеном		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о степену чији је изложилац природан број, особинама степена, множењу и дељењу степена једнаких основа, степену степена и примени степена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број; • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева; • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Степен и операције са степеном су у корелацији са наставним садржајима из физике, хемије, географије и биологије.		
Кључни појмови:	степен чији је изложилац природан број, изложилац, основа, степен производа, степен количника, степен степена, степен броја 10, стандардни запис броја		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обнавља са ученицима тврђења, процедуре и правила која се односе на степен и операције са степеном.	– Одговара на постављена питања наставника;
Главни део часа (35 минута)	
Наставник задаје ученицима 14. задатак из Збирке, чијом израдом увежбавају и утврђују представљање броја у облику степена одговарајућег простог броја. Потом им задаје 21. задатак из Збирке, са циљем да утврде одређивање вредности израза са степенима, за конкретну вредност променљиве. Како би ученици додатно утврдили множење и дељење степена истих основа, наставник им задаје 37. задатак из Збирке задатака. Степен степена ученици утврђују решавањем 56. задатка, а упроштавање израза коришћењем особина за степен производа и степен количника, израдом 59. задатка. Примену степена ученици утврђују решавањем 92. задатка који им задаје наставник, чиме успоставља корелацију са наставним предметом физика. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 93. задатак, уз помоћ наставника.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишље-не одговоре на постављена питања; – поставља питања; – решава задатке (14, 21, 37, 56, 59, 92. и 93. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Анализира потешкоће које су се јавиле приликом решавања задатака и отклања евентуалне нејасноће.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 61

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен и операције са степеном		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и утврђивање знања ученика о степену чији је изложилац природан број, особинама степена, множењу и дељењу степена једнаких основа, степену степена и примени степена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број; • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева; • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	ланац знања		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Степен и операције са степеном су у корелацији са наставним садржајима из физике, хемије, географије и биологије.		
Кључни појмови:	степен чији је изложилац природан број, изложилац, основа, степен производа, степен количника, степен степена, степен броја 10, стандардни запис броја		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Обнавља са ученицима тврђења, процедуре и правила која се односе на степен и операције са степеном.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Дели ученицима папириће са питањима и одговорима на неко друго питање који чине ланац знања и дели папириће са задацима које ученици решавају самостално. Одржава дисциплину на часу. Води рачуна да сви ученици учествују у раду.	– Прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – решава одговарајуће задатке и даје одговоре на постављена питања са папирића који чине ланац знања; – уколико је одговор на постављено питање на њиховом папирићу, одговара наглас и чита наредно питање.
Завршни део часа (5 минута)	
Анализира са ученицима потешкоће при решавању задатака и евентуалне нејасноће.	– Дискутује са наставником о потешкоћама при решавању задатака.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Одговор: 9. Питање: У n-том степеном броја a, у запису a^n, основа је број...?	Одговор: Број a. Питање: У n-том степеном броја a, у запису a^n, изложилац је број...?	Одговор: Број n. Питање: Каквог је знака степен негативног реалног броја чији је изложилац паран природан број?
Одговор: Степен је позитиван. Питање: Каквог је знака степен негативног реалног броја чији је изложилац непаран природан број?	Одговор: Степен је негативан. Питање: Степени квадратних корена природних бројева (који нису потпуни квадрати) непарног изложиоца су...?	Одговор: Ирационални бројеви. Питање: Степени квадратних корена природних бројева (који нису потпуни квадрати) парног изложиоца су...?
Одговор: Рационални бројеви. Питање: Производ два степена једнаких основа једнак је степену исте основе чији је изложилац једнак...?	Одговор: Чији је изложилац једнак збиру изложилаца степена чинилаца. Питање: Количник два степена једнаких основа једнак је степену исте основе чији је изложилац једнак...?	Одговор: Чији је изложилац једнак разлици изложилаца степена дељеника и делиоца. Питање: Степен производа два реална броја једнак је...?
Одговор: Једнак је производу степена чинилаца са истим изложиоцем. Питање: Степен количника два реална броја једнак је...?	Одговор: Једнак је количнику степена са истим изложиоцем. Питање: Степен степена једнак је степену који има исту основу, док је његов изложилац једнак...?	Одговор: Изложилац је једнак производу датих изложилаца. Питање: Међу бројевима $3 \cdot 10^{17}, 4 \cdot 10^{15}$ и $5 \cdot 10^{13}$ највећи је...?

Одговор: $3 \cdot 10^{17}$. Питање: Међу бројевима $3 \cdot 10^{17}$, $4 \cdot 10^{15}$ и $5 \cdot 10^{13}$ најмањи је...?	Одговор: $5 \cdot 10^{13}$. Питање: Међу бројевима $1,25 \cdot 10^{-19}$, $0,12 \cdot 10^{-18}$ и $0,5 \cdot 10^{-21}$ највећи је...?	Одговор: $1,25 \cdot 10^{-19}$. Питање: Међу бројевима $1,25 \cdot 10^{-19}$, $0,12 \cdot 10^{-18}$ и $0,5 \cdot 10^{-21}$ најмањи је...?
Одговор: $0,5 \cdot 10^{-21}$. Питање: Бројевна вредност израза $118 \cdot 10^5$ записана у стандардном запису гласи...?	Одговор: $1,18 \cdot 10^7$. Питање: Бројевна вредност израза $0,2 \cdot 10^{-5}$ записана у стандардном запису гласи...?	Одговор: $2 \cdot 10^{-6}$. Питање: Бројевна вредност израза $\frac{2^7 \cdot 2^3}{2^6 \cdot 2^5}$ једнака је...?
Одговор: $\frac{1}{2}$. Питање: Производ степена 10^3 и 10^5 подељен њиховим количником (ако је 10^5 дељеник) једнак је...?	Одговор: 10^6. Питање: Упроштен израз $\frac{(xy)^8}{x^6 \cdot y^7}$ гласи...?	Одговор: x^2y. Питање: Вредност израза $\left(\frac{3}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^5$ је...?
Одговор: $\frac{6}{25}$. Питање: Ако је $(5^2)^3 = 5^x$, тада је број x једнак...?	Одговор: 6. Питање: Ако је $5^{2+3} = 5^x$, тада је број x једнак...?	Одговор: 5. Питање: Ако је $\frac{5^{10}}{5} = 5^x$, тада је број x једнак...?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 62

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Степен и операције са степеном		
Тип часа:	час провере		
Циљ часа:	Провера степена усвојених садржаја и знања ученика о степену чији је изложилац природан број, особинама степена, множењу и дељењу степена једнаких основа, степену степена и примени степена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број; • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева; • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна са степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	тест		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	степен чији је изложилац природан број, изложилац, основа, степен производа, степен количника, степен степена, степен броја 10, стандардни запис броја		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник дели ученицима тестове уз опште напомене о начину израде теста.	– Прати упутства наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста.
Завршни део часа (5 минута)	
Преузима радове од ученика. Пита ученике да ли су имали проблема са неким задатком са теста и ако јесу, исти задатак им даје за домаћи задатак, који ће решити уз помоћ литературе.	– Предаје свој рад; – упућује наставника у задатке које није умео да реши.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање успешности ученика приликом решавања теста
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Тест – I група

1. Трећи степен броја $-\frac{2}{3}$ једнак је:

   а) $\frac{8}{27}$; б) $-\frac{8}{27}$; в) $\frac{4}{9}$; г) $-\frac{4}{9}$; д) $-\frac{8}{9}$.

2. Производ $(-x)^3 \cdot (-x)^5 \cdot (-x)^7$ једнак је:
   а) $(-x)^{105}$; б) x^{105}; в) x^{15}; г) $(-x)^{15}$; д) $-(-x)^{15}$.

3. Упрости изразе:
   а) $\frac{x^2}{x^5}$; б) $\frac{(xy)^9}{x^5 \cdot y^7}$; в) $8^{10} + 4^{15}$; г) $\frac{25^{k+3}}{(\sqrt{5})^{4k+8}}$.

4. Израчунај (користећи стандардни запис):
   а) $310000 \cdot 700$; б) $6300000000 : 70000000$; в) $240000 : 3000000000$.

5. Поређај бројеве у низ, од најмањег до највећег: $2{,}25 \cdot 10^{-11}$; $0{,}25 \cdot 10^{-12}$; $0{,}5 \cdot 10^{-10}$.

Тест - II група

1. Трећи степен броја $-\frac{3}{4}$ једнак је:

   а) $-\frac{27}{64}$; б) $\frac{27}{64}$; в) $\frac{9}{16}$; г) $-\frac{9}{16}$; д) $-\frac{27}{16}$.

2. Производ $(-\mathrm{x})^4 \cdot (-\mathrm{x})^5 \cdot (-\mathrm{x})^6$ једнак је:

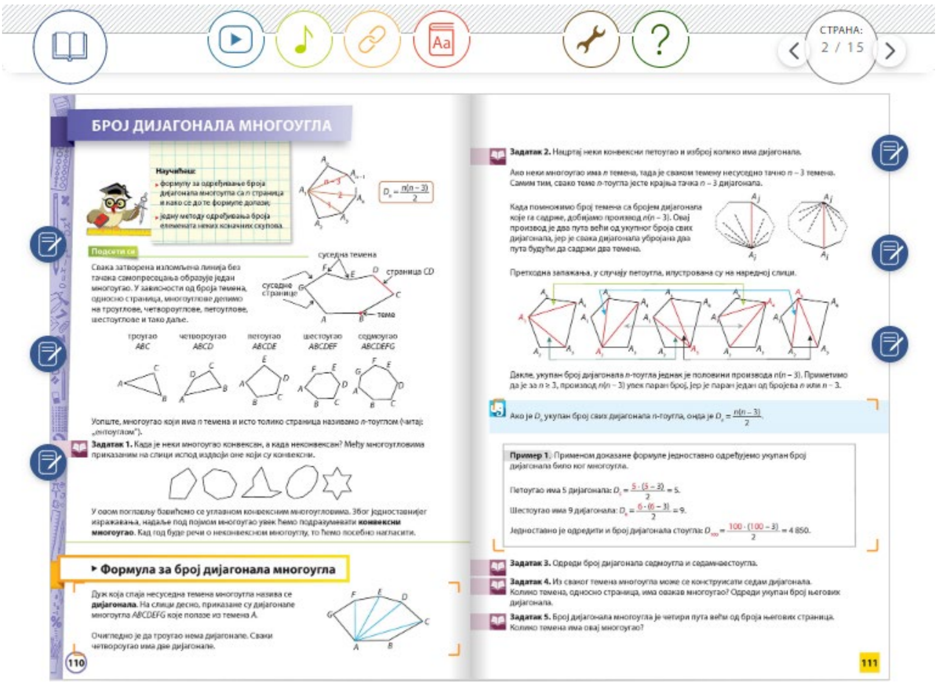
   а) $(-\mathrm{x})^{120}$; б) x^{120}; в) $(-\mathrm{x})^{15}$; г) x^{15}; д) $-(-\mathrm{x})^{15}$.

3. Упрости изразе:
   а) $\frac{\mathrm{x}^3}{\mathrm{x}^5}$; б) $\frac{(\mathrm{xy})^8}{\mathrm{x}^4 \cdot \mathrm{y}^6}$; в) $8^6 + 4^9$; г) $\frac{36^{k+2}}{(\sqrt{6})^{4k+6}}$.
4. Израчунај (користећи стандардни запис):
   а) $220000 \cdot 900$; б) $5400000000 : 90000000$; в) $250000 : 5000000000$.

5. Поређај бројеве у низ, од најмањег до највећег: $3{,}25 \cdot 10^{-10}$; $0{,}35 \cdot 10^{-11}$; $0{,}6 \cdot 10^{-9}$.

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Број дијагонала многоугла		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са формулом за одређивање укупног броја дијагонала произвољног конвексног многоугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди укупан број дијагонала многоугла у зависности од броја страница (темена) многоугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	многоугао, дијагонала, укупан број дијагонала		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



БРОЈ ДИЈАГОНАЛА МНОГОУГЛА

Научићеш:
- формулу за одређивање броја дијагонала многоугла са n страница и како се до те формуле долази;
- једну методу одређивања броја елемената неких коначних скупова.

$D_n = \frac{n(n-3)}{2}$

Подсети се

Свака затворена изломљена линија без тачака самопресецања образује један многоугао. У зависности од броја темена, односно страница, многоуглове делимо на троуглове, четвороуглове, петоуглове, шестоуглове и тако даље.

Уопште, многоугао који има n темена и исто толико страница називамо n-тоуглом (читај: „ентоуглом").

Задатак 1. Када је неки многоугао конвексан, а када неконвексан? Међу многоугловима приказаним на слици испод издвоји оне који су конвексни.

У овом поглављу бавићемо се углавном конвексним многоугловима. Због једноставнијег изражавања, надаље под појмом многоугао увек ћемо подразумевати **конвексни многоугао**. Кад год буде речи о неконвексном многоуглу, то ћемо посебно нагласити.

Формула за број дијагонала многоугла

Дуж која спаја несуседна темена многоугла назива се **дијагонала**. На слици десно, приказане су дијагонале многоугла $ABCDEFG$ које полазе из темена A.

Очигледно је да троугао нема дијагонале. Сваки четвороугао има две дијагонале.

110

Задатак 2. Нацртај неки конвексни петоугао и изброј колико има дијагонала.

Ако неки многоугао има n темена, тада је сваком темену несуседно тачно $n-3$ темена. Самим тим, свако теме n-тоугла јесте крајња тачка $n-3$ дијагонала.

Када помножимо број темена са бројем дијагонала које га садрже, добијамо производ $n(n-3)$. Овај производ је два пута већи од укупног броја свих дијагонала, јер је свака дијагонала убројана два пута будући да садржи два темена.

Претходна запажања, у случају петоугла, илустрована су на наредној слици.

Дакле, укупан број дијагонала n-тоугла једнак је половини производа $n(n-3)$. Приметимо да је за $n \geq 3$, производ $n(n-3)$ увек паран број, јер је паран један од бројева n или $n-3$.

Ако је D_n укупан број свих дијагонала n-тоугла, онда је $D_n = \frac{n(n-3)}{2}$.

Пример 1. Применом доказане формуле једноставно одређујемо укупан број дијагонала било ког многоугла.

Петоугао има 5 дијагонала: $D_5 = \frac{5 \cdot (5-3)}{2} = 5$.

Шестоугао има 9 дијагонала: $D_6 = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} = 9$.

Једноставно је одредити и број дијагонала стоугла: $D_{100} = \frac{100 \cdot (100-3)}{2} = 4\,850$.

Задатак 3. Одреди број дијагонала седмоугла и седамнаестоугла.

Задатак 4. Из сваког темена многоугла може се конструисати седам дијагонала. Колико темена, односно страница, има овакав многоугао? Одреди укупан број његових дијагонала.

Задатак 5. Број дијагонала многоугла је четири пута већи од броја његових страница. Колико темена има овај многоугао?

111

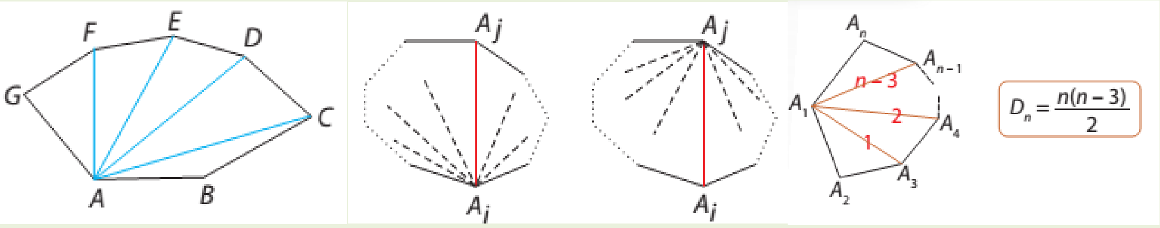
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове који се односе на многоугао: многоугаона линија, страница многоугла, теме многоугла, суседне странице, суседна темена многоугла, дијагонала многоугла. Обнавља и поделу многоуглова на основу броја темена, односно страница многоугла. Истиче да под појмом n-тоугао подразумевамо многоугао који има n темена и исто толико страница. Задаје ученицима 1. задатак из Уџбеника и потом обнавља са њима када је многоугао конвексан и наглашава да ћемо се бавити искључиво конвексним многоугловима. Истиче циљ часа.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – решава задатак.
Главни део часа (30 минута)	
Црта произвољан многоугао и дијагонале које полазе из једног темена тог многоугла. Потом задаје ученицима да нацртају неки конвексни петоугао (задатак 2) и да изброје колико има дијагонала. Након тога поставља питање ученицима за колико дијагонала је једно теме многоугла крајња тачка. Након краће дискусије указује ученицима на то како долазимо до укупног броја дијагонала произвољног многоугла уз посебно истицање зашто број $n \cdot (n-3)$ делимо са 2, чиме утире пут у једном веома битном математичком концепту, а то су комбинације без понављања. Након што илуструје запажања на конкретном примеру (петоугла), уопштава: **Ако је D_n укупан број свих дијагонала n-тоугла, онда је $D_n = \frac{n(n-3)}{2}$.** Дато правило, односно формулу, наставник конкретизује обрадом 1. примера, уз максималну укљученост ученика, а потом им задаје да реше 3. задатак у својим свескама док их он обилази и врши увид у њихов рад. Задаје ученицима и задатке где је захтев: одређивање укупног броја дијагонала на основу броја дијагонала повучених из једног темена (задатак 4); одређивање укупног броја дијагонала на основу односа укупног броја дијагонала и броја темена датог многоугла (задатак 5). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.1 *Број дијагонала многоугла*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (1. пример) и задатке (1, 2, 3, 4. и 5. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	

Понавља са ученицима основне појмове који се односе на многоугао, формулу за укупан број дијагонала произвољног конвексног многоугла, као и идеју за извођење дате формуле. Задаје ученицима домаћи задатак (4, 5, 6. и 7. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Број дијагонала многоугла

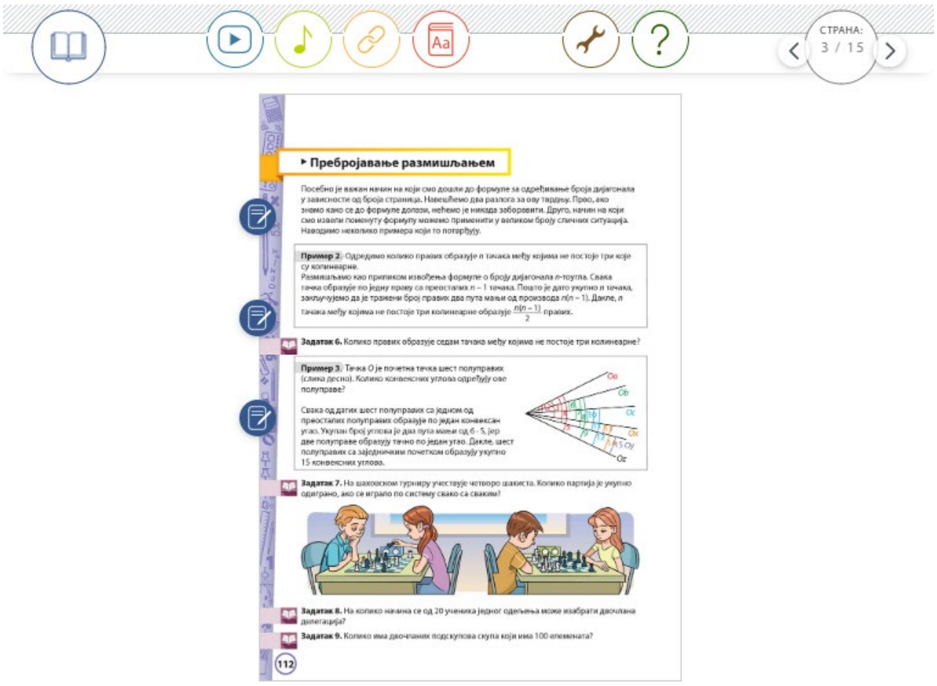


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 64

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Број дијагонала многоугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о укупном броју дијагонала произвољног конвексног многоугла и упознавање ученика са пребројавањем броја елемената коначних скупова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди укупан број дијагонала многоугла у зависности од броја страница (темена) многоугла; • одреди број елемената коначних скупова.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	многоугао, дијагонала, укупан број дијагонала		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



▸ Пребројавање размишљањем

Посебно је важан начин на који смо дошли до формуле за одређивање броја дијагонала у зависности од броја страница. Навешћемо два разлога за ову тврдњу. Прво, ако знамо како се до формуле долази, нећемо је никада заборавити. Друго, начин на који смо извели поменуту формулу можемо применити у великом броју сличних ситуација. Наводимо неколико примера који то потврђују.

Пример 2. Одредимо колико правих образује n тачака међу којима не постоје три које су колинеарне.
Размишљамо као приликом извођења формуле о броју дијагонала n-тоугла. Свака тачка образује по једну праву са преосталих $n-1$ тачака. Пошто је дато укупно n тачака, закључујемо да је тражени број правих два пута мањи од производа $n(n-1)$. Дакле, n тачака међу којима не постоје три колинеарне образује $\frac{n(n-1)}{2}$ правих.

Задатак 6. Колико правих образује седам тачака међу којима не постоје три колинеарне?

Пример 3. Тачка O је почетна тачка шест полуправих (слика десно). Колико конвексних углова одређују ове полуправе?

Свака од датих шест полуправих са једном од преосталих полуправих образује по један конвексан угао. Укупан број углова је два пута мањи од $6 \cdot 5$, јер две полуправе образују тачно по један угао. Дакле, шест полуправих са заједничким почетком образују укупно 15 конвексних углова.

Задатак 7. На шаховском турниру учествује четворо шахиста. Колико партија је укупно одиграно, ако се играло по систему свако са сваким?

Задатак 8. На колико начина се од 20 ученика једног одељења може изабрати двочлана делегација?

Задатак 9. Колико има двочланих подскупова скупа који има 100 елемената?

112

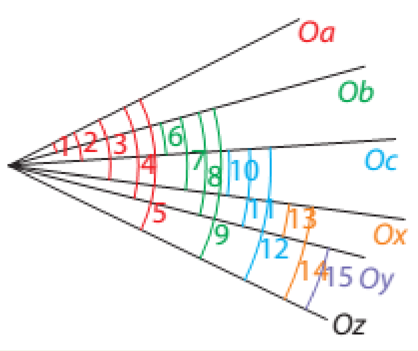
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима основне појмове који се односе на многоугао, формулу за укупан број дијагонала произвољног конвексног многоугла, као и начин на који смо извели дату формулу. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник најпре задаје ученицима да реше 10. задатак из Збирке, којим утврђују број дијагонала које се могу повући из једног темена и укупан број дијагонала за различите вредности броја темена (страница) конвексних многоуглова. Задаје ученицима и задатке где је захтев одређивање укупног броја дијагонала многоугла на основу односа укупног броја дијагонала и броја страница датог многоугла (15. задатак из Збирке), као и одређивање укупног броја дијагонала на основу односа укупног броја дијагонала и броја дијагонала из једног темена многоугла (16. задатак из Збирке). Наставник још једном указује ученицима на то да математика као наставни предмет има један посебно истакнут задатак, а то је развијање мисаоних способности и интелигенције код ученика. Наглашава да је посебно важан начин на који смо дошли до формуле за одређивање броја дијагонала у зависности од броја страница и то из два разлога: ако знамо како се до формуле долази, нећемо је заборавити; начин на који смо извели поменуту формулу можемо применити у великом броју сличних ситуација. Упућује ученике у то како на сличан начин, односно размишљањем на одговарајући начин можемо одредити: укупан број правих одређених са n тачака међу којима не постоје три које су колинеарне (пример 2); број конвексних углова које одређују полуправе са теменом у истој тачки (пример 3). Потом заједно са ученицима решава и 7. и 8. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.1 *Број дијагонала многоугла*, слајд 2).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (2. и 3. пример) и задатке (7. и 8. задатак из Уџбеника и 10, 15. и 16. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	

Понавља са ученицима број дијагонала које се могу повући из једног темена, као и формулу за укупан број дијагонала конвексног n-тоугла. Истиче још једном значај пребројавања елемената коначних скупова. Задаје ученицима домаћи задатак (9. задатак из Уџбеника и 11, 12, 14. и 26. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Број дијагонала многоугла

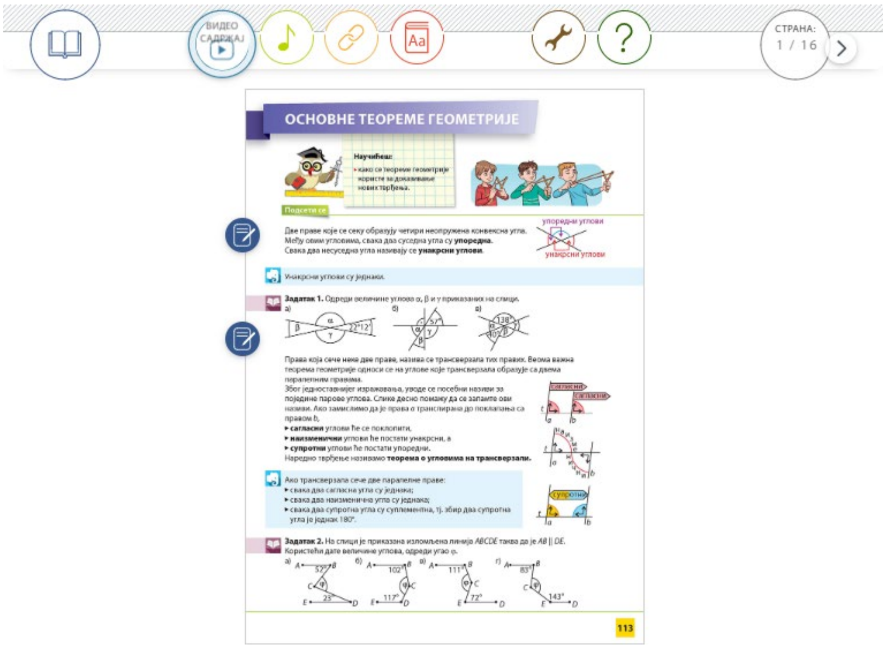


Начини провере оствареност исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 65

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Углови на трансверзали		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање особина углова на трансверзали.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • опише основне везе међу угловима на трансверзали две паралелне праве и да то примењује у једноставнијим задацима; • користи у задацима особину да свака права под истим угловима сече две паралелне праве.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутна је међупредметна повезаност са техничким образовањем.		
Кључни појмови:	Углови на трансверзали паралелних права, сагласни, наизменични углови, супротни углови		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ОСНОВНЕ ТЕОРЕМЕ ГЕОМЕТРИЈЕ

Научићеш:
- како се теореме геометрије користе за доказивање нових тврђења.

Подсети се

Две праве које се секу образују четири неопружена конвексна угла. Међу овим угловима, свака два суседна угла су **упоредна**. Свака два несуседна угла називају се **унакрсни углови**.

Унакрсни углови су једнаки.

Задатак 1. Одреди величине углова α, β и γ приказаних на слици.

Права која сече неке две праве, назива се трансверзала тих правих. Веома важна теорема геометрије односи се на углове које трансверзала образује са двема паралелним правама.

Због једноставнијег изражавања, уводе се посебни називи за поједине парове углова. Слике десно помажу да се запамте ови називи. Ако замислимо да је права *a* транслирана до поклапања са правом *b*,

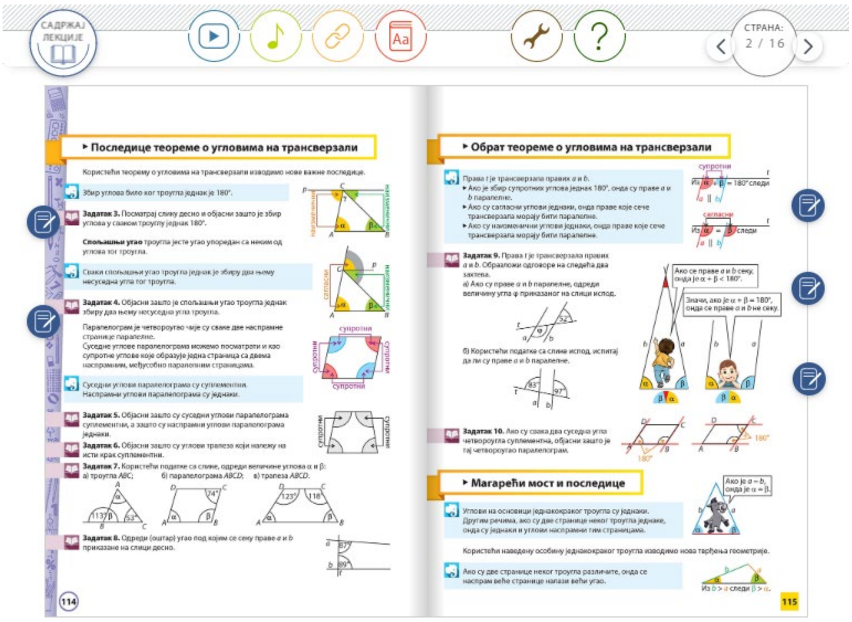
- **сагласни** углови ће се поклопити,
- **наизменични** углови ће постати унакрсни, а
- **супротни** углови ће постати упоредни.

Наредно тврђење називамо **теорема о угловима на трансверзали.**

Ако трансверзала сече две паралелне праве:
- свака два сагласна угла су једнака;
- свака два наизменична угла су једнака;
- свака два супротна угла су суплементна, тј. збир два супротна угла је једнак 180°.

Задатак 2. На слици је приказана изломљена линија *ABCDE* таква да је *AB* ∥ *DE*. Користећи дате величине углова, одреди угао φ.

113



▸ Последице теореме о угловима на трансверзали

Користећи теорему о угловима на трансверзали изводимо нове важне последице.

Збир углова било ког троугла једнак је 180°.

Задатак 3. Посматрај слику десно и објасни зашто је збир углова у сваком троуглу једнак 180°.

Спољашњи угао троугла јесте угао упоредан са неким од углова тог троугла.

Сваки спољашњи угао троугла једнак је збиру два њему несуседна угла тог троугла.

Задатак 4. Објасни зашто је спољашњи угао троугла једнак збиру два њему несуседна угла троугла.

Паралелограм је четвороугао чије су сваке две наспрамне странице паралелне.
Суседне углове паралелограма можемо посматрати и као супротне углове које образује једна страница са двема наспрамним, међусобно паралелним страницама.

Суседни углови паралелограма су суплементни.
Наспрамни углови паралелограма су једнаки.

Задатак 5. Објасни зашто су суседни углови паралелограма суплементни, а зашто су наспрамни углови паралелограма једнаки.

Задатак 6. Објасни зашто су углови трапеза који належу на исти крак суплементни.

Задатак 7. Користећи податке са слике, одреди величине углова α и β:
а) троугла *ABC*; б) паралелограма *ABCD*; в) трапеза *ABCD*.

Задатак 8. Одреди (оштар) угао под којим се секу праве *a* и *b* приказане на слици десно.

114

▸ Обрат теореме о угловима на трансверзали

Права *t* је трансверзала правих *a* и *b*.
- Ако је збир супротних углова једнак 180°, онда су праве *a* и *b* паралелне.
- Ако су сагласни углови једнаки, онда праве које сече трансверзала морају бити паралелне.
- Ако су наизменични углови једнаки, онда праве које сече трансверзала морају бити паралелне.

Из α + β = 180° следи a ∥ b

Из α = β следи a ∥ b

Задатак 9. Права *t* је трансверзала правих *a* и *b*. Образложи одговоре на следећа два захтева.
а) Ако су праве *a* и *b* паралелне, одреди величину угла φ приказаног на слици испод.

б) Користећи податке са слике испод, испитај да ли су праве *a* и *b* паралелне.

Ако се праве *a* и *b* секу, онда је α + β < 180°.

Значи, ако је α + β = 180°, онда се праве *a* и *b* не секу.

Задатак 10. Ако су свака два суседна угла четвороугла суплементна, објасни зашто је тај четвороугао паралелограм.

▸ Магарећи мост и последице

Углови на основици једнакокраког троугла су једнаки.
Другим речима, ако су две странице неког троугла једнаке, онда су једнаки и углови наспрамни тим страницама.

Ако је *a* = *b*, онда је α = β.

Користећи наведену особину једнакокраког троугла изводимо нова тврђења геометрије.

Ако су две странице неког троугла различите, онда се наспрам веће странице налази већи угао.

Из *b* > *a* следи β > α.

115

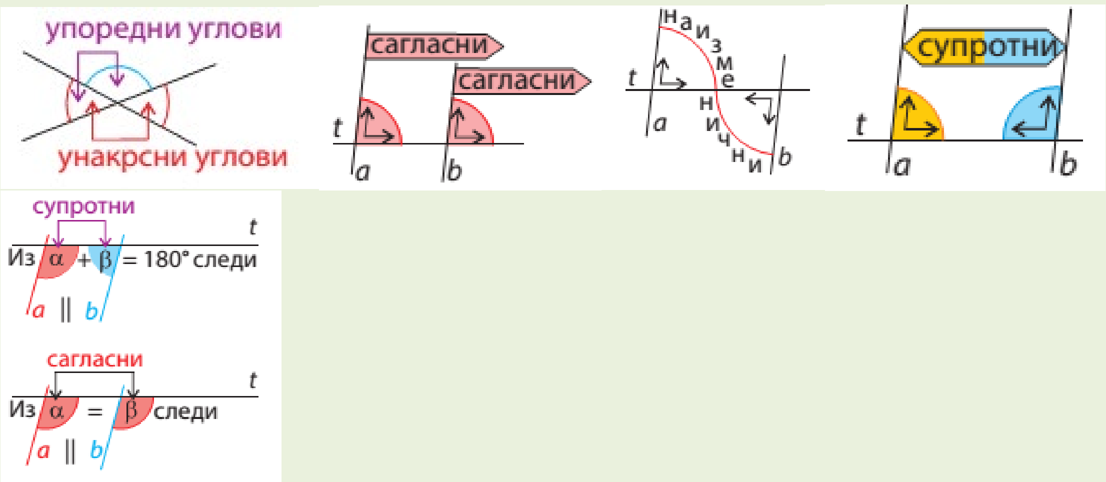
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира домаћи задатак и отклања евентуалне нејасноће настале приликом његове израде. Обнавља са ученицима шта је трансверзала. Истиче циљ часа.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Након што на конкретном примеру илуструје који углови се називају унакрсним, односно упоредним угловима, диктира ученицима: **Унакрсни углови су једнаки.** Потом задаје ученицима да реше 1. задатак из Уџбеника. Подсећа ученике да се права која сече неке две праве назива трансверзала тих правих. Истиче да се веома важна теорема геометрије односи на углове које трансверзала образује са двема паралелним правама. На табли црта две паралелне праве и праву која их сече (њихову трансверзалу) и подсећа ученике који су углови сагласни, који наизменични, а који супротни. Истиче шта се дешава са одговарајућим врстама углова усред транслације једне од паралелних правих до поклапања са правом са којом је паралелна. Записује на табли теорему о угловима на трансверзали: **Ако трансверзала сече две паралелне праве:**	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке (1, 2, 9. и 10. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

• **свака два сагласна угла су једнака;** • **свака два наизменична угла су једнака;** • **свака два супротна угла су суплементна, тј. збир два супротна угла је једнак 180°.** Потом наставник задаје ученицима да реше и 2. задатак из Уџбеника. Подсећа их још једном о вези између одређене теореме и обрата дате теореме, као и да обрат сваке теореме није такође теорема, што илуструје на неком, конкретном примеру. Истиче везе између претпоставки и закључака код дате теореме и њеног обрта, на конкретном примеру Питагорине теореме и обрата Питагорине теореме. Тражи од ученика да формулишу обрат теореме о угловима на трансверзали. Након краће дискусије уопштава: **Права t је трансверзала правих a и b.** • **Ако је збир супротних углова 180°, онда су праве a и b паралелне.** • **Ако су сагласни углови једнаки, онда праве које сече трансверзала морају бити паралелне.** • **Ако су наизменични углови једнаки, онда праве које сече трансверзала морају бити паралелне.** Наставник задаје ученицима да реше и 9. и 10. задатак из Уџбеника док обилази ученике, дозира помоћ, даје им сугестије и води рачуна о дисциплини. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.2 *Основне теореме геометрије*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима унакрсне углове, углове на трансверзали и врсте углова на трансверзали. Понавља и теорему о угловима на трансверзали, као и њен обрат. Задаје ученицима домаћи задатак (34. и 40. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Углови на трансверзали

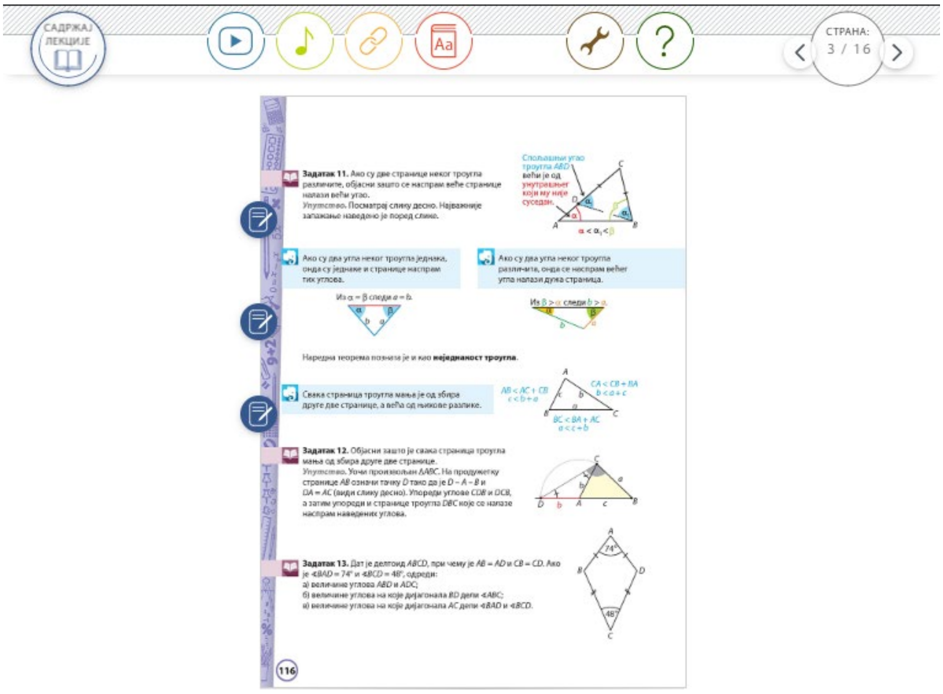


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 66

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Основне особине троугла		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање основних особина троугла са ученицима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • примењује у задацима константност збира унутрашњих углова у произвољном троуглу; • на основу довољног броја датих података израчуна мере непознатих унутрашњих и спољашњих углова троугла; • примењује у задацима тврђење да су поредак страница и поредак наспрамних углова троугла међусобно сагласни; • примењује важне неједнакости у вези са дужинама страница троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутна је међупредметна повезаност са техничким образовањем.		
Кључни појмови:	троугао, углови троугла, странице троугла, „магарећи мост”, неједнакост троугла, поредак страница и углова троугла		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Задатак 11. Ако су две странице неког троугла различите, објасни зашто се наспрам веће странице налази већи угао.
Упутство. Посматрај слику десно. Најважније запажање наведено је поред слике.

Спољашњи угао троугла ABD већи је од унутрашњег који му није суседан.

$\alpha < \alpha_1 < \beta$

Ако су два угла неког троугла једнака, онда су једнаке и странице наспрам тих углова.

Из $\alpha = \beta$ следи $a = b$.

Ако су два угла неког троугла различита, онда се наспрам већег угла налази дужа страница.

Из $\beta > \alpha$ следи $b > a$.

Наредна теорема позната је и као **неједнакост троугла**.

Свака страница троугла мања је од збира друге две странице, а већа од њихове разлике.

$AB < AC + CB$, $c < b + a$

$CA < CB + BA$, $b < a + c$

$BC < BA + AC$, $a < c + b$

Задатак 12. Објасни зашто је свака страница троугла мања од збира друге две странице.
Упутство. Уочи произвољан $\triangle ABC$. На продужетку странице AB означи тачку D тако да је $D - A - B$ и $DA = AC$ (види слику десно). Упореди углове CDB и DCB, а затим упореди и странице троугла DBC које се налазе наспрам наведених углова.

Задатак 13. Дат је делтоид $ABCD$, при чему је $AB = AD$ и $CB = CD$. Ако је $\measuredangle BAD = 74°$ и $\measuredangle BCD = 48°$, одреди:
а) величине углова ABD и ADC;
б) величине углова на које дијагонала BD дели $\measuredangle ABC$;
в) величине углова на које дијагонала AC дели $\measuredangle BAD$ и $\measuredangle BCD$.

116

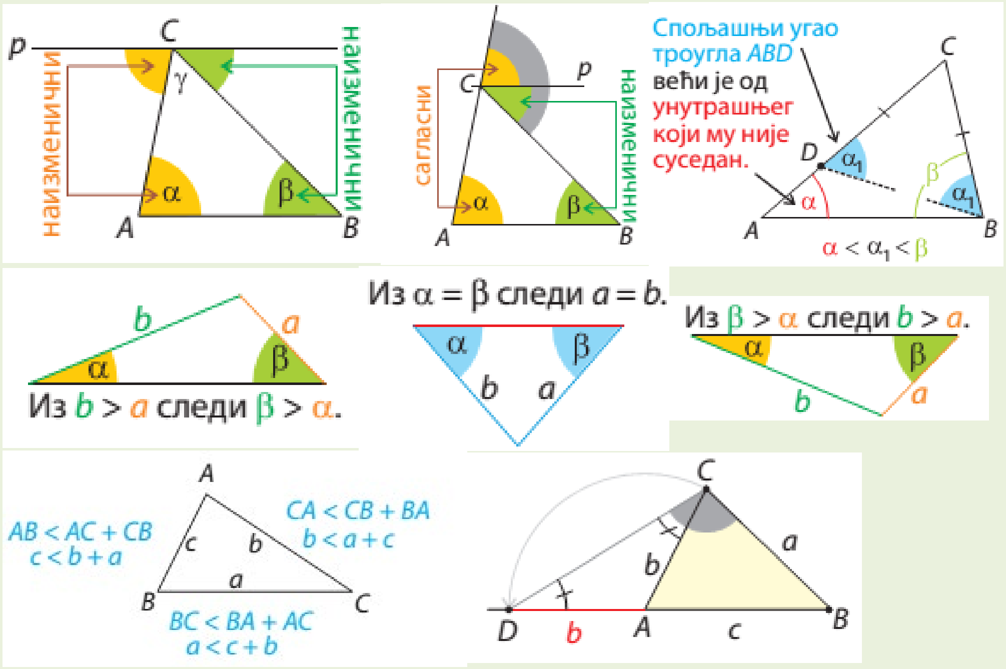
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира домаћи задатак, отклања евентуалне нејасноће настале приликом његове израде. Обнавља са ученицима унакрсне углове, углове на трансверзали и врсте углова на трансверзали. Обнавља и теорему о угловима на трансверзали и обрат дате теореме.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Пита ученике да ли је збир унутрашњих углова у троуглу константан и зашто. Након тога диктира ученицима да запишу у својим свескама: **Збир углова било ког троугла је 180°.** Да се у доказу датог тврђења користе углови на трансверзали наставник подсећа ученике тако што заједно са њима решава 3. задатак из Уџбеника. Потом обнавља и спољашње углове троугла и диктира ученицима: **Сваки спољашњи угао троугла једнак је збиру два њему несуседна угла тог троугла.** Аналогно претходном тврђењу, решавањем 4. задатка обнавља са ученицима доказ последњег тврђења.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке (3, 4, 11. и 12. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника и тиме обнавља доказе већ познатих, важних тврђења геометрије.

Потом прелази на тврђење познато под називом „магарећи мост” и на последице тог тврђења. Записује на табли: **Углови на основици једнакокраког троугла су једнаки. Другим речима, ако су две странице неког троугла једнаке, онда су једнаки и углови наспрамни тим страницама.** Наглашава значај датог тврђења и да се оно користи приликом извођења других тврђења геометрије. Обнавља са ученицима и однос величина углова и страница у троуглу: **Ако су две странице неког троугла различите, онда се наспрам веће странице налази већи угао.** Доказује дато тврђење израдом 11. задатка из Уџбеника. Наводи још нека тврђења са којима су се ученици током математичког образовања сретали: **Ако су два угла неког троугла једнака, онда су једнаке и странице наспрам тих углова;** **Свака страница троугла мања је од збира друге две странице, а већа од њихове разлике;** **Ако су два угла неког троугла различита, онда се наспрам већег угла налази дужа страница.** Потом задаје ученицима да реше 12. задатак из Уџбеника и на тај начин докажу неједнакост троугла. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.2 *Основне теореме геометрије*, слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима тврђења која се односе на: константност збира унутрашњих углова троуглова; спољашње углове троугла; однос величине углова и дужина страница троугла; неједнакост троугла. Задаје ученицима домаћи задатак (да обнове основне појмове и основна својства паралелограма и да реше 5, 6, 7. и 8. задатак из Уџбеника, као и 35. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Основне особине троугла

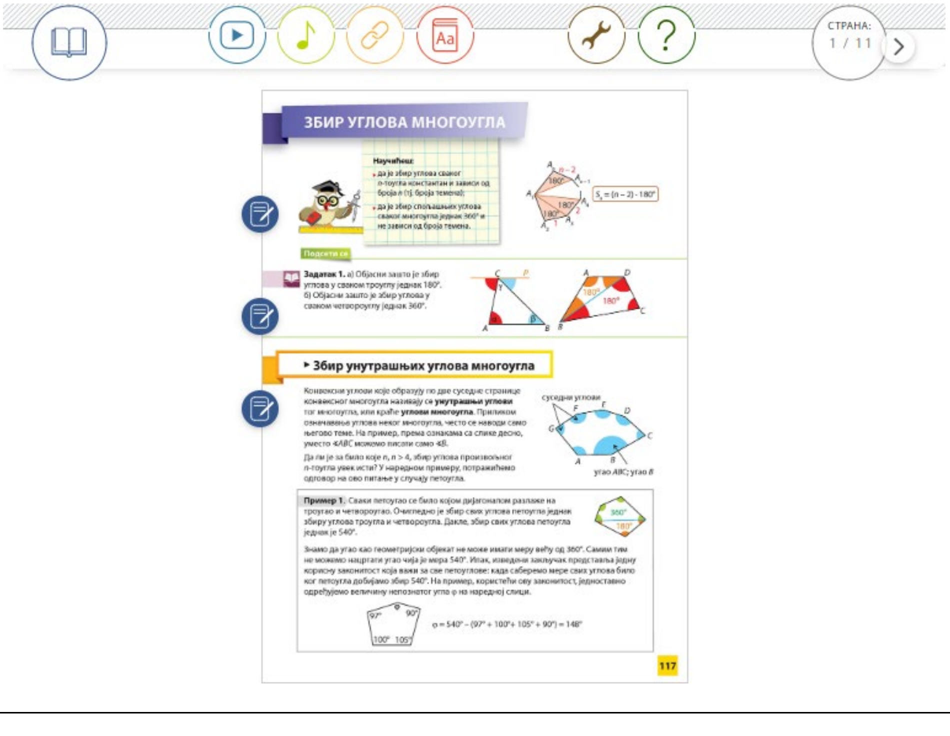


Начини провере оставрености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 67

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Збир углова многоугла		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са формулом за одређивање збира углова произвољног конвексног многоугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди укупан збир унутрашњих углова многоугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	многоугао, угао, збир углова		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ЗБИР УГЛОВА МНОГОУГЛА

Научићеш:

- да је збир углова сваког n-тоугла константан и зависи од броја n (тј. броја темена);
- да је збир спољашњих углова сваког многоугла једнак 360° и не зависи од броја темена.

$S_n = (n-2) \cdot 180°$

Подсети се

Задатак 1. а) Објасни зашто је збир углова у сваком троуглу једнак 180°. б) Објасни зашто је збир углова у сваком четвороуглу једнак 360°.

‣ **Збир унутрашњих углова многоугла**

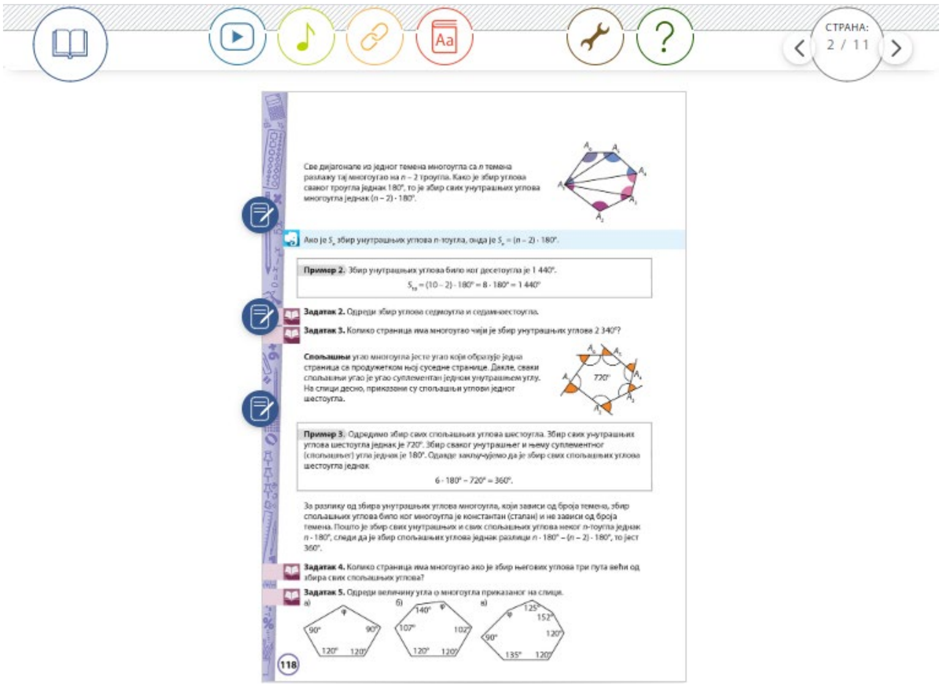
Конвексни углови које образују по две суседне странице конвексног многоугла називају се **унутрашњи углови** тог многоугла, или краће **углови многоугла**. Приликом означавања углова неког многоугла, често се наводи само његово теме. На пример, према ознакама са слике десно, уместо ∢ABC можемо писати само ∢B.

Да ли је за било које n, n > 4, збир углова произвољног n-тоугла увек исти? У наредном примеру, потражићемо одговор на ово питање у случају петоугла.

Пример 1. Сваки петоугао се било којом дијагоналом разлаже на троугао и четвороугао. Очигледно је збир свих углова петоугла једнак збиру углова троугла и четвороугла. Дакле, збир свих углова петоугла једнак је 540°.

Знамо да угао као геометријски објекат не може имати меру већу од 360°. Самим тим не можемо нацртати угао чија је мера 540°. Ипак, изведени закључак представља једну корисну законитост која важи за све петоуглове: када саберемо мере свих углова било ког петоугла добијамо збир 540°. На пример, користећи ову законитост, једноставно одређујемо величину непознатог угла φ на наредној слици.

$φ = 540° − (97° + 100° + 105° + 90°) = 148°$



Све дијагонале из једног темена многоугла са n темена разлажу тај многоугао на $n - 2$ троугла. Како је збир углова сваког троугла једнак 180°, то је збир свих унутрашњих углова многоугла једнак $(n - 2) \cdot 180°$.

Ако је S_n збир унутрашњих углова n-тоугла, онда је $S_n = (n - 2) \cdot 180°$.

Пример 2. Збир унутрашњих углова било ког десетоугла је 1 440°.

$$S_{10} = (10 - 2) \cdot 180° = 8 \cdot 180° = 1\,440°$$

Задатак 2. Одреди збир углова седмоугла и седамнаестоугла.

Задатак 3. Колико страница има многоугао чији је збир унутрашњих углова 2 340°?

Спољашњи угао многоугла јесте угао који образује једна страница са продужетком њој суседне странице. Дакле, сваки спољашњи угао је угао суплементан једном унутрашњем углу. На слици десно, приказани су спољашњи углови једног шестоугла.

Пример 3. Одредимо збир свих спољашњих углова шестоугла. Збир свих унутрашњих углова шестоугла једнак је 720°. Збир сваког унутрашњег и њему суплементног (спољашњег) угла једнак је 180°. Одавде закључујемо да је збир свих спољашњих углова шестоугла једнак

$$6 \cdot 180° - 720° = 360°.$$

За разлику од збира унутрашњих углова многоугла, који зависи од броја темена, збир спољашњих углова било ког многоугла је константан (сталан) и не зависи од броја темена. Пошто је збир свих унутрашњих и свих спољашњих углова неког n-тоугла једнак $n \cdot 180°$, следи да је збир спољашњих углова једнак разлици $n \cdot 180° - (n - 2) \cdot 180°$, то јест 360°.

Задатак 4. Колико страница има многоугао ако је збир његових углова три пута већи од збира свих спољашњих углова?

Задатак 5. Одреди величину угла φ многоугла приказаног на слици.

118

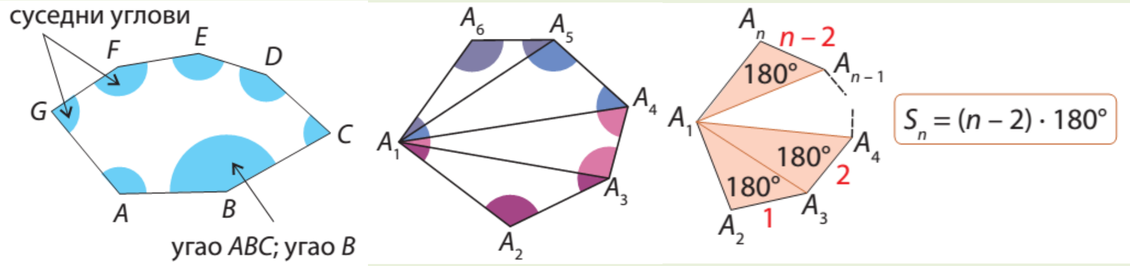
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима константност унутрашњих углова троуглова и четвороуглова. Потом задаје ученицима да реше 1. задатак из Уџбеника, којим утврђују константност збира и обнављају доказе одговарајућих тврђења која се односе на збир унутрашњих углова троугла и четвороугла, како би ученици на адекватан начин усвојили и разумели формулу за одређивање збира (унутрашњих) углова n-тоугла. Обнавља са ученицима и појмове угао многоугла, суседне странице и суседни углови многоугла.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – решава задатак.
Главни део часа (30 минута)	
Пита ученике да ли је збир углова произвољног n-тоугла константан без обзира на вредност природног броја n. Очекује да ће ученици на интуитивном нивоу закључити да то није случај, након чега обрађује 1. пример из Уџбеника. Иако није могуће експерименталним путем (резањем углова) доћи до закључка, јер угао као геометријски објекат не може имати меру већу од 360° (збир унутрашњих углова петоугла је 540°), наставник истиче да дата мера угла	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (1, 2. и

представља збир свих вредности унутрашњих углова петоугла. На конкретним примерима, рецимо петоугла, шестоугла и седмоугла, указује ученицима на колико троуглова све дијагонале, из једног темена многоугла, деле дати многоугао. Након тога уопштава да све дијагонале из једног темена многоугла са n темена разлажу тај многоугао на $n - 2$ троугла. Потом захтева од ученика да самостално формулишу правило за збир углова многоуглова, па након дискусије са њима, записује на табли: **Ако је S_n збир унутрашњих углова n-тоугла, онда је $S_n = (n - 2) \cdot 180°$.** **Интерактиван приказ –** *Збир углова многоугла.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) са нарацијом, наставник илуструје поделу многоугла на делове, затим надовезивање тих делова (тако да се надовезују унутрашњи углови многоугла), а на крају је изведен и закључак о збиру углова многоугла (лекција 4.3 *Збир углова многоугла*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.3 *Збир углова многоугла*). Дато правило о збиру углова многоугла конкретизује за одређивање збира углова десетоугла (2. пример), након чега заједно са ученицима решава и 2. и 3. задатак из Уџбеника, као и 47. и 48. задатак из Збирке задатака (ако не буде довољно времена, ученици дате задатке решавају за домаћи).	3. задатак из Уџбеника и 47. и 48. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за одређивање збира унутрашњих углова произвољног конвексног n-тоугла, као и идеју за извођење дате формуле. Задаје ученицима домаћи задатак (45. и 46. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Збир углова многоугла



Начини провере оствареności исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 68

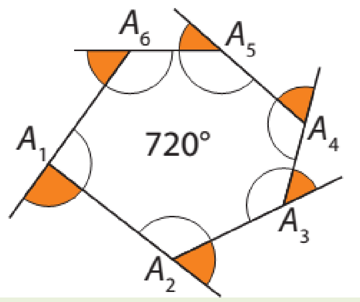
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Збир углова многоугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о збиру углова произвољног конвексног многоугла и упознавање ученика са константним збиром спољашњих углова многоугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди укупан збир унутрашњих углова многоугла; • користи у задацима тврђење да је збир спољашњих углова сваког многоугла 360° и да не зависи од броја темена.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	многоугао, угао, збир углова, збир спољашњих углова многоугла		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима формулу за одређивање збира унутрашњих углова произвољног конвексног $\boldsymbol{n}$-тоугла, као и идеју за извођење дате формуле. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обнавља са ученицима збир упоредних углова и тражи од њих да одреде збир свих унутрашњих и спољашњих углова n-тоугла. Потом задаје ученицима, на основу распореда седења, да одреде збир спољашњих углова: петоугла; шестоугла; осмоугла, експериментално (уз помоћ угломера) или рачунски (користећи збир свих унутрашњих и спољашњих углова датог многоугла и збир унутрашњих углова многоугла). Препушта ученицима да сами изаберу да ли ће уз помоћ угломера или рачунски одредити збир спољашњих углова задатог многоугла. Након што ученици упуте наставника у своје резултате и увиде да су без обзира на број страна (темена) многоугла добили исту вредност, наставник уопштава и истиче да пошто је збир свих унутрашњих и свих спољашњих углова неког n-тоугла једнак $n \cdot 180°$, следи да је збир спољашњих углова једнак: $n \cdot 180° - (n - 2) \cdot 180° = 360°$. Потом наставник задаје ученицима 4. задатак из Уџбеника. Ради утврђивања збира унутрашњих углова многоугла, наставник задаје ученицима да реше 5. задатак из Уџбеника, као и 49. и 51. задатак из Збирке задатака.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – одређује збир спољашњих углова датог многоугла рачунски или експериментално; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира, закључује, поставља питања; – решава задатке (4. и 5. задатак из Уџбеника и 49. и 51. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за одређивање збира унутрашњих углова произвољног конвексног $\boldsymbol{n}$-тоугла и константност збира спољашњих углова $\boldsymbol{n}$-тоугла, без обзира на број $\boldsymbol{n}$. Задаје ученицима домаћи задатак (53. и 64. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Збир углова многоугла

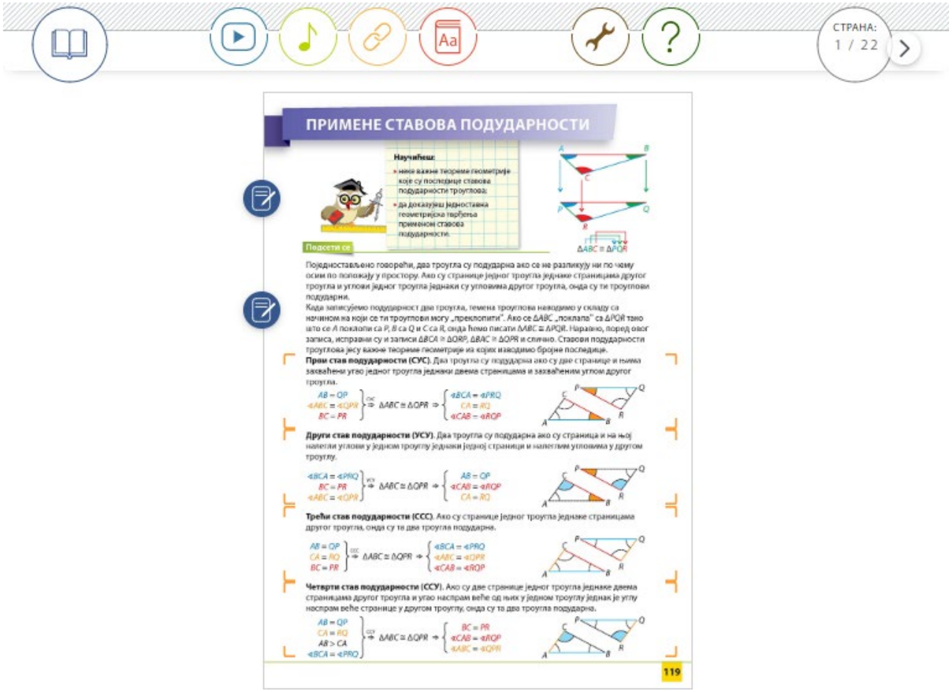


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 69

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Ставови подударности троуглова		
Тип часа:	обнављање		
Циљ часа:	Обнављање ставова подударности троуглова са ученицима и указивање на једноставније примене подударности троуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • опише када су троуглови подударни; • доноси закључке о одговарајућим елементима подударних троуглова.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутна је међупредметна повезаност са наставним предметом географија, конкретно са климом.		
Кључни појмови:	троугао, подударност троуглова, ставови подударности троуглова		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПРИМЕНЕ СТАВОВА ПОДУДАРНОСТИ

Научићеш:
- неке важне теореме геометрије које су последице ставова подударности троуглова;
- да доказујеш једноставна геометријска тврђења применом ставова подударности.

$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

Подсети се

Поједностављено говорећи, два троугла су подударна ако се не разликују ни по чему осим по положају у простору. Ако су странице једног троугла једнаке страницама другог троугла и углови једног троугла једнаки су угловима другог троугла, онда су ти троуглови подударни.

Када записујемо подударност два троугла, темена троуглова наводимо у складу са начином на који се ти троуглови могу „преклопити”. Ако се $\triangle ABC$ „поклапа” са $\triangle PQR$ тако што се A поклопи са P, B са Q и C са R, онда ћемо писати $\triangle ABC \cong \triangle PQR$. Наравно, поред овог записа, исправни су и записи $\triangle BCA \cong \triangle QRP$, $\triangle BAC \cong \triangle QPR$ и слично. Ставови подударности троуглова јесу важне теореме геометрије из којих изводимо бројне последице.

Први став подударности (СУС). Два троугла су подударна ако су две странице и њима захваћени угао једног троугла једнаки двема страницама и захваћеним углом другог троугла.

$$\left.\begin{matrix} AB = QP \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \\ BC = PR \end{matrix}\right\} \overset{СУС}{\Rightarrow} \triangle ABC \cong \triangle QPR \Rightarrow \begin{cases} \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \\ CA = RQ \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \end{cases}$$

Други став подударности (УСУ). Два троугла су подударна ако су страница и на њој налегли углови у једном троуглу једнаки једној страници и налеглим угловима у другом троуглу.

$$\left.\begin{matrix} \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \\ BC = PR \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \end{matrix}\right\} \overset{УСУ}{\Rightarrow} \triangle ABC \cong \triangle QPR \Rightarrow \begin{cases} AB = QP \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \\ CA = RQ \end{cases}$$

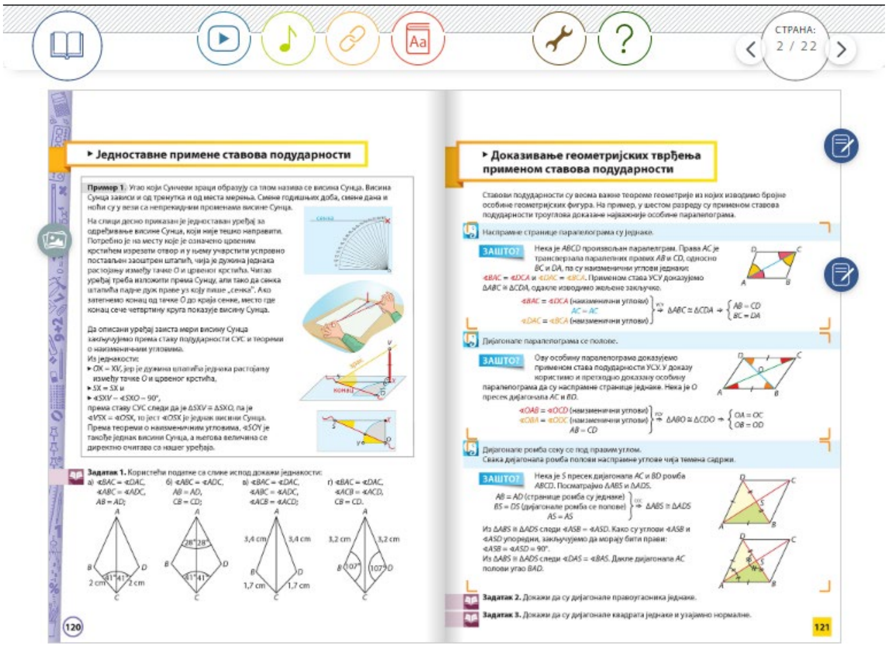
Трећи став подударности (ССС). Ако су странице једног троугла једнаке страницама другог троугла, онда су та два троугла подударна.

$$\left.\begin{matrix} AB = QP \\ CA = RQ \\ BC = PR \end{matrix}\right\} \overset{ССС}{\Rightarrow} \triangle ABC \cong \triangle QPR \Rightarrow \begin{cases} \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \end{cases}$$

Четврти став подударности (ССУ). Ако су две странице једног троугла једнаке двема страницама другог троугла и угао наспрам веће од њих у једном троуглу једнак је углу наспрам веће странице у другом троуглу, онда су та два троугла подударна.

$$\left.\begin{matrix} AB = QP \\ CA = RQ \\ AB > CA \\ \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \end{matrix}\right\} \overset{ССУ}{\Rightarrow} \triangle ABC \cong \triangle QPR \Rightarrow \begin{cases} BC = PR \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \end{cases}$$

119



▸ Једноставне примене ставова подударности

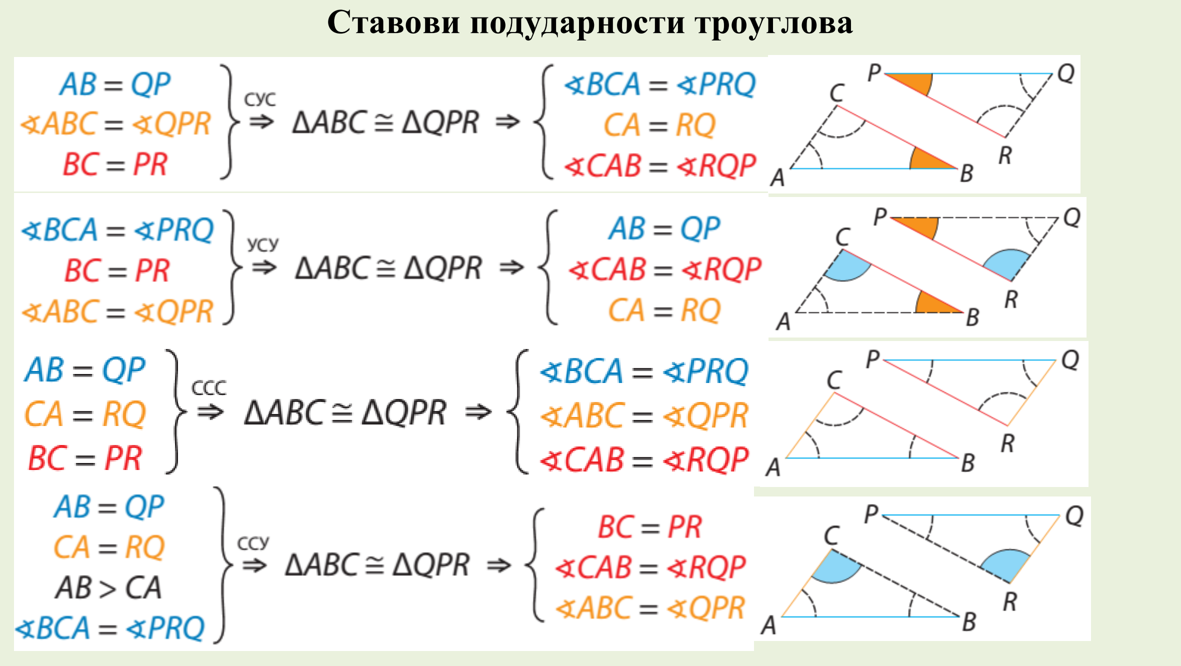
▸ Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник понавља са ученицима да су два троугла подударна ако се не разликују ни по чему осим по положају у простору. Наглашава да ако су странице једног троугла једнаке страницама другог троугла и углови једног троугла једнаки угловима другог троугла, онда су ти троуглови подударни. Понавља нотацију за два подударна троугла и подсећа ученике да када записујемо подударност два троугла, темена троуглова наводимо у складу са начином на који се ти троуглови могу „поклопити”.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Пита ученике да ли се сећају које су све ставове подударности троуглова учили у шестом разреду и подсећа их да су то ставови: СУС, ССС, УСУ, ССУ. Обавештава ученике да препишу из Уџбеника у своје свеске сва четири става подударности, један по један. За то време наставник на табли, користећи математичку нотацију, заједно са одговарајућом сликом, приликом сваког преписаног става наглашава који су подаци дати, а који се закључци изводе на основу дате подударности (што уједно представља и прву примену одговарајућег става подударности, неопходну за решавање великог броја задатака). Наставник затим обрађује 1. пример из Уџбеника, где ученицима указује на практичну примену	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – преписује ставове подударности троуглова из Уџбеника; – решава пример (1. пример) и задатке (1.

подударности троуглова за одређивање угла који Сунчеви зраци образују са тлом. Потом наставник заједно са ученицима решава 1. задатак из Уџбеника, где, користећи податке са слике, доказује тражене једнакости (за сваки од примера је потребна примена различитог става подударности троуглова). Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 71. задатак из Збирке задатака. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.4 *Примене ставова подударности*, слајд 1 и слајд 2). Упућује ученике на галерију слика (лекција 4.4 *Примене ставова подударности*, слајд 2).	задатак из Уџбеника и 71. задатак из Збирке) уз помоћ наставника и тиме обнавља ставове подударности троуглова.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима када су два троугла подударна и како гласе ставови подударности троуглова. Задаје ученицима домаћи задатак (72. и 88. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Ставови подударности троуглова

$$\left.\begin{array}{c} AB = QP \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \\ BC = PR \end{array}\right\} \overset{\text{СУС}}{\Rightarrow} \Delta ABC \cong \Delta QPR \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \\ CA = RQ \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{c} \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \\ BC = PR \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \end{array}\right\} \overset{\text{УСУ}}{\Rightarrow} \Delta ABC \cong \Delta QPR \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} AB = QP \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \\ CA = RQ \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{c} AB = QP \\ CA = RQ \\ BC = PR \end{array}\right\} \overset{\text{ССС}}{\Rightarrow} \Delta ABC \cong \Delta QPR \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \end{array}\right.$$

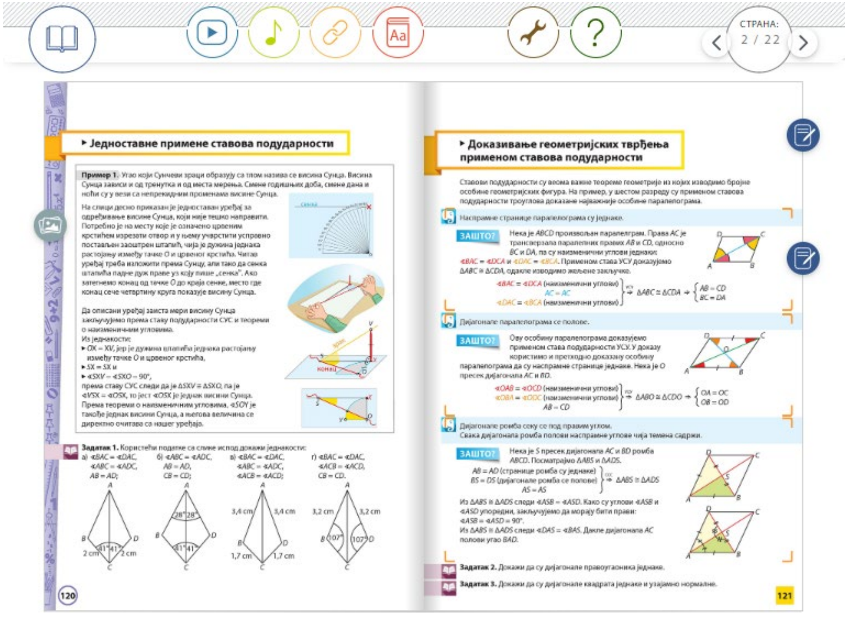
$$\left.\begin{array}{c} AB = QP \\ CA = RQ \\ AB > CA \\ \sphericalangle BCA = \sphericalangle PRQ \end{array}\right\} \overset{\text{ССУ}}{\Rightarrow} \Delta ABC \cong \Delta QPR \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} BC = PR \\ \sphericalangle CAB = \sphericalangle RQP \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle QPR \end{array}\right.$$

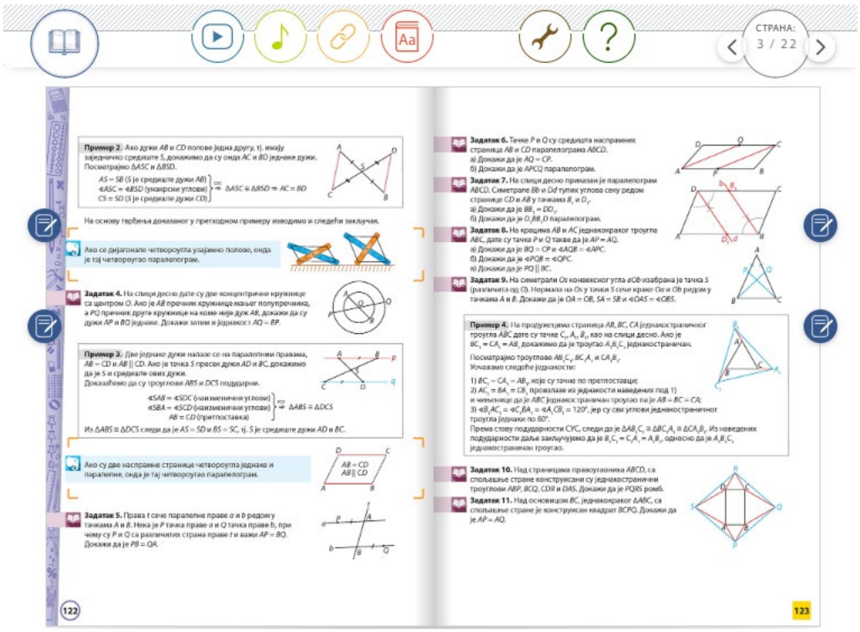
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 70

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о ставовима подударности троуглова и њиховој примени у доказивању геометријских тврђења.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • опише када су троуглови подударни; • доноси закључке о одговарајућим елементима подударних троуглова.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	троугао, подударност троуглова, ставови подударности троуглова		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





Пример 2. Ако дужи AB и CD полове једна другу, тј. имају заједничко средиште S, докажимо да су онда AC и BD једнаке дужи.
Посматрајмо ΔASC и ΔBSD.

$$\left.\begin{array}{l} AS = SB \text{ (}S\text{ је средиште дужи }AB\text{)} \\ \sphericalangle ASC = \sphericalangle BSD \text{ (унакрсни углови)} \\ CS = SD \text{ (}S\text{ је средиште дужи }CD\text{)} \end{array}\right\} \overset{СУС}{\Rightarrow} \Delta ASC \cong \Delta BSD \Rightarrow AC = BD$$

На основу тврђења доказаног у претходном примеру изводимо и следећи закључак.

Ако се дијагонале четвороугла узајамно полове, онда је тај четвороугао паралелограм.

Задатак 4. На слици десно дате су две концентричне кружнице са центром O. Ако је AB пречник кружнице мањег полупречника, а PQ пречник друге кружнице на коме није дуж AB, докажи да су дужи AP и BQ једнаке. Докажи затим и једнакост $AQ = BP$.

Пример 3. Две једнаке дужи налазе се на паралелним правама, $AB = CD$ и $AB \parallel CD$. Ако је тачка S пресек дужи AD и BC, докажимо да је S и средиште ових дужи.
Доказаћемо да су троуглови ABS и DCS подударни.

$$\left.\begin{array}{r} \sphericalangle SAB = \sphericalangle SDC \text{ (наизменични углови)} \\ \sphericalangle SBA = \sphericalangle SCD \text{ (наизменични углови)} \\ AB = CD \text{ (претпоставка)} \end{array}\right\} \overset{УСУ}{\Rightarrow} \Delta ABS \cong \Delta DCS$$

Из $\Delta ABS \cong \Delta DCS$ следи да је $AS = SD$ и $BS = SC$, тј. S је средиште дужи AD и BC.

Ако су две наспрамне странице четвороугла једнаке и паралелне, онда је тај четвороугао паралелограм.

Задатак 5. Права t сече паралелне праве a и b редом у тачкама A и B. Нека је P тачка праве a и Q тачка праве b, при чему су P и Q са различитих страна праве t и важи $AP = BQ$. Докажи да је $PB = QA$.

122

Задатак 6. Тачке P и Q су средишта наспрамних страница AB и CD паралелограма $ABCD$.
а) Докажи да је $AQ = CP$.
б) Докажи да је $APCQ$ паралелограм.

Задатак 7. На слици десно приказан је паралелограм $ABCD$. Симетрале Bb и Dd тупих углова секу редом странице CD и AB у тачкама B_1 и D_1.
а) Докажи да је $BB_1 = DD_1$.
б) Докажи да је D_1BB_1D паралелограм.

Задатак 8. На крацима AB и AC једнакокраког троугла ABC, дате су тачке P и Q такве да је $AP = AQ$.
а) Докажи да је $BQ = CP$ и $\sphericalangle AQB = \sphericalangle APC$.
б) Докажи да је $\sphericalangle PQB = \sphericalangle QPC$.
в) Докажи да је $PQ \parallel BC$.

Задатак 9. На симетрали Os конвексног угла aOb изабрана је тачка S (различита од O). Нормала на Os у тачки S сече краке Oa и Ob редом у тачкама A и B. Докажи да је $OA = OB$, $SA = SB$ и $\sphericalangle OAS = \sphericalangle OBS$.

Пример 4. На продужецима страница AB, BC, CA једнакостраничног троугла ABC дате су тачке C_1, A_1, B_1, као на слици десно. Ако је $BC_1 = CA_1 = AB_1$ докажимо да је троугао $A_1B_1C_1$ једнакостраничан.

Посматрајмо троуглове AB_1C_1, BC_1A_1 и CA_1B_1.
Уочавамо следеће једнакости:

1) $BC_1 = CA_1 = AB_1$, које су тачне по претпоставци;
2) $AC_1 = BA_1 = CB_1$ произлазе из једнакости наведених под 1) и чињенице да је ABC једнакостраничан троугао па је $AB = BC = CA$;
3) $\sphericalangle B_1AC_1 = \sphericalangle C_1BA_1 = \sphericalangle A_1CB_1 = 120°$, јер су сви углови једнакостраничног троугла једнаки по 60°.
Према ставу подударности СУС, следи да је $\Delta AB_1C_1 \cong \Delta BC_1A_1 \cong \Delta CA_1B_1$. Из наведених подударности даље закључујемо да је $B_1C_1 = C_1A_1 = A_1B_1$, односно да је $A_1B_1C_1$ једнакостраничан троугао.

Задатак 10. Над страницама правоугаоника $ABCD$, са спољашње стране конструисани су једнакостранични троуглови ABP, BCQ, CDR и DAS. Докажи да је $PQRS$ ромб.

Задатак 11. Над основицом BC једнакокраког ΔABC, са спољашње стране је конструисан квадрат $BCPQ$. Докажи да је $AP = AQ$.

123

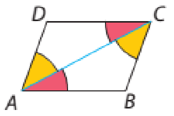
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка. У уводном делу часа наставник истиче да су ставови подударности веома важне теореме геометрије из којих изводимо бројне особине геометријских фигура.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обнавља са ученицима дефиницију паралелограма, да под паралелограмом сматрамо четвороугао са два пара паралелних страница. Подсећа ученике да су применом ставова подударности троуглова претходне школске године доказане најважније особине паралелограма. Записује на табли: **Наспрамне странице паралелограма су једнаке.** Дато тврђење поступно доказује, максимално укључује ученике приликом његовог доказивања, посебно истиче познате, односно полазне претпоставке, а посебно изведене закључке. Наводи и следећа тврђења: **Дијагонале паралелограма се полове.** **Дијагонале ромба секу се под правим углом. Свака дијагонала ромба полови наспрамне углове чија темена садржи.** Записује на табли само идеје доказа, док ученике упућује да оставе довољно простора у свескама и да детаљно препишу доказе тврђења из Уџбеника.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – учествује у извођењу доказа тврђења; – решава примере (2, 3, 4. и 5. пример) и задатак (12. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника и тиме обнавља примену ставова подударности троуглова.

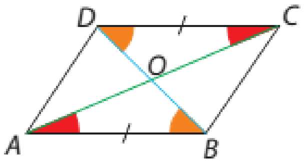
Обрађује са ученицима 2. пример из Уџбеника и том приликом их максимално укључује у решавање задатка. Указује ученицима на то да на основу тврђења доказаног у претходном примеру изводимо и следећи закључак: **Ако се дијагонале четвороугла узајамно полове, онда је тај четвороугао паралелограм.** Примену става подударности троугла УСУ илуструје обрадом 3. примера, па записује на табли: **Ако су две наспрамне странице четвороугла једнаке и паралелне, онда је тај четвороугао паралелограм.** Коришћењем става подударности СУС, заједно са ученицима решава још један задатак, дат у облику 4. примера. Примену ставова подударности на круг наставник илуструје обрадом 5. примера, а уколико остане довољно времена, задаје им да реше 12. задатак из Уџбеника (у супротном задатак остаје за домаћи рад ученика). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.4 *Примене ставова подударности*, слајд 2 и слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима када су два троугла подударна и како гласе ставови подударности троуглова. Понавља са ученицима тврђења која се односе на паралелограм и задаје им домаћи задатак (да у своје свеске препишу доказе тврђења обрађених на часу, као и да реше 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10. и 13. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

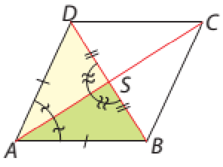
Изглед табле

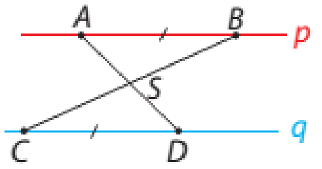
Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова

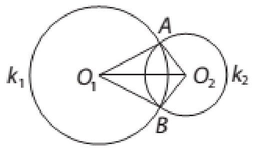


$$\left.\begin{array}{l} \sphericalangle BAC = \sphericalangle DCA \text{ (наизменични углови)}\\ AC = AC \\ \sphericalangle DAC = \sphericalangle BCA \text{ (наизменични углови)}\end{array}\right\} \overset{\text{СУС}}{\Rightarrow} \Delta ABC \cong \Delta CDA \Rightarrow \begin{cases} AB = CD \\ BC = DA\end{cases}$$







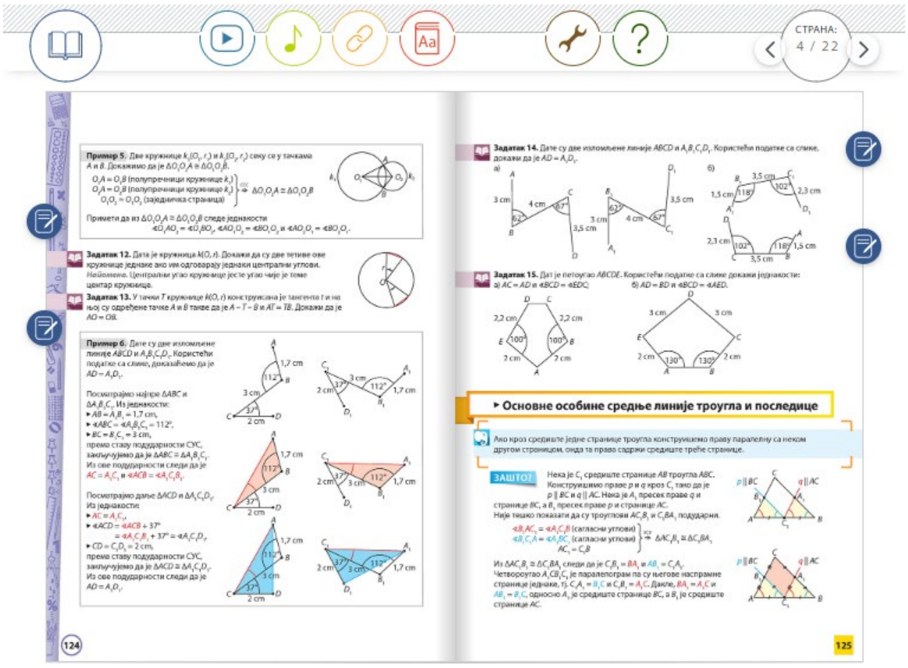


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 71

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о ставовима подударности троуглова и њиховој примени у доказивању геометријских тврђења.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • опише када су троуглови подударни; • доноси закључке о одговарајућим елементима подударних троуглова.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	троугао, подударност троуглова, ставови подударности троуглова		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Пример 5. Две кружнице $k_1(O_1, r_1)$ и $k_2(O_2, r_2)$ секу се у тачкама A и B. Докажимо да је $\Delta O_1O_2A \cong \Delta O_1O_2B$.

$$\left.\begin{array}{r} O_1A = O_1B \text{ (полупречници кружнице } k_1) \\ O_2A = O_2B \text{ (полупречници кружнице } k_2) \\ O_1O_2 = O_1O_2 \text{ (заједничка страница)} \end{array}\right\} \overset{ССС}{\Rightarrow} \Delta O_1O_2A \cong \Delta O_1O_2B$$

Примети да из $\Delta O_1O_2A \cong \Delta O_1O_2B$ следе једнакости
$\sphericalangle O_1AO_2 = \sphericalangle O_1BO_2$, $\sphericalangle AO_1O_2 = \sphericalangle BO_1O_2$ и $\sphericalangle AO_2O_1 = \sphericalangle BO_2O_1$.

Задатак 12. Дата је кружница $k(O, r)$. Докажи да су две тетиве ове кружнице једнаке ако им одговарају једнаки централни углови.
Напомена. Централни угао кружнице јесте угао чије је теме центар кружнице.

Задатак 13. У тачки T кружнице $k(O, r)$ конструисана је тангента t и на њој су одређене тачке A и B такве да је $A - T - B$ и $AT = TB$. Докажи да је $AO = OB$.

Пример 6. Дате су две изломљене линије $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. Користећи податке са слике, доказаћемо да је $AD = A_1D_1$.

Посматрајмо најпре ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$. Из једнакости:
- $AB = A_1B_1 = 1{,}7$ cm,
- $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A_1B_1C_1 = 112°$,
- $BC = B_1C_1 = 3$ cm,

према ставу подударности СУС, закључујемо да је $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$. Из ове подударности следи да је $AC = A_1C_1$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$.

Посматрајмо даље ΔACD и $\Delta A_1C_1D_1$. Из једнакости:
- $AC = A_1C_1$,
- $\sphericalangle ACD = \sphericalangle ACB + 37° = \sphericalangle A_1C_1B_1 + 37° = \sphericalangle A_1C_1D_1$,
- $CD = C_1D_1 = 2$ cm,

према ставу подударности СУС, закључујемо да је $\Delta ACD \cong \Delta A_1C_1D_1$. Из ове подударности следи да је $AD = A_1D_1$.

Задатак 14. Дате су две изломљене линије $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$. Користећи податке са слике, докажи да је $AD = A_1D_1$.

а) б)

Задатак 15. Дат је петоугао $ABCDE$. Користећи податке са слике докажи једнакости:
а) $AC = AD$ и $\sphericalangle BCD = \sphericalangle EDC$; б) $AD = BD$ и $\sphericalangle BCD = \sphericalangle AED$.

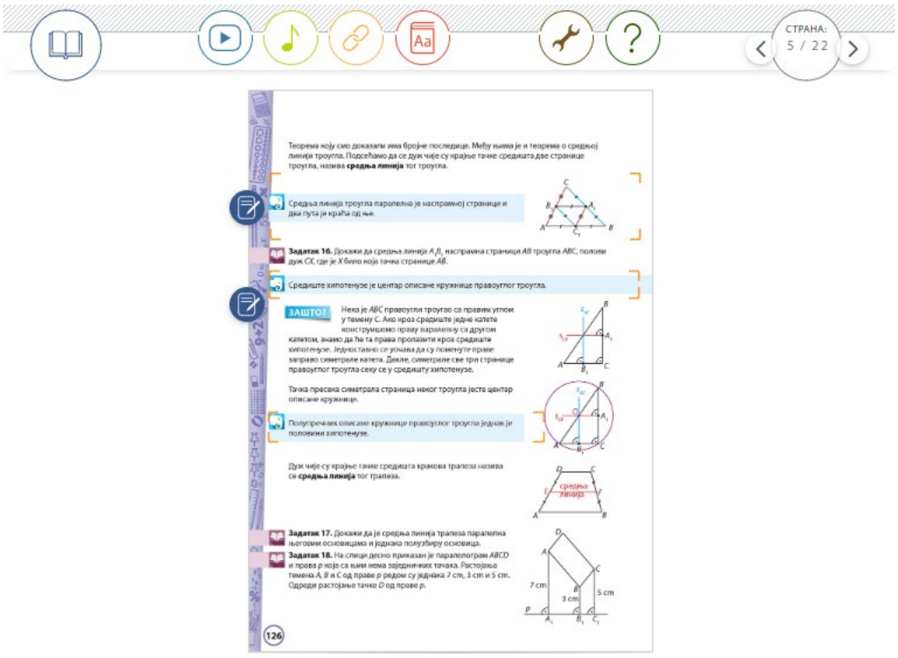
▸ Основне особине средње линије троугла и последице

Ако кроз средиште једне странице троугла конструишемо праву паралелну са неком другом страницом, онда та права садржи средиште треће странице.

ЗАШТО? Нека је C_1 средиште странице AB троугла ABC. Конструишимо праве p и q кроз C_1 тако да је $p \parallel BC$ и $q \parallel AC$. Нека је A_1 пресек праве q и странице BC, а B_1 пресек праве p и странице AC.
Није тешко показати да су троуглови AC_1B_1 и C_1BA_1 подударни.

$$\left.\begin{array}{r} \sphericalangle B_1AC_1 = \sphericalangle A_1C_1B \text{ (сагласни углови)} \\ \sphericalangle B_1C_1A = \sphericalangle A_1BC_1 \text{ (сагласни углови)} \\ AC_1 = C_1B \end{array}\right\} \overset{УСУ}{\Rightarrow} \Delta AC_1B_1 \cong \Delta C_1BA_1$$

Из $\Delta AC_1B_1 \cong \Delta C_1BA_1$ следи да је $C_1B_1 = BA_1$ и $AB_1 = C_1A_1$.
Четвороугао $A_1CB_1C_1$ је паралелограм па су његове наспрамне странице једнаке, тј. $C_1A_1 = B_1C$ и $C_1B_1 = A_1C$. Дакле, $BA_1 = A_1C$ и $AB_1 = B_1C$, односно A_1 је средиште странице BC, а B_1 је средиште странице AC.



Теорема коју смо доказали има бројне последице. Међу њима је и теорема о средњој линији троугла. Подсећамо да се дуж чије су крајње тачке средишта две странице троугла, назива **средња линија** тог троугла.

Средња линија троугла паралелна је наспрамној страници и два пута је краћа од ње.

Задатак 16. Докажи да средња линија A_1B_1 наспрамна страници AB троугла ABC, полови дуж CX, где је X било која тачка странице AB.

Средиште хипотенузе је центар описане кружнице правоуглог троугла.

ЗАШТО? Нека је ABC правоугли троугао са правим углом у темену C. Ако кроз средиште једне катете конструишемо праву паралелну са другом катетом, знамо да ће та права пролазити кроз средиште хипотенузе. Једноставно се уочава да су поменуте праве заправо симетрале катета. Дакле, симетрале све три странице правоуглог троугла секу се у средишту хипотенузе.

Тачка пресека симетрала страница неког троугла јесте центар описане кружнице.

Полупречник описане кружнице правоуглог троугла једнак је половини хипотенузе.

Дуж чије су крајње тачке средишта кракова трапеза назива се **средња линија** тог трапеза.

Задатак 17. Докажи да је средња линија трапеза паралелна његовим основицама и једнака полузбиру основица.

Задатак 18. На слици десно приказан је паралелограм $ABCD$ и права p која са њим нема заједничких тачака. Растојања темена A, B и C од праве p редом су једнака 7 cm, 3 cm и 5 cm. Одреди растојање тачке D од праве p.

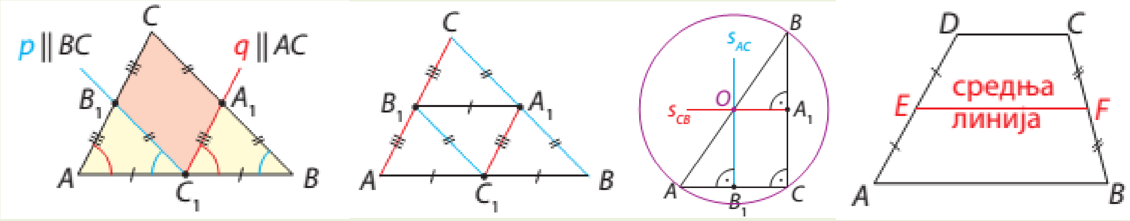
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Анализира детаљно израду домаћег задатка. Указује на идеје за решавање задатака са којима су ученици имали проблема приликом израде домаћег задатка. Обнавља са ученицима још једном релацију подударности троуглова и ставове подударности троуглова.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник истиче да у неким задацима није довољно искористити подударност два троугла како би се дошло до траженог закључка, већ да се некада мора посматрати већи број парова подударних троуглова и доказати подударност датих парова троуглова коришћењем прикладних ставова подударности. Да је то заиста случај наставник илуструје обрадом 6. примера из Уџбеника. Записује на табли тврђење, док ученици записују у својим свескама: **Ако кроз средиште једне странице троугла конструишемо праву паралелну са неком другом страницом, онда та права садржи средиште треће странице.** Дато тврђење поступно доказује, укључује ученике кроз дискусију, приликом доказивања датог тврђења, посебно истиче полазне претпоставке, а посебно изведене закључке.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – учествује у извођењу доказа тврђења; – решава пример (6. пример) и задатке (16. и 17. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника и тиме обнавља примену ставова подударности троуглова.

Пита ученике шта представља средња линија троугла и која су њена својства, па записује тврђење: **Средња линија троугла паралелна је наспрамној страници и два пута је краћа од ње.** Задаје ученицима да реше 16. задатак, обилази их и пружа им адекватну помоћ при изради задатка. Наглашава још једно тврђење значајно за правоугли троугао: **Средиште хипотенузе је центар описане кружнице правоуглог троугла.** Тврђење поступно доказује, па наводи последицу датог тврђења: **Полупречник описане кружнице правоуглог троугла једнак је половини хипотенузе.** Обнавља са ученицима да се дуж чије су крајње тачке средишта кракова трапеза назива средња линија трапеза. За крај задаје ученицима да реше и 17. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.4 *Примене ставова подударности*, слајд 4 и слајд 5).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима подударност троуглова и ставове подударности троуглова. Понавља са њима и тврђења која се односе на паралелограм, средњу линију троугла, правоугли троугао и шта подразумевамо под средњом линијом трапеза. Задаје ученицима домаћи задатак (17. задатак из Уџбеника и 73, 74. и 83. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Доказивање геометријских тврђења применом ставова подударности троуглова



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 72

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Припрема за други писмени задатак		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и утврђивање усвојених знања која се односе на степен чији је изложилац природан број, множење и дељење степена једнаких основа, степен степена, примену степена, као и на број дијагонала многоугла и збир углова многоугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број; • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева; • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број; • одреди укупан број дијагонала многоугла; • одреди укупан збир унутрашњих углова многоугла.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе у парове труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.	– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке; – учествује у дискусији; – анализира и закључује; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Изводи ученике пред таблу да испишу решења задатака које су решавали на часу.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика на датом часу
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Припрема за други писмени задатак

1. Вредност израза $\frac{32^8 \cdot 216^7 \cdot 9^{11}}{(2^{10} \cdot 3^7)^6}$ једнака је:

   а) 1; б) 3; в) 6; г) 36; д) $2^7 \cdot 3^{10}$.

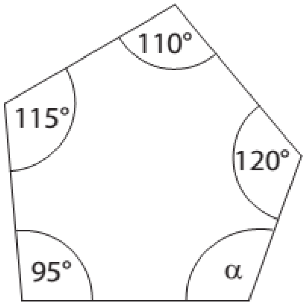
2. Вредност израза $\frac{x^{18} : (x^3 \cdot x)}{x^5 \cdot x^9}$ једнака је:

   а) x^2; б) x; в) -1; г) 0; д) 1.

3. Одреди стандардни запис реалног броја:

   а) $0{,}00000000015$; б) 77000000000; в) $625 \cdot 10^{-3}$.

4. Израчунај меру непознатог угла α на слици.



5. Ако је n број страница многоугла, d_n број његових дијагонала које се могу повући из једног темена и S_n збир унутрашњих углова, попуни дату табелу.

n	9				13	
d_n		8		5		
S_n			720°			1200°

6. Ако се збирови унутрашњих углова два многоугла разликују за 1440°, за колико се разликују бројеви њихових страница?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 73

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Други писмени задатак		
Тип часа:	час провере		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број; • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева; • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број; • одреди укупан број дијагонала многоугла; • одреди укупан збир унутрашњих углова многоугла.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	листићи са задацима, вежбанка		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:			
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (3 минута)	
Наставник дели ученицима задатке за други писмени задатак уз опште напомене о начину израде.	– Слуша упутства наставника.
Главни део часа (40 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста за други писмени задатак.
Завршни део часа (2 минута)	
Преузима радове од ученика.	– Предаје свој рад.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са другог писменог задатка.
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

VII разред – Други писмени задатак из математике

I група

1. Одреди стандардни запис реалног броја:
   а) 0,000009; б) 300000; в) $44 \cdot 10^{-4}$.

2. Израчунај: а) $\left(\left(3\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^5\right) : 7^3$; б) $0{,}25^4 : \frac{1}{4^4} - \left(\frac{1}{4}\right)^{11} \cdot 4^{12}$.

3. Упрости изразе:
   а) $\frac{a^3}{a^{11}}$; б) $x^4 \cdot x^6$; в) $(x^6)^2$; г) $\frac{(xy)^4 \cdot x}{x^4 \cdot y^6}$; д) $\frac{3^{2n+3}}{9^{n+1}}$.

4. За конвексан десетоугао одреди:
   а) број дијагонала које се могу повући из једног темена;
   б) укупан број дијагонала.

5. Израчунај број:
   а) темена; б) дијагонала
   многоугла код кога се збир унутрашњих и збир спољашњих углова разликују за 720°.

VII разред – Други писмени задатак из математике

II група

1. Одреди стандардни запис реалног броја:
   а) 0,00007; б) 2000000; в) $33 \cdot 10^{-5}$.

2. Израчунај: а) $\left(\left(-5\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 2^6\right) : 11^3$; б) $0,2^4 : \frac{1}{5^4} - \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot 3^9$.

3. Упрости изразе:
   а) $\frac{a^2}{a^9}$; б) $x^2 \cdot x^7$; в) $(x^5)^2$; г) $\frac{(xy)^5 \cdot x}{x^4 \cdot y^7}$; д) $\frac{2^{2n+3}}{4^{n+1}}$.

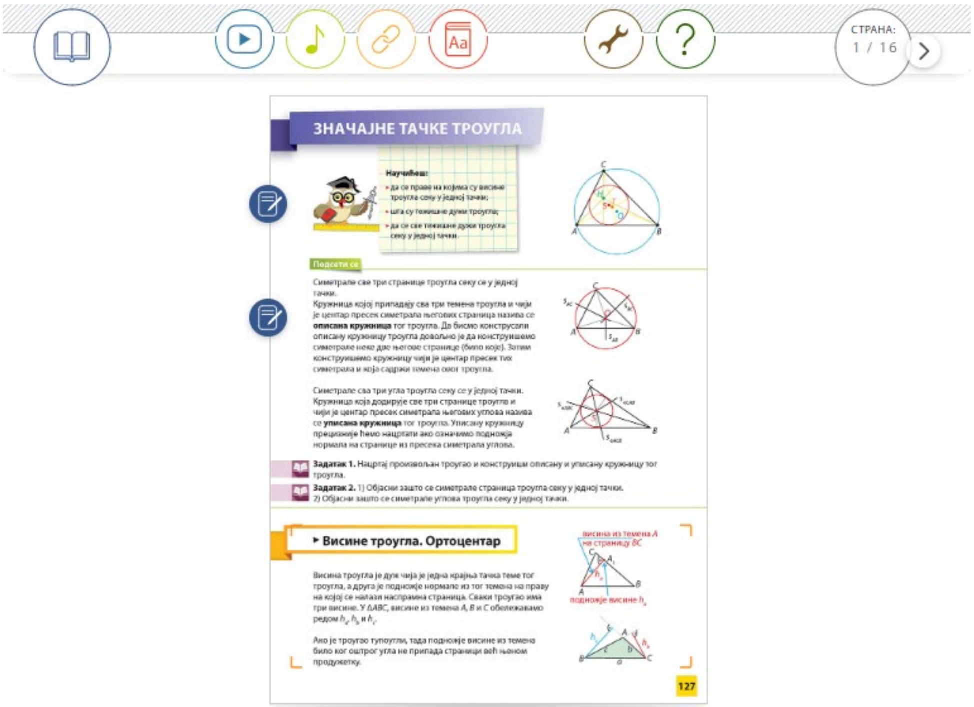
4. За конвексан деветоугао одреди:
   а) број дијагонала које се могу повући из једног темена;
   б) укупан број дијагонала.

5. Израчунај број:
   а) темена; б) дијагонала
   многоугла код кога се збир унутрашњих и збир спољашњих углова разликују за 540°.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 74

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Ортоцентар троугла		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са ортоцентром троугла као значајном тачком троугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди ортоцентар произвољног троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	троугао, висина, ортоцентар		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ЗНАЧАЈНЕ ТАЧКЕ ТРОУГЛА

Научићеш:

- да се праве на којима су висине троугла секу у једној тачки;
- шта су тежишне дужи троугла;
- да се све тежишне дужи троугла секу у једној тачки.

Подсети се

Симетрале све три странице троугла секу се у једној тачки.

Кружница којој припадају сва три темена троугла и чији је центар пресек симетрала његових страница назива се **описана кружница** тог троугла. Да бисмо конструсали описану кружницу троугла довољно је да конструишемо симетрале неке две његове странице (било које). Затим конструишемо кружницу чији је центар пресек тих симетрала и која садржи темена овог троугла.

Симетрале сва три угла троугла секу се у једној тачки. Кружница која додирује све три странице троугла и чији је центар пресек симетрала његових углова назива се **уписана кружница** тог троугла. Уписану кружницу прецизније ћемо нацртати ако означимо подножја нормала на странице из пресека симетрала углова.

Задатак 1. Нацртај произвољан троугао и конструиши описану и уписану кружницу тог троугла.

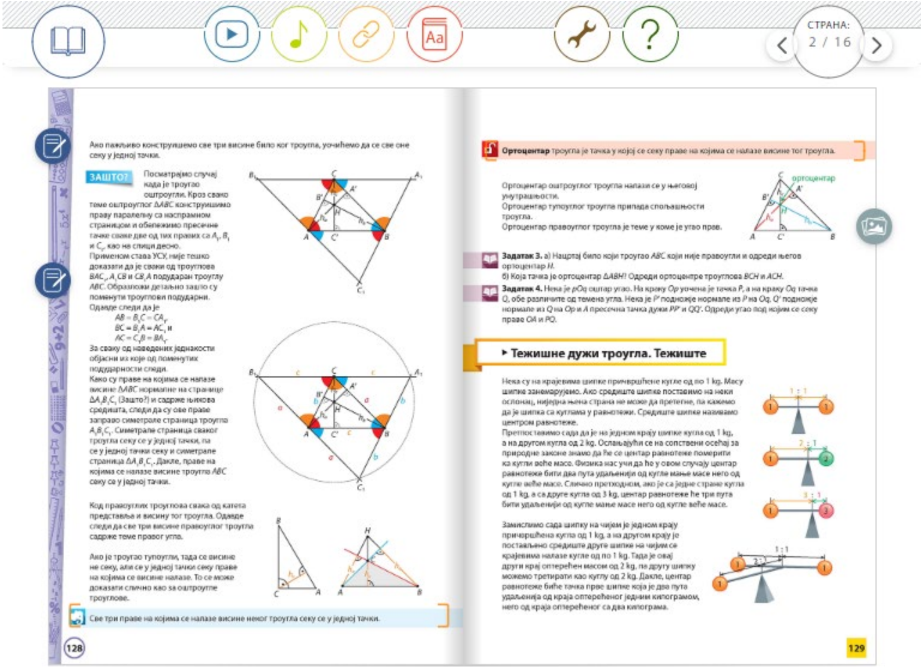
Задатак 2. 1) Објасни зашто се симетрале страница троугла секу у једној тачки.
2) Објасни зашто се симетрале углова троугла секу у једној тачки.

▸ Висине троугла. Ортоцентар

Висина троугла је дуж чија је једна крајња тачка теме тог троугла, а друга је подножје нормале из тог темена на праву на којој се налази наспрамна страница. Сваки троугао има три висине. У $\triangle ABC$, висине из темена A, B и C обележавамо редом h_a, h_b и h_c.

Ако је троугао тупоугли, тада подножје висине из темена било ког оштрог угла не припада страници већ њеном продужетку.

127



Ако пажљиво конструишемо све три висине било ког троугла, уочићемо да се све оне секу у једној тачки.

ЗАШТО? Посматрајмо случај када је троугао оштроугли. Кроз свако теме оштроуглог ΔABC конструишемо праву паралелну са наспрамном страницом и обележимо пресечне тачке сваке две од тих правих са A_1, B_1 и C_1, као на слици десно.
Применом става УСУ није тешко доказати да је сваки од троуглова BAC_1, A_1CB и CB_1A подударан троуглу ABC. Образложи детаљно зашто су поменути троуглови подударни.
Одавде следи да је

$AB = B_1C = CA_1$,
$BC = B_1A = AC_1$ и
$AC = C_1B = BA_1$.

За сваку од наведених једнакости објасни из које од поменутих подударности следи.
Како су праве на којима се налазе висине ΔABC нормалне на странице $\Delta A_1B_1C_1$ (Зашто?) и садрже њихова средишта, следи да су ове праве заправо симетрале страница троугла $A_1B_1C_1$. Симетрале страница сваког троугла секу се у једној тачки, па се у једној тачки секу и симетрале страница $\Delta A_1B_1C_1$. Дакле, праве на којима се налазе висине троугла ABC секу се у једној тачки.

Код правоуглих троуглова свака од катета представља и висину тог троугла. Одавде следи да све три висине правоуглог троугла садрже теме правог угла.

Ако је троугао тупоугли, тада се висине не секу, али се у једној тачки секу праве на којима се висине налазе. То се може доказати слично као за оштроугле троуглове.

Све три праве на којима се налазе висине неког троугла секу се у једној тачки.

128

Ортоцентар троугла је тачка у којој се секу праве на којима се налазе висине тог троугла.

Ортоцентар оштроуглог троугла налази се у његовој унутрашњости.
Ортоцентар тупоуглог троугла припада спољашњости троугла.
Ортоцентар правоуглог троугла је теме у коме је угао прав.

Задатак 3. а) Нацртај било који троугао ABC који није правоугли и одреди његов ортоцентар H.
б) Која тачка је ортоцентар ΔABH? Одреди ортоцентре троуглова BCH и ACH.

Задатак 4. Нека је pOq оштар угао. На краку Op уочена је тачка P, а на краку Oq тачка Q, обе различите од темена угла. Нека је P' подножје нормале из P на Oq, Q' подножје нормале из Q на Op и A пресечна тачка дужи PP' и QQ'. Одреди угао под којим се секу праве OA и PQ.

▸ **Тежишне дужи троугла. Тежиште**

Нека су на крајевима шипке причвршћене кугле од по 1 kg. Масу шипке занемарујемо. Ако средиште шипке поставимо на неки ослонац, ниједна њена страна не може да претегне, па кажемо да је шипка са куглама у равнотежи. Средиште шипке називамо центром равнотеже.
Претпоставимо сада да је на једном крају шипке кугла од 1 kg, а на другом кугла од 2 kg. Ослањајући се на сопствени осећај за природне законе знамо да ће се центар равнотеже померити ка кугли веће масе. Физика нас учи да ће у овом случају центар равнотеже бити два пута удаљенији од кугле мање масе него од кугле веће масе. Слично претходном, ако је са једне стране кугла од 1 kg, а са друге кугла од 3 kg, центар равнотеже ће три пута бити удаљенији од кугле мање масе него од кугле веће масе.

Замислимо сада шипку на чијем је једном крају причвршћена кугла од 1 kg, а на другом крају је постављено средиште друге шипке на чијим се крајевима налазе кугле од по 1 kg. Тада је овај други крај оптерећен масом од 2 kg, па другу шипку можемо третирати као куглу од 2 kg. Дакле, центар равнотеже биће тачка прве шипке која је два пута удаљенија од краја оптерећеног једним килограмом, него од краја оптерећеног са два килограма.

129

ТОК ЧАСА

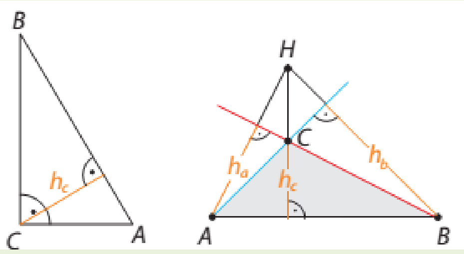
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима да се симетрале све три странице троугла секу у једној тачки и да се кружница којој припадају сва три темена троугла и чији је центар пресек симетрала његових страница назива описана кружница тог троугла. Обнавља са ученицима да је за конструкцију описане кружнице троугла довољно конструисати симетрале неке две његове странице (било које) и да затим конструишемо кружницу чији је центар пресек тих симетрала и која садржи темена овог троугла. Подсећа ученике да се симетрале сва три угла троугла такође секу у једној тачки и да се кружница која додирује све три странице троугла и чији је центар пресек симетрала његових углова назива уписана кружница троугла. Обнавља са ученицима да уписану кружницу прецизније можемо нацртати ако означимо подножја нормала на странице из пресека симетрала углова. Наглашава да се центар описане кружнице око троугла и центар уписане кружнице у дати троугао називају значајним тачкама троугла, али да нису једине и да ће на данашњем часу ученици учити о још једној значајној тачки троугла.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (25 минута)	

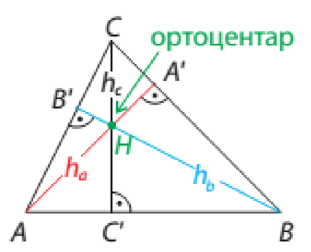
Обнавља са ученицима да под висином троугла подразумевамо дуж чија је једна крајња тачка теме тог троугла, а друга је подножје нормале из тог темена на праву на којој се налази наспрамна страница, као и да сваки троугао има три висине. Упознаје ученике са нотацијом за висине троугла у зависности од тога којој страници (темену) троугла одговарају. Наставник наглашава да ако је троугао тупоугли, тада подножје висине из темена било ког оштрог угла не припада страници, већ њеном продужетку. Истиче да ћемо ако пажљиво конструишемо све три висине произвољног троугла, уочити да се све три висине секу у једној тачки. Дато тврђење доказује најпре за оштроугли троугао, поступно, коришћењем подударности одговарајућих троуглова и особина симетрала страница троугла. Истиче да код правоуглих троуглова свака од катета представља и висину тог троугла на основу особина висине. Закључује, заједно са ученицима, да све три висине правоуглог троугла садрже теме правог угла. Даље, упознаје ученике да ако је троугао тупоугли, тада се висине не секу, али се у једној тачки секу праве на којима се висине налазе. Потом генерализује: **Све три праве на којима се налазе висине неког троугла секу се у једној тачки.** Истиче да је дата тачка значајна тачка троугла и да се зове ортоцентар, након чега записује на табли: **Ортоцентар троугла је тачка у којој се секу праве на којима се налазе висине тог троугла.** Дискутује са ученицима где се налази ортоцентар у зависности од врсте троугла, па закључује:ортоцентар оштроуглог троугла налази се у његовој унутрашњости; ортоцентар тупоуглог троугла припада спољашњости троугла; ортоцентар правоуглог троугла је теме у коме је угао прав. За крај решава заједно са ученицима 3. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.5 *Значајне тачке троугла*, слајд 1 и слајд 2). Упућује ученике на галерију слика (лекција 4.5 *Значајне тачке троугла*, слајд 2).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – доказује тврђење; – решава задатак (3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

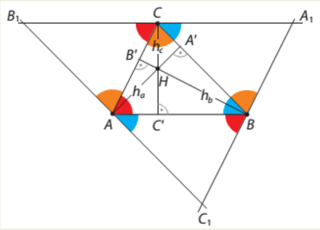
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима да се све висине, односно све три праве на којима се налазе висине неког троугла секу у једној тачки која се зове ортоцентар. Задаје им домаћи задатак (4. задатак из Уџбеника, 92. и 93. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Ортоцентар троугла







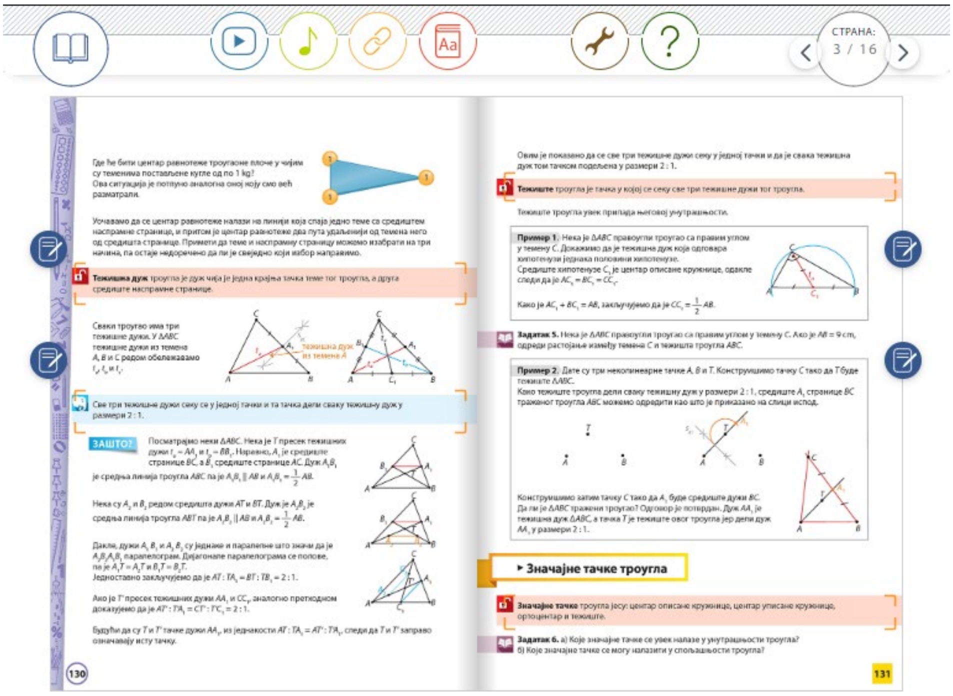
Начини провере оставрености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере оставрености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 75

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	

Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Тежишне дужи троугла. Тежиште		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са тежишним дужима троугла и тежиштем као значајном тачком троугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди тежиште произвољног троугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	Уџбеник, Збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из физике.		
Кључни појмови:	троугао, тежишне дужи троугла, тежиште		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Где ће бити центар равнотеже троугаоне плоче у чијим су теменима постављене кугле од по 1 kg?
Ова ситуација је потпуно аналогна оној коју смо већ разматрали.

Уочавамо да се центар равнотеже налази на линији која спаја једно теме са средиштем наспрамне странице, и притом је центар равнотеже два пута удаљенији од темена него од средишта странице. Примети да теме и наспрамну страницу можемо изабрати на три начина, па остаје недоречено да ли је свеједно који избор направимо.

Тежишна дуж троугла је дуж чија је једна крајња тачка теме тог троугла, а друга средиште наспрамне странице.

Сваки троугао има три тежишне дужи. У ΔABC тежишне дужи из темена A, B и C редом обележавамо t_a, t_b и t_c.

Све три тежишне дужи секу се у једној тачки и та тачка дели сваку тежишну дуж у размери 2 : 1.

Посматрајмо неки ΔABC. Нека је T пресек тежишних дужи $t_a = AA_1$ и $t_b = BB_1$. Наравно, A_1 је средиште странице BC, а B_1 средиште странице AC. Дуж A_1B_1 је средња линија троугла ABC па је $A_1B_1 \parallel AB$ и $A_1B_1 = \frac{1}{2}AB$.

Нека су A_2 и B_2 редом средишта дужи AT и BT. Дуж је A_2B_2 је средња линија троугла ABT па је $A_2B_2 \parallel AB$ и $A_2B_2 = \frac{1}{2}AB$.

Дакле, дужи A_1B_1 и A_2B_2 су једнаке и паралелне што значи да је $A_2B_2A_1B_1$ паралелограм. Дијагонале паралелограма се полове, па је $A_1T = A_2T$ и $B_1T = B_2T$.
Једноставно закључујемо да је $AT : TA_1 = BT : TB_1 = 2 : 1$.

Ако је T' пресек тежишних дужи AA_1 и CC_1, аналогно претходном доказујемо да је $AT' : T'A_1 = CT' : T'C_1 = 2 : 1$.

Будући да су T и T' тачке дужи AA_1, из једнакости $AT : TA_1 = AT' : T'A_1$, следи да T и T' заправо означавају исту тачку.

Овим је показано да се све три тежишне дужи секу у једној тачки и да је свака тежишна дуж том тачком подељена у размери 2 : 1.

Тежиште троугла је тачка у којој се секу све три тежишне дужи тог троугла.

Тежиште троугла увек припада његовој унутрашњости.

Пример 1. Нека је ΔABC правоугли троугао са правим углом у темену C. Докажимо да је тежишна дуж која одговара хипотенузи једнака половини хипотенузе.
Средиште хипотенузе C_1 је центар описане кружнице, одакле следи да је $AC_1 = BC_1 = CC_1$.

Како је $AC_1 + BC_1 = AB$, закључујемо да је $CC_1 = \frac{1}{2}AB$.

Задатак 5. Нека је ΔABC правоугли троугао са правим углом у темену C. Ако је $AB = 9$ cm, одреди растојање између темена C и тежишта троугла ABC.

Пример 2. Дате су три неколинеарне тачке A, B и T. Конструишимо тачку C тако да T буде тежиште ΔABC.
Како тежиште троугла дели сваку тежишну дуж у размери 2 : 1, средиште A_1 странице BC траженог троугла ABC можемо одредити као што је приказано на слици испод.

Конструишимо затим тачку C тако да A_1 буде средиште дужи BC. Да ли је ΔABC тражени троугао? Одговор је потврдан. Дуж AA_1 је тежишна дуж ΔABC, а тачка T је тежиште овог троугла јер дели дуж AA_1 у размери 2 : 1.

▸ Значајне тачке троугла

Значајне тачке троугла јесу: центар описане кружнице, центар уписане кружнице, ортоцентар и тежиште.

Задатак 6. а) Које значајне тачке се увек налазе у унутрашњости троугла?
б) Које значајне тачке се могу налазити у спољашњости троугла?

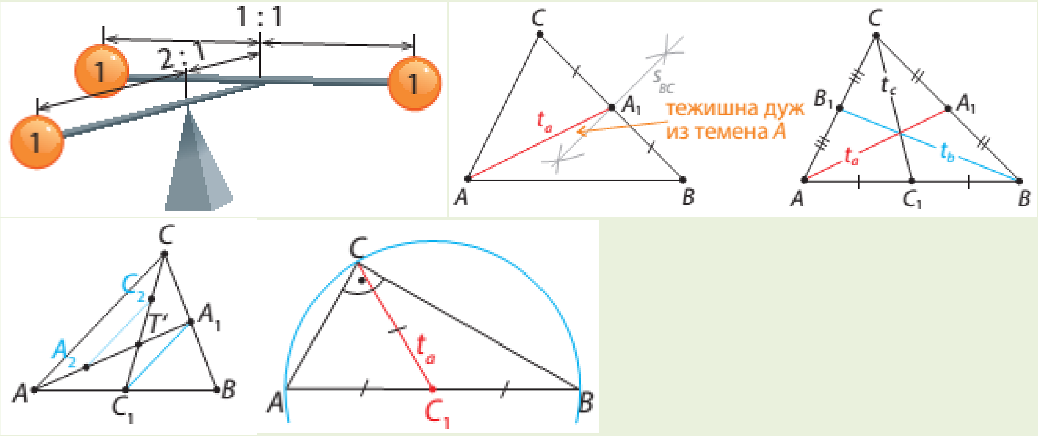
ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th>Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td>У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће. Обнавља са ученицима: центар описане кружнице око троугла и да се он налази у пресеку симетрала страница; центар уписане кружнице у троуглу и да се он налази у пресеку симетрала углова; ортоцентар, који се налази у пресеку правих којима припадају висине троугла. Истиче циљ часа, тачније да ће ученици на данашњем часу учити о четвртој значајној тачки троугла.</td><td>– Одговара на постављена питања наставника;
– учествује у дискусији.</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Главни део часа (35 минута)</td></tr>
<tr><td>Тежишне дужи и тежиште троугла наставник уводи успостављањем међупредметног повезивања са физиком, пошто тежиште представља центар равнотеже тела. Након упућивања ученика у то где треба поставити ослонац у зависности од односа маса тегова који се налазе на крајевима шипке, пита ученике где ће бити центар равнотеже троугаоне плоче у чијим су теменима постављене кугле од по један килограм. Кроз краћу дискусију припрема ученике за појам тежишта троугла и односа у коме тежиште дели тежишне дужи. Диктира ученицима:
Тежишна дуж троугла је дуж чија је једна крајња тачка теме тог троугла, а друга средиште наспрамне странице.
Указује на то да сваки троугао има три тежишне дужи и упућује ученике у нотацију за тежишне дужи у односу на то којој страници одговарају.
Потом на табли записује тврђење:
Све три тежишне дужи секу се у једној тачки и та тачка дели сваку тежишну дуж у размери 2: 1.
Дато тврђење доказује поступно, укључивањем ученика у извођење доказа, постављањем адекватних питања и потпитања. Истиче да је дата тачка значајна тачка троугла и да се зове тежиште, након чега записује на табли:
Тежиште троугла је тачка у којој се секу све три тежишне дужи тог троугла.
Доказује да је тежишна дуж која одговара хипотенузи једнака половини хипотенузе (пример 1), након чега заједно са ученицима решава 5. задатак.</td><td>– Прати упутства наставника;
– учествује у дискусији;
– даје промишљене одговоре на постављена питања;
– анализира и закључује;
– поставља питања;
– доказује тврђење;
– решава пример (1. пример) и задатак (5. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.</td></tr>
</table>

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.5 *Значајне тачке троугла*, слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима да се све тежишне дужи неког троугла секу у једној тачки која се зове тежиште и да тежиште дели сваку тежишну дуж у размери 2: 1. Задаје им домаћи задатак (94, 95. и 96. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Тежишне дужи троугла. Тежиште

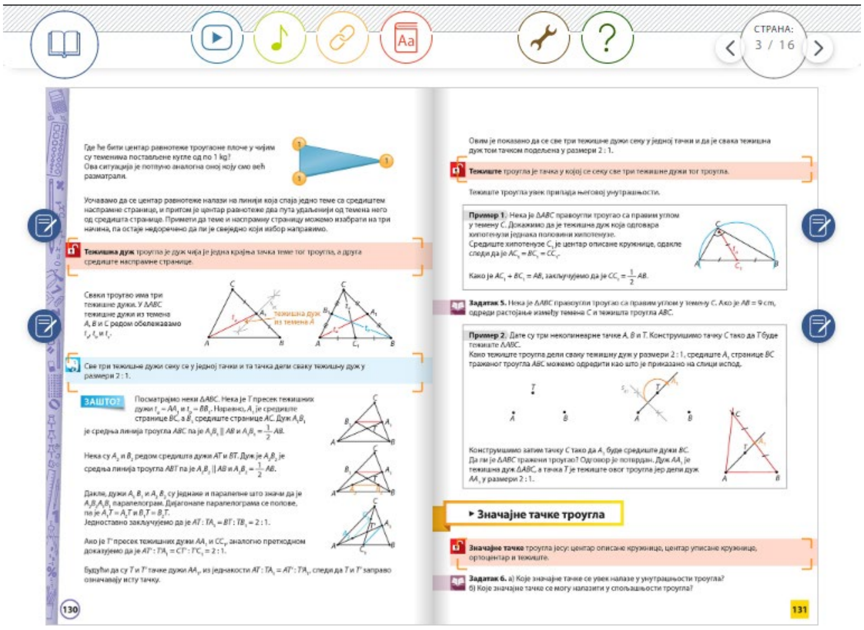


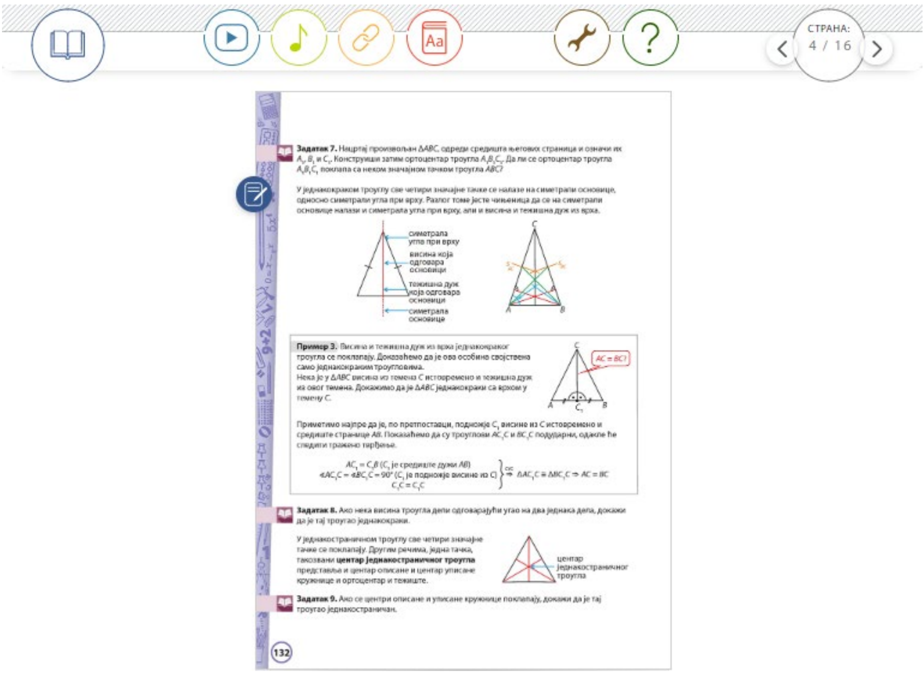
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 76

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Значајне тачке троугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о значајним тачкама троугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди тежиште произвољног троугла; • одреди ортоцентар произвољног троугла; • објасни где се налазе центар описане и уписане кружнице троугла; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из физике.		
Кључни појмови:	троугао, тежишне дужи троугла, тежиште, ортоцентар, симетрала странице, центар описане кружнице око троугла, симетрала угла, центар уписане кружнице у троуглу		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





Задатак 7. Нацртај произвољан ΔABC, одреди средишта његових страница и означи их A_1, B_1 и C_1. Конструиши затим ортоцентар троугла $A_1B_1C_1$. Да ли се ортоцентар троугла $A_1B_1C_1$ поклапа са неком значајном тачком троугла ABC?

У једнакокраком троуглу све четири значајне тачке се налазе на симетрали основице, односно симетрали угла при врху. Разлог томе јесте чињеница да се на симетрали основице налази и симетрала угла при врху, али и висина и тежишна дуж из врха.

Пример 3. Висина и тежишна дуж из врха једнакокраког троугла се поклапају. Доказаћемо да је ова особина својствена само једнакокраким троугловима.
Нека је у ΔABC висина из темена C истовремено и тежишна дуж из овог темена. Докажимо да је ΔABC једнакокраки са врхом у темену C.

Приметимо најпре да је, по претпоставци, подножје C_1 висине из C истовремено и средиште странице AB. Показаћемо да су троуглови AC_1C и BC_1C подударни, одакле ће следити тражено тврђење.

$$\left.\begin{array}{c} AC_1 = C_1B \text{ (}C_1\text{ је средиште дужи }AB\text{)} \\ \sphericalangle AC_1C = \sphericalangle BC_1C = 90^\circ \text{ (}C_1\text{ је подножје висине из }C\text{)} \\ C_1C = C_1C \end{array}\right\} \overset{СУС}{\Rightarrow} \Delta AC_1C \cong \Delta BC_1C \Rightarrow AC = BC$$

Задатак 8. Ако нека висина троугла дели одговарајући угао на два једнака дела, докажи да је тај троугао једнакокраки.

У једнакостраничном троуглу све четири значајне тачке се поклапају. Другим речима, једна тачка, такозвани **центар једнакостраничног троугла** представља и центар описане и центар уписане кружнице и ортоцентар и тежиште.

Задатак 9. Ако се центри описане и уписане кружнице поклапају, докажи да је тај троугао једнакостраничан.

132

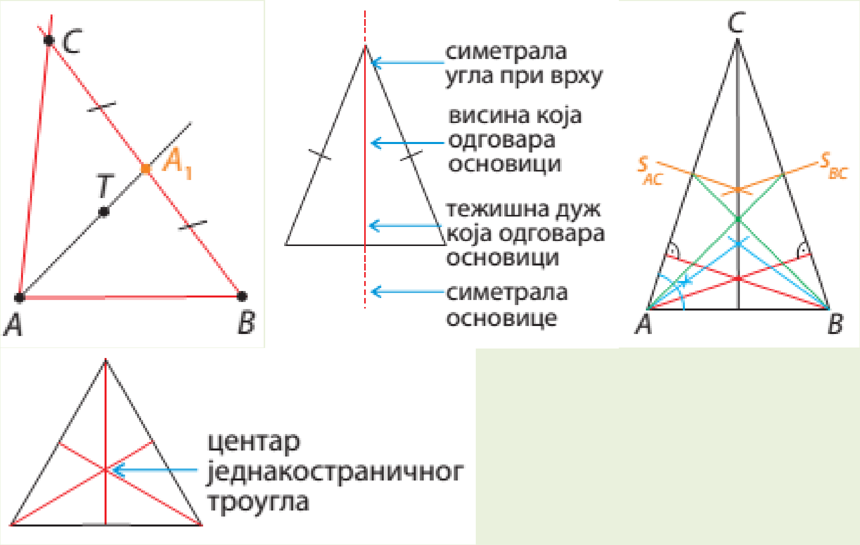
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће. Обнавља са ученицима значајне тачке троугла, као и у пресеку којих правих се дате тачке налазе.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Обрадом 2. примера указује ученицима на то да задаци који се односе на значајне тачке троугла нису само доказни, већ да међу њима и конструктивних задатака. Диктира ученицима: **Значајне тачке троугла јесу: центар описане кружнице, центар уписане кружнице, ортоцентар и тежиште.** Потом задаје ученицима да реше 6. задатак из Уџбеника и тиме утврде које значајне тачке се увек налазе у унутрашњости троугла, односно које значајне тачке се могу налазити у спољашњости троугла. Након што ученици реше 7. задатак, упознаје их са тим да се у једнакокраком троуглу све четири значајне тачке налазе на симетрали основице, односно симетрали угла при врху и да је разлог за то чињеница да се на симетрали основице налази и симетрала угла при врху, али и висина и тежишна дуж из врха. Обрадом 3. примера указује ученицима	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (2. и 3. пример) и задатке (6, 7, 8. и 9. задатак из Уџбеника и 103. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

на то да се висина и тежишна дуж из врха једнакокраког троугла поклапају и да је ова особина својствена само за једнакокраке троуглове. Потом задаје ученицима да реше 8. задатак уз његову помоћ. Поставља им питање да ли могу да закључе где се налазе значајне тачке у једнакостраничном троуглу и да ли за ову класу троуглова постоје поклапања. Након што ученици изнесу своја мишљења и закључке, наглашава да се у једнакостраничном троуглу све четири значајне тачке поклапају. Другим речима, једна тачка, такозвани центар једнакостраничног троугла представља и центар описане и центар уписане кружнице и ортоцентар и тежиште. Задаје ученицима да реше 9. задатак по узору на 3. пример. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 103. задатак из Збирке задатака (у супротном он остаје за домаћи задатак). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.5 *Значајне тачке троугла*, слајд 3 и слајд 4).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима значајне тачке троугла и њихово поклапање у једнакокраком троуглу, односно једнакостраничном троуглу. Задаје ученицима домаћи задатак (99. и 104. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Значајне тачке троугла



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 77

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Исправка другог писменог задатка		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна степен чији је изложилац природан број; • у задацима користи особине степена чији је изложилац природан број; • користи једнакости које се односе на степен производа реалних бројева, степен количника и степен степена реалних бројева; • користи стандардни (научни) запис реалног броја; • рачуна степенима броја 10 када је изложилац произвољан цео број; • одреди укупан број дијагонала многоугла; • одреди укупан збир унутрашњих углова многоугла.		
Наставне методе:	дијалошка		
Наставна средства:	креда (фломастери), табла, листићи са задацима		
Облици рада:	индивидуални, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење • комуникацију		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

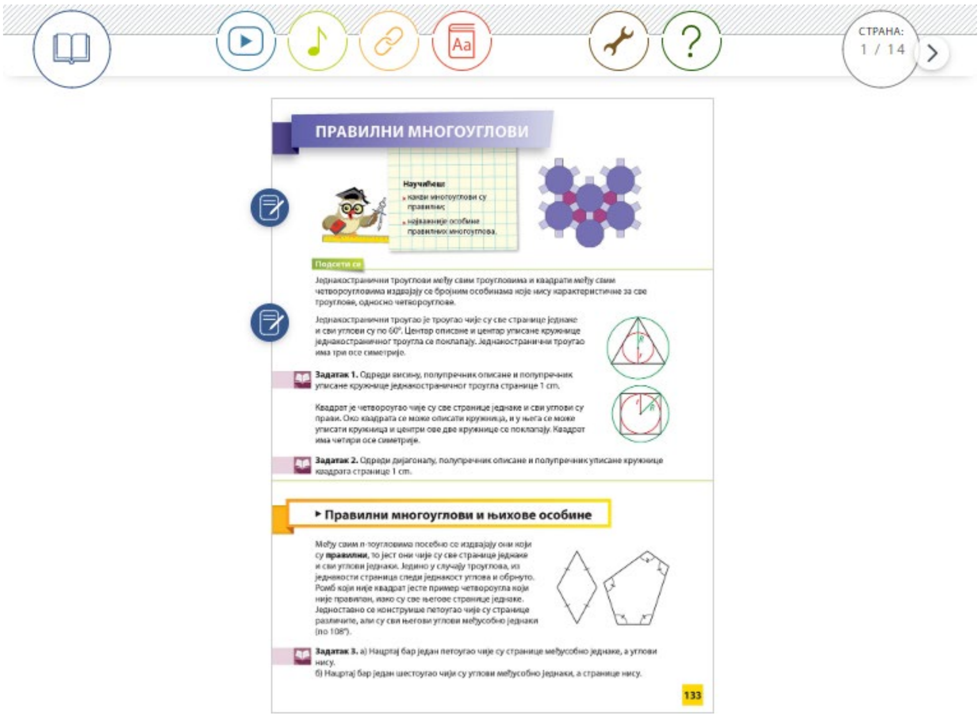
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Упознаје ученике са резултатима другог писменог задатка. Износи бодовање задатака и скалу оцењивања.	
Главни део час (35 минута)	
Анализира са ученицима задатке, дели таблу на два дела и паралелно изводи испред табле по два ученика (из сваке групе по једног). За сваки задатак из обе групе бира по једног ученика који је тачно урадио задатак.	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – прозвани ученици на табли исписују решења задатака са другог писменог задатка, објашњавају свој рад и одговарају на питања других ученика, док остали ученици решавају задатке у својим свескама; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Износи своја запажања и даје сугестије како превазићи одређене проблеме.	
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са другог писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 78

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Правилни многоуглови		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са правилним многоугловима и њиховим особинама.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • објасни својства правилних многоуглова; • користи особине правилних многоуглова у задацима.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Међупредметно повезивање успостављено је са предметом ликовна култура.		
Кључни појмови:	правилан многоугао, страница, угао, карактеристичан троугао, центар правилног многоугла		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПРАВИЛНИ МНОГОУГЛОВИ

Научићеш:
- какви многоуглови су правилни;
- најважније особине правилних многоуглова.

Подсети се

Једнакостранични троуглови међу свим троугловима и квадрати међу свим четвороугловима издвајају се бројним особинама које нису карактеристичне за све троуглове, односно четвороуглове.

Једнакостранични троугао је троугао чије су све странице једнаке и сви углови су по 60°. Центар описане и центар уписане кружнице једнакостраничног троугла се поклапају. Једнакостранични троугао има три осе симетрије.

Задатак 1. Одреди висину, полупречник описане и полупречник уписане кружнице једнакостраничног троугла странице 1 cm.

Квадрат је четвороугао чије су све странице једнаке и сви углови су прави. Око квадрата се може описати кружница, и у њега се може уписати кружница и центри ове две кружнице се поклапају. Квадрат има четири осе симетрије.

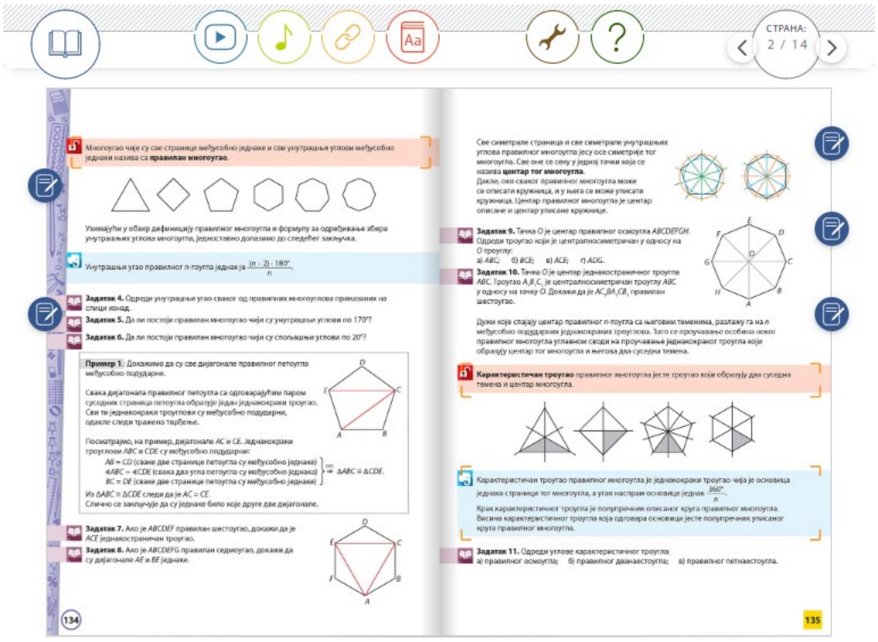
Задатак 2. Одреди дијагоналу, полупречник описане и полупречник уписане кружнице квадрата странице 1 cm.

▸ Правилни многоуглови и њихове особине

Међу свим n-тоугловима посебно се издвајају они који су **правилни**, то јест они чије су све странице једнаке и сви углови једнаки. Једино у случају троуглова, из једнакости страница следи једнакост углова и обрнуто. Ромб који није квадрат јесте пример четвороугла који није правилан, иако су све његове странице једнаке. Једноставно се конструише петоугао чије су странице различите, али су сви његови углови међусобно једнаки (по 108°).

Задатак 3. а) Нацртај бар један петоугао чије су странице међусобно једнаке, а углови нису.
б) Нацртај бар један шестоугао чији су углови међусобно једнаки, а странице нису.

133



Многоугао чије су све странице међусобно једнаке и сви унутрашњи углови међусобно једнаки назива са **правилан многоугао**.

Узимајући у обзир дефиницију правилног многоугла и формулу за одређивање збира унутрашњих углова многоугла, једноставно долазимо до следећег закључка.

Унутрашњи угао правилног n-тоугла једнак је $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$.

Задатак 4. Одреди унутрашњи угао сваког од правилних многоуглова приказаних на слици изнад.

Задатак 5. Да ли постоји правилан многоугао чији су унутрашњи углови по 170°?

Задатак 6. Да ли постоји правилан многоугао чији су спољашњи углови по 20°?

Пример 1. Докажимо да су све дијагонале правилног петоугла међусобно подударне.

Свака дијагонала правилног петоугла са одговарајућим паром суседних страница петоугла образује један једнакокраки троугао. Сви ти једнакокраки троуглови су међусобно подударни, одакле следи тражено тврђење.

Посматрајмо, на пример, дијагонале AC и CE. Једнакокраки троуглови ABC и CDE су међусобно подударни:

$$\left.\begin{array}{l} AB = CD \text{ (сваке две странице петоугла су међусобно једнаке)} \\ \sphericalangle ABC = \sphericalangle CDE \text{ (свака два угла петоугла су међусобно једнака)} \\ BC = DE \text{ (сваке две странице петоугла су међусобно једнаке)} \end{array}\right\} \xRightarrow{СУС} \triangle ABC \cong \triangle CDE.$$

Из $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ следи да је $AC = CE$.
Слично се закључује да су једнаке било које друге две дијагонале.

Задатак 7. Ако је $ABCDEF$ правилан шестоугао, докажи да је ACE једнакостраничан троугао.

Задатак 8. Ако је $ABCDEFG$ правилан седмоугао, докажи да су дијагонале AE и BE једнаке.

134

Све симетрале страница и све симетрале унутрашњих углова правилног многоугла јесу осе симетрије тог многоугла. Све оне се секу у једној тачки која се назива **центар тог многоугла**.
Дакле, око сваког правилног многоугла може се описати кружница, и у њега се може уписати кружница. Центар правилног многоугла је центар описане и центар уписане кружнице.

Задатак 9. Тачка O је центар правилног осмоугла $ABCDEFGH$. Одреди троугао који је централносиметричан у односу на O троуглу:
а) ABC; б) BCE; в) ACE; г) ADG.

Задатак 10. Тачка O је центар једнакостраничног троугла ABC. Троугао $A_1B_1C_1$ је централносиметричан троуглу ABC у односу на тачку O. Докажи да је $AC_1BA_1CB_1$ правилан шестоугао.

Дужи које спајају центар правилног n-тоугла са његовим теменима, разлажу га на n међусобно подударних једнакокраких троуглова. Зато се проучавање особина неког правилног многоугла углавном своди на проучавање једнакокраког троугла који образују центар тог многоугла и његова два суседна темена.

Карактеристичан троугао правилног многоугла јесте троугао који образују два суседна темена и центар многоугла.

Карактеристичан троугао правилног многоугла је једнакокраки троугао чија је основица једнака страници тог многоугла, а угао наспрам основице једнак $\frac{360^\circ}{n}$.
Крак карактеристичног троугла је полупречник описаног круга правилног многоугла. Висина карактеристичног троугла која одговара основици јесте полупречник уписаног круга правилног многоугла.

Задатак 11. Одреди углове карактеристичног троугла:
а) правилног осмоугла; б) правилног дванаестоугла; в) правилног петнаестоугла.

135

ТОК ЧАСА

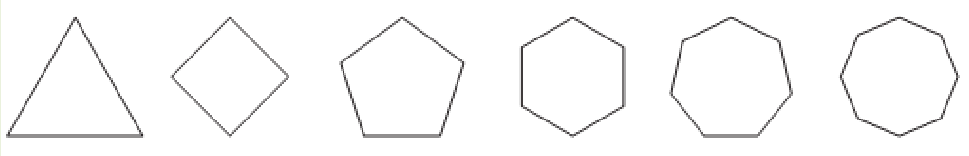
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима правилне многоуглове о којима су ученици учили у досадашњем математичком образовању: једнакостраничан троугао и квадрат. Обнавља са ученицима да је једнакостранични троугао онај троугао чије су све странице једнаке и чију су сви углови по 60°, да се центар описане и центар уписане кружнице једнакостраничног троугла поклапају и да има три осе симетрије. Понавља да је квадрат четвороугао чије су све странице једнаке и сви углови прави, да се око квадрата може описати кружница, да се у њега може уписати кружница, да се центри ове две кружнице поклапају и да квадрат има четири осе симетрије. Тражи од ученика да за два задатка (1. и 2. задатак из Уџбеника) опишу поступке за одређивање висине, полупречника описане и полупречника уписане кружнице једнакостраничног троугла, односно дијагонале, полупречника описане и полупречника уписане кружнице квадрата страница јединичне дужине, док ће решења задатака исписати за домаћи задатак. Дискутује са ученицима о томе који центар се добија у пресеку симетрала страница, а који у пресеку симетрала углова и зашто. Истиче циљ часа.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – излаже идеје за решавање задатака.
Главни део часа (30 минута)	

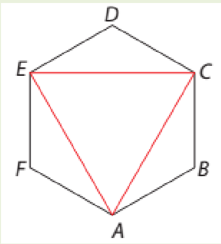
Истиче да се међу свим n-тоугловима посебно издвајају правилни, тј. многоуглови чије су све странице једнаке и сви углови једнаки. Наглашава да само код троуглова из једнакости страница следи једнакост углова и обрнуто, док већ код четвороугла то не важи (илуструје на примерима правоугаоника и ромба). Диктира ученицима: **Многоугао чије су све странице међусобно једнаке и сви унутрашњи углови међусобно једнаки назива са правилан многоугао.** Понавља формулу за збир унутрашњих углова многоуглова, па дискутује са ученицима о мери унутрашњег угла правилног n-тоугла, након чега закључује: **Унутрашњи угао правилног $\boldsymbol{n}$-тоугла једнак је $\boldsymbol{\frac{(n-2)\cdot 180^\circ}{n}}$.** Потом решава са ученицима 4. и 5. задатак из Уџбеника. Обрадом 1. примера доказује да су све дијагонале правилног петоугла међусобно подударне, након чега заједно са ученицима решава и 7. задатак из Уџбеника. Обрађује део изложен на врху 135. стране Уџбеника, где објашњава ученицима зашто постоји центар описане и уписане кружнице у правилном многоуглу и то повезује са уводним задацима. Упућује ученике да се под центром правилног многоугла подразумева тачка која је уједно и центар описане и центар уписане кружнице. На конкретним примерима показује ученицима да дужи које спајају центар правилног n-тоугла са његовим теменима разлажу правилан n-тоугао на n међусобно подударних једнакокраких троуглова и да се проучавање особина неког правилног многоугла углавном своди на проучавање једнакокраког троугла који образују центар тог многоугла и његова два суседна темена. Диктира ученицима: **Карактеристичан троугао правилног многоугла јесте троугао који образују два суседна темена и центар многоугла.** Након краће дисусије о дужинама страница и угловима карактеристичног троугла записује: **Карактеристичан троугао правилног многоугла је једнакокраки троугао чија је основица једнака страници тог многоугла, а угао наспрам основице једнак је $\boldsymbol{\frac{360^\circ}{n}}$.**	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. пример) и задатке (4, 5. и 7. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

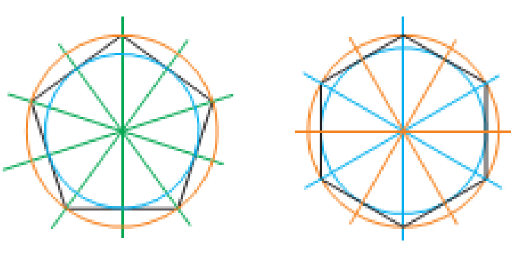
Крак карактеристичног троугла је полупречник описаног круга правилног многоугла. Висина карактеристичног троугла која одговара основици јесте полупречник уписаног круга правилног многоугла. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.6 *Правилни многоуглови*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима шта подразумевамо под правилним многоугловима, формулу за одређивање унутрашњег угла правилног *n*-тоугла, карактеристичан троугао правилног многоугла и његове карактеристике. Задаје ученицима домаћи задатак (1, 2, 6, 8, 9. и 10. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Правилни многоуглови





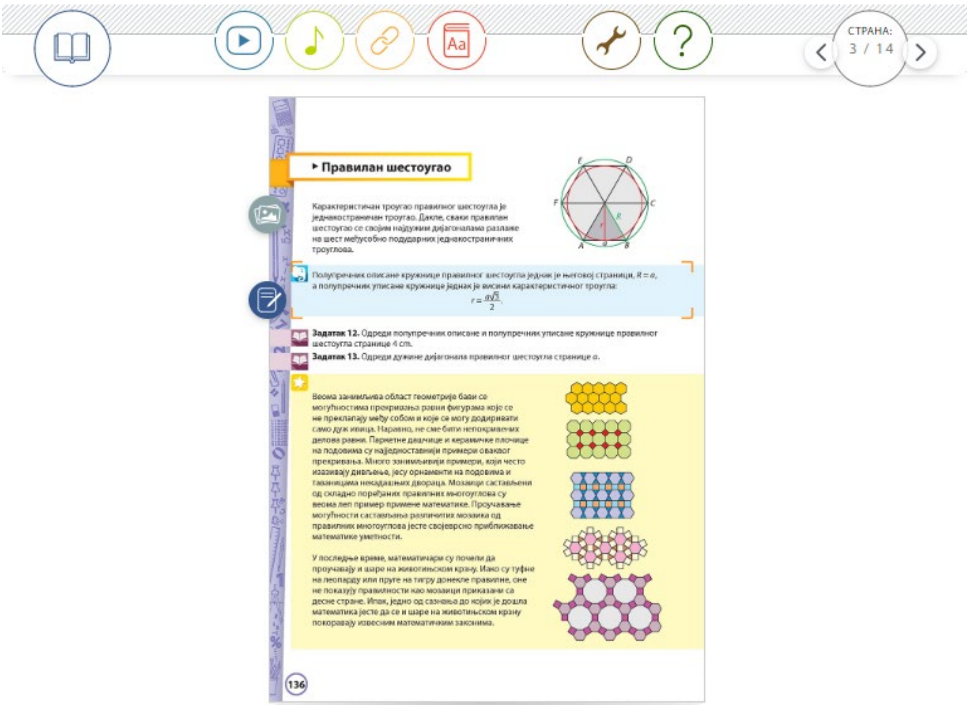


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 79

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Правилни многоуглови		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о правилним многоугловима и њиховим особинама.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • објасни својства правилих многоуглова; • користи особине правилних многоуглова у задацима.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са предметом ликовна култура.		
Кључни појмови:	правилан многоугао, страница, угао, карактеристичан троугао, центар правилног многоугла		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



▸ Правилан шестоугао

Карактеристичан троугао правилног шестоугла је једнакостраничан троугао. Дакле, сваки правилан шестоугао се својим најдужим дијагоналама разлаже на шест међусобно подударних једнакостраничних троуглова.

Полупречник описане кружнице правилног шестоугла једнак је његовој страници, $R = a$, а полупречник уписане кружнице једнак је висини карактеристичног троугла:

$$r = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Задатак 12. Одреди полупречник описане и полупречник уписане кружнице правилног шестоугла странице 4 cm.

Задатак 13. Одреди дужине дијагонала правилног шестоугла странице a.

Веома занимљива област геометрије бави се могућностима прекривања равни фигурама које се не преклапају међу собом и које се могу додиривати само дуж ивица. Наравно, не сме бити непокривених делова равни. Паркетне дашчице и керамичке плочице на подовима су најједноставнији примери оваквог прекривања. Много занимљивији примери, који често изазивају дивљење, јесу орнаменти на подовима и таваницама некадашњих двораца. Мозаици састављени од складно поређаних правилних многоуглова су веома леп пример примене математике. Проучавање могућности састављања различитих мозаика од правилних многоуглова јесте својеврсно приближавање математике уметности.

У последње време, математичари су почели да проучавају и шаре на животињском крзну. Иако су туфне на леопарду или пруге на тигру донекле правилне, оне не показују правилности као мозаици приказани са десне стране. Ипак, једно од сазнања до којих је дошла математика јесте да се и шаре на животињском крзну покоравају извесним математичким законима.

136

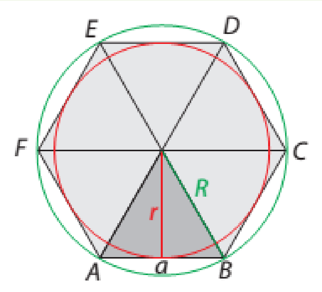
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима да су код правилних многоуглова све странице међусобно једнаке и сви унутрашњи углови међусобно једнаки, затим формулу за одређивање унутрашњег угла правилног n-тоугла, карактеристичан троугао правилног многоугла и његове особине.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Задаје ученицима да реше 11. задатак како би утврдили одређивање величина унутрашњих углова карактеристичног троугла правилног n-тоугла, у зависности од броја n. Потом прелази на, после једнакостраничног троугла и квадрата, вероватно најинтересантнији и у литератури најзаступљенији правилан многоугао – шестоугао. Кроз разговор са ученицима закључује да је карактеристичан троугао правилног шестоугла једнакостраничан троугао и да се сваки правилан шестоугао својим најдужим дијагоналама разлаже на шест међусобно подударних једнакостраничних троуглова. Записује на табли: **Полупречник описане кружнице правилног шестоугла једнак је његовој страници, $R = a$, а полупречник уписане кружнице једнак је висини карактеристичног троугла: $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.** Задаје ученицима да реше 12. и 13. задатак из Уџбеника, а потом им дели задатке (прилог 1) чијом израдом утврђују и продубљују знања која се односе на број дијагонала, углове правилног многоугла и друге карактеристике правилног многоугла, конкретно правилног дванаестоугла. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.6 *Правилни многоуглови*, слајд 3). Упућује ученике на галерију слика (лекција 4.6 *Правилни многоуглови*, слајд 3).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава задатке (11, 12. и 13. задатак из Уџбеника и задатке из наставног листа) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Задаје ученицима да за домаћи задатак обнове основне конструкције (нормала на праву из дате тачке, права кроз тачку паралелна датој правој) и да реше 1, 2. и 3. задатак на 137. страни Уџбеника. Анализира израду задатака из наставног листа, чиме проверава оствареност исхода са овог, али и са претходних часова. Напомена: Уколико услови дозвољавају, провера резултата се може спровести помоћу апликације *Kahoot* (или неке друге апликације), тако што ће у завршном делу часа ученици у облику квиза (са понуђеним одговорима/резултатима) упутити наставника у своје резултате и добити повратну информацију о тачности својих одговора. У супротном, ученици усменим путем упућују наставника у своје резулате.	– Упућује наставника у своје резултате задатака из наставног листа.

Изглед табле

Правилни многоуглови



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака – анализирање успешности ученика у решавању задатака из наставног листа
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Наставни лист – Правилни многоуглови

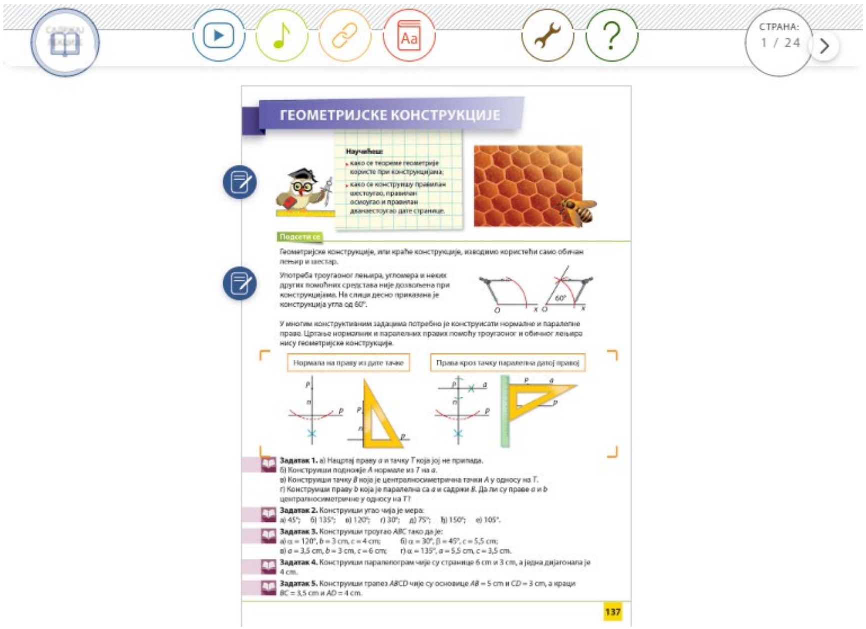
Дат је правилан дванаестоугао.

1. Колико дијагонала има овај многоугао?
2. Одреди унутрашњи угао овог многоугла.
3. Одреди спољашњи угао овог многоугла.
4. Колико оса симетрије има овај многоугао?
5. Да ли се у овај многоугао може уписати круг? Зашто?
6. Да ли се око овог многоугла може описати круг? Зашто?
7. Одреди унутрашње углове карактеристичног троугла овог многоугла.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 80

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Сложеније конструкције троугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о конструкцијама троугла, посебно о сложенијим конструкцијама троугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • конструише троугао уколико су задати одговарајући елементи троугла; • користи тврђења геометрије приликом решавања конструктивних задатака; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања.		
Кључни појмови:	троугао, конструкције		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ГЕОМЕТРИЈСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ

Научићеш:
- како се теореме геометрије користе при конструкцијама;
- како се конструишу правилан шестоугао, правилан осмоугао и правилан дванаестоугао дате странице.

Подсети се

Геометријске конструкције, или краће конструкције, изводимо користећи само обичан лењир и шестар.

Употреба троугаоног лењира, угломера и неких других помоћних средстава није дозвољена при конструкцијама. На слици десно приказана је конструкција угла од 60°.

У многим конструктивним задацима потребно је конструисати нормалне и паралелне праве. Цртање нормалних и паралелних правих помоћу троугаоног и обичног лењира нису геометријске конструкције.

Нормала на праву из дате тачке

Права кроз тачку паралелна датој правој

Задатак 1. а) Нацртај праву *a* и тачку *T* која јој не припада.
б) Конструиши подножје *A* нормале из *T* на *a*.
в) Конструиши тачку *B* која је централносиметрична тачки *A* у односу на *T*.
г) Конструиши праву *b* која је паралелна са *a* и садржи *B*. Да ли су праве *a* и *b* централносиметричне у односу на *T*?

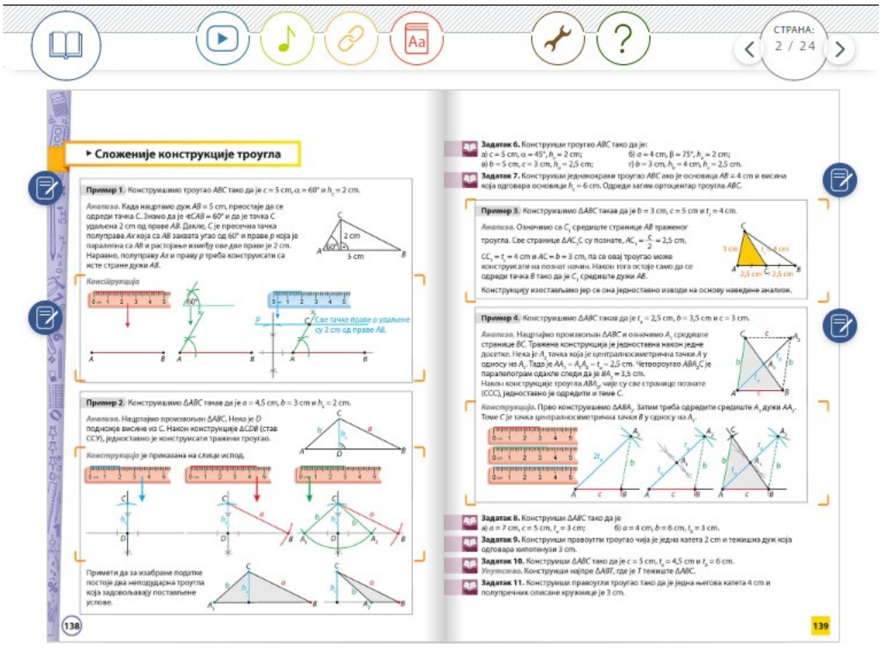
Задатак 2. Конструиши угао чија је мера:
а) 45°; б) 135°; в) 120°; г) 30°; д) 75°; ђ) 150°; е) 105°.

Задатак 3. Конструиши троугао *ABC* тако да је:
а) $\alpha = 120°$, $b = 3$ cm, $c = 4$ cm; б) $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $c = 5{,}5$ cm;
в) $a = 3{,}5$ cm, $b = 3$ cm, $c = 6$ cm; г) $\alpha = 135°$, $a = 5{,}5$ cm, $c = 3{,}5$ cm.

Задатак 4. Конструиши паралелограм чије су странице 6 cm и 3 cm, а једна дијагонала је 4 cm.

Задатак 5. Конструиши трапез *ABCD* чије су основице $AB = 5$ cm и $CD = 3$ cm, а краци $BC = 3{,}5$ cm и $AD = 4$ cm.

137



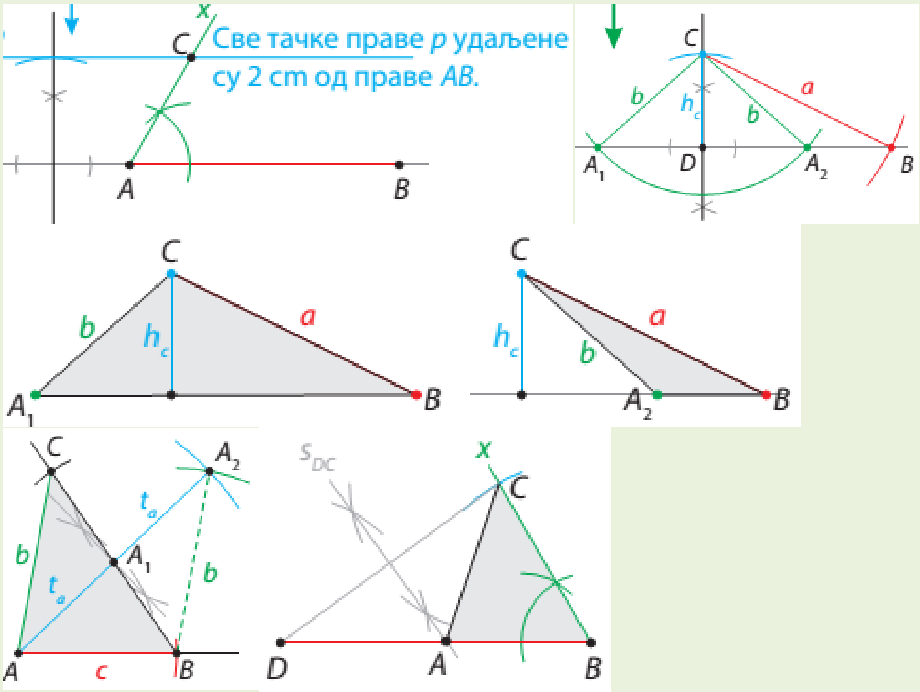
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (8 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка. Детаљно врши увид у конструкције које су ученици изводили за домаћи задатак, отклања нејасноће, указује на нетачне поступке и истиче значај прецизности приликом израде конструкција.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник подсећа ученике да су у шестом разреду усвајали поступке конструкција троуглова и да су се том приликом ослањали на ставове подударности троуглова. Истиче циљ часа, односно указује ученицима на то да ће на данашњем часу решавати неке теже конструктивне задатке, који захтевају не само примену ставова подударности троуглова, већ и познавање тврђења геометрије, која су ученици усвајали на претходним часовима математике. Обрадом 1. примера илуструје идеју и поступак конструкције троугла дате дужине странице, мере једног налеглог угла на ту страницу и дужине висине која одговара тој страници. Подсећа ученике на фазе решавања задатака (нарочито конструктивних) и решава задатак са посебним истицањем анализе и конструкције. Потом обрађује и 2. пример, где конструише троугао познатих дужина двеју страница и висине која одговара трећој	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – конструише троуглове у својим свескама; – решава примере (1, 2, 4. и 5. пример) уз помоћ наставника.

страници. Поред анализе и конструкције, нарочито истиче дискусију у овом примеру, јер задатак има два решења (два неподударна троугла која задовољавају услове задатка). Да је допуна троугла до неке друге фигуре (конкретно паралелограма) често идеја у конструктивним задацима како би се искористиле особине троуглова и четвороуглова (тежишне дужи троугла и дијагонале паралелограма) наставник упознаје ученике обрадом 4. примера. Слично, заједно са ученицима решава и 5. пример, где користи особине једнакокраког троугла како би решио задатак. Обраду сваког од примера прати велики број коментара, питања, потпитања и сугестија наставника како би ученици били максимално укључени у решавање задатака. Наставник води рачуна да ученици коректно спроводе поступке конструкција у својим свескама и да правилно користе геометријски прибор. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (2 минута)	
Задаје ученицима домаћи задатак (3. пример и 6, 7. и 8. задатак из Уџбеника).	

Изглед табле

Сложеније конструкције троугла

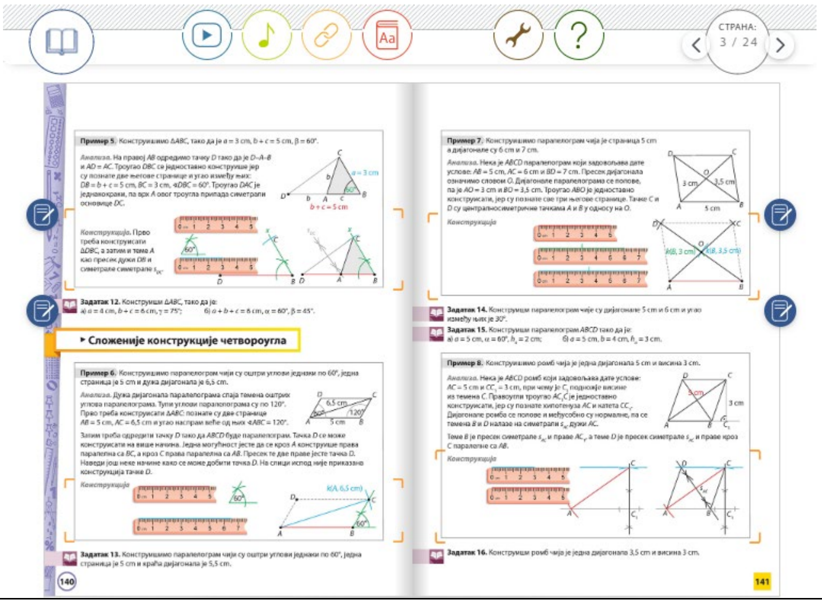

Све тачке праве *p* удаљене су 2 cm од праве *AB*.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 81

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Сложеније конструкције четвороугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о конструкцијама четвороугла, посебно о сложенијим конструкцијама четвороугла.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • конструише четвороугао уколико су задати одговарајући елементи четвороугла; • користи тврђења геометрије приликом решавања конструктивних задатака; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања.		
Кључни појмови:	четвороугао, конструкције		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Пример 5. Конструишимо ΔABC, тако да је $a = 3$ cm, $b + c = 5$ cm, $\beta = 60°$.

Анализа. На правој AB одредимо тачку D тако да је $D–A–B$ и $AD = AC$. Троугао DBC се једноставно конструише јер су познате две његове странице и угао између њих: $DB = b + c = 5$ cm, $BC = 3$ cm, $\sphericalangle DBC = 60°$. Троугао DAC је једнакокраки, па врх A овог троугла припада симетрали основице DC.

Конструкција. Прво треба конструисати ΔDBC, а затим и теме A као пресек дужи DB и симетрале симетрале s_{DC}.

Задатак 12. Конструиши ΔABC, тако да је:
а) $a = 4$ cm, $b + c = 8$ cm, $\gamma = 75°$;
б) $a + b + c = 8$ cm, $\alpha = 60°$, $\beta = 45°$.

▸ Сложеније конструкције четвороугла

Пример 6. Конструишимо паралелограм чији су оштри углови једнаки по 60°, једна страница је 5 cm и дужа дијагонала је 6,5 cm.

Анализа. Дужа дијагонала паралелограма спаја темена оштрих углова паралелограма. Тупи углови паралелограма су по 120°. Прво треба конструисати ΔABC: познате су две странице $AB = 5$ cm, $AC = 6{,}5$ cm и угао наспрам веће од њих $\sphericalangle ABC = 120°$.

Затим треба одредити тачку D тако да $ABCD$ буде паралелограм. Тачка D се може конструисати на више начина. Једна могућност јесте да се кроз A конструише права паралелна са BC, а кроз C права паралелна са AB. Пресек те две праве јесте тачка D. Наведи још неке начине како се може добити тачка D. На слици испод није приказана конструкција тачке D.

Конструкција

Задатак 13. Конструишимо паралелограм чији су оштри углови једнаки по 60°, једна страница је 5 cm и краћа дијагонала је 5,5 cm.

Пример 7. Конструишимо паралелограм чија је страница 5 cm а дијагонале су 6 cm и 7 cm.

Анализа. Нека је $ABCD$ паралелограм који задовољава дате услове: $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm и $BD = 7$ cm. Пресек дијагонала означимо словом O. Дијагонале паралелограма се полове, па је $AO = 3$ cm и $BO = 3{,}5$ cm. Троугао ABO је једноставно конструисати, јер су познате све три његове странице. Тачке C и D су централносиметричне тачкама A и B у односу на O.

Конструкција

Задатак 14. Конструиши паралелограм чије су дијагонале 5 cm и 6 cm и угао између њих је 30°.

Задатак 15. Конструиши паралелограм $ABCD$ тако да је:
а) $a = 5$ cm, $\alpha = 60°$, $h_a = 2$ cm;
б) $a = 5$ cm, $b = 4$ cm, $h_a = 3$ cm.

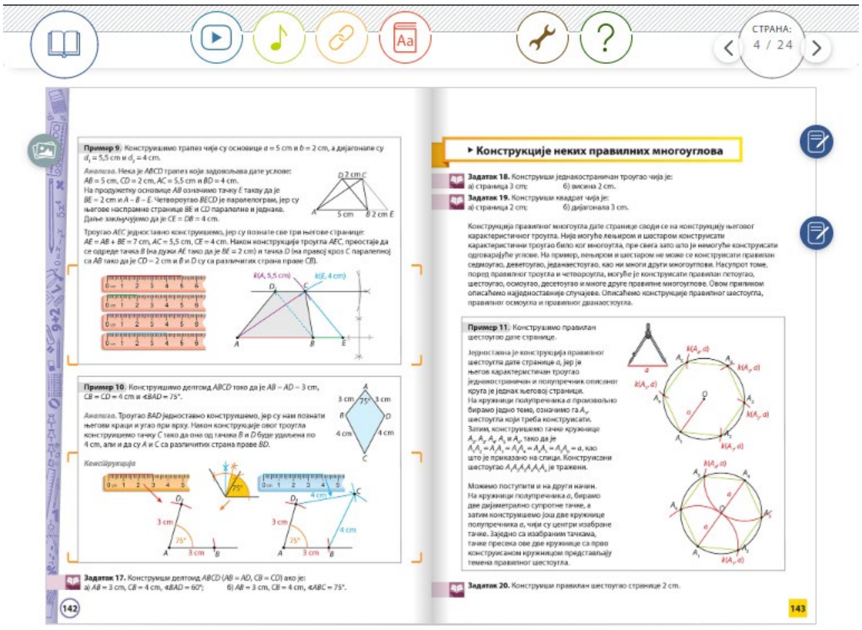
Пример 8. Конструишимо ромб чија је једна дијагонала 5 cm и висина 3 cm.

Анализа. Нека је $ABCD$ ромб који задовољава дате услове: $AC = 5$ cm и $CC_1 = 3$ cm, при чему је C_1 подножје висине из темена C. Правоугли троугао AC_1C је једноставно конструисати, јер су познате хипотенуза AC и катета CC_1. Дијагонале ромба се полове и међусобно су нормалне, па се темена B и D налазе на симетрали s_{AC} дужи AC.

Теме B је пресек симетрале s_{AC} и праве AC_1, а теме D је пресек симетрале s_{AC} и праве кроз C паралелне са AB.

Конструкција

Задатак 16. Конструиши ромб чија је једна дијагонала 3,5 cm и висина 3 cm.



Пример 9. Конструишимо трапез чије су основице $a = 5$ cm и $b = 2$ cm, а дијагонале су $d_1 = 5{,}5$ cm и $d_2 = 4$ cm.

Анализа. Нека је $ABCD$ трапез који задовољава дате услове: $AB = 5$ cm, $CD = 2$ cm, $AC = 5{,}5$ cm и $BD = 4$ cm. На продужетку основице AB означимо тачку E такву да је $BE = 2$ cm и $A - B - E$. Четвороугао $BECD$ је паралелограм, јер су његове наспрамне странице BE и CD паралелне и једнаке. Даље закључујемо да је $CE = DB = 4$ cm.

Троугао AEC једноставно конструишемо, јер су познате све три његове странице: $AE = AB + BE = 7$ cm, $AC = 5{,}5$ cm, $CE = 4$ cm. Након конструкције троугла AEC, преостаје да се одреде тачка B (на дужи AE тако да је $BE = 2$ cm) и тачка D (на правој кроз C паралелној са AB тако да је $CD = 2$ cm и B и D су са различитих страна праве CB).

Пример 10. Конструишимо делтоид $ABCD$ тако да је $AB = AD = 3$ cm, $CB = CD = 4$ cm и $\measuredangle BAD = 75°$.

Анализа. Троугао BAD једноставно конструишемо, јер су нам познати његови краци и угао при врху. Након конструкције овог троугла конструишемо тачку C тако да она од тачака B и D буде удаљена по 4 cm, али и да су A и C са различитих страна праве BD.

Конструкција

Задатак 17. Конструиши делтоид $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) ако је:
а) $AB = 3$ cm, $CB = 4$ cm, $\measuredangle BAD = 60°$;
б) $AB = 3$ cm, $CB = 4$ cm, $\measuredangle ABC = 75°$.

▸ Конструкције неких правилних многоуглова

Задатак 18. Конструиши једнакостраничан троугао чија је:
а) страница 3 cm;
б) висина 2 cm.

Задатак 19. Конструиши квадрат чија је:
а) страница 2 cm;
б) дијагонала 3 cm.

Конструкција правилног многоугла дате странице своди се на конструкцију његовог карактеристичног троугла. Није могуће лењиром и шестаром конструисати карактеристични троугао било ког многоугла, пре свега зато што је немогуће конструисати одговарајуће углове. На пример, лењиром и шестаром не може се конструисати правилан седмоугао, деветоугао, једанаестоугао, као ни многи други многоуглови. Насупрот томе, поред правилног троугла и четвороугла, могуће је конструисати правилан петоугао, шестоугао, осмоугао, десетоугао и многе друге правилне многоуглове. Овом приликом описаћемо најједноставније случајеве. Описаћемо конструкције правилног шестоугла, правилног осмоугла и правилног дванаестоугла.

Пример 11. Конструишимо правилан шестоугао дате странице.

Једноставна је конструкција правилног шестоугла дате странице a, јер је његов карактеристичан троугао једнакостраничан и полупречник описаног круга је једнак његовој страници. На кружници полупречника a произвољно бирамо једно теме, означимо га A_1, шестоугла који треба конструисати. Затим, конструишемо тачке кружнице A_2, A_3, A_4, A_5 и A_6, тако да је $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = a$, као што је приказано на слици. Конструисани шестоугао $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ је тражени.

Можемо поступити и на други начин. На кружници полупречника a, бирамо две дијаметрално супротне тачке, а затим конструишемо још две кружнице полупречника a, чији су центри изабране тачке. Заједно са изабраним тачкама, тачке пресека ове две кружнице са прво конструисаном кружницом представљају темена правилног шестоугла.

Задатак 20. Конструиши правилан шестоугао странице 2 cm.

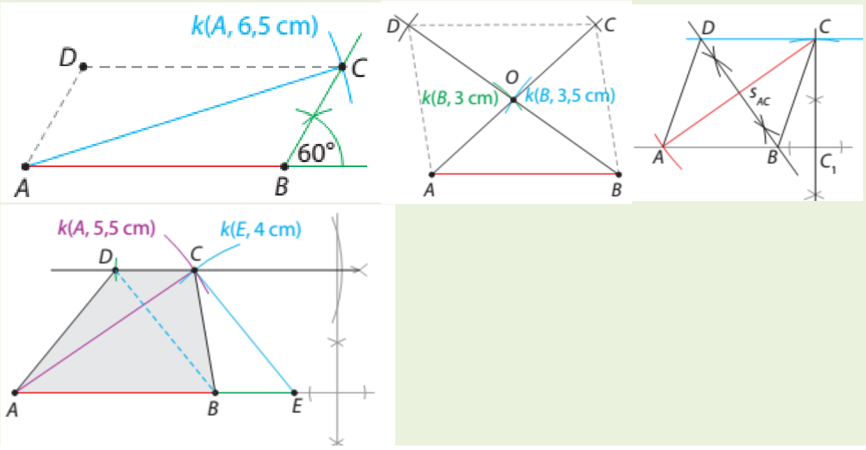
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка. Детаљно врши увид у конструкције троуглова које су ученици изводили за домаћи задатак, отклања нејасноће, указује на нетачне поступке и истиче значај прецизности приликом израде конструкција.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник подсећа ученике да су у шестом разреду, поред конструкција троуглова, усвајали поступке конструкција четвороуглова које су се углавном сводиле на конструкције троуглова и њихову допуну до траженог четвороугла (уз ослањање на ставове подударности троуглова). Истиче циљ часа, односно саопштава ученицима да ће на данашњем часу решавати нешто сложеније конструктивне задатке, који захтевају и познавање тврђења геометрије. Обрадом 6. примера илуструје идеју и поступак конструкције паралелограма дате: дужине једне странице, мере једног налеглог угла на ту страницу (самим тиме и другог угла) и дужине веће дијагонале, уз ослањање на став ССУ. Тражи од ученика да понове фазе решавања конструктивних задатака, а потом решава задатак са посебним истицањем анализе и конструкције. Обрађује и 7. пример, где	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – конструише четвороуглове у својој свесци; – решава примере (6, 7, 8. и 9. пример) уз помоћ наставника.

конструише паралелограм коме су познате дужине једне странице и обе дијагонале, користећи се особином паралелограма да се дијагонале полове. Затим решавањем 8. примера показује ученицима како да конструишу ромб ако су познате дужине једне дијагонале и висине ромба, користећи особину да се дијагонале полове и секу под правим углом, другим речима да једна дијагонала припада симетрали друге дијагонале. Да је доцртавање неке друге фигуре (конкретно паралелограма) често идеја у конструктивним задацима како би се искористиле особине четвороуглова наставник упознаје ученике обрадом 9. примера, где конструише трапез познатих дужина основица и оба крака. Задаје ученицима да конструишу делтоид познатих дужина страница и датим углом између две странице једнаких дужина уколико остане довољно времена (пример 10). У супротном ученици конструктивно решавају задатак за домаћи, коришћењем упутстава из Уџбеника. **Интерактиван приказ** – *Конструкција четвороугла*. Коришћењем дигиталног садржаја (видео-материјала) наставник илуструје поступак конструкције четвороугла и повезује га са популарним „змајем за пуштање”, који има облик делтоида (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 3). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 3). Упућује ученике на галерију слика (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 4).	
Завршни део часа (5 минута)	
Отклања евентуалне нејасноће код ученике, одговара на питања која се односе на сложеније конструкције четвороуглова и задаје ученицима домаћи задатак (13, 14, 15, 16. и 17. задатак из Уџбеника).	

Изглед табле

Сложеније конструкције четвороугла

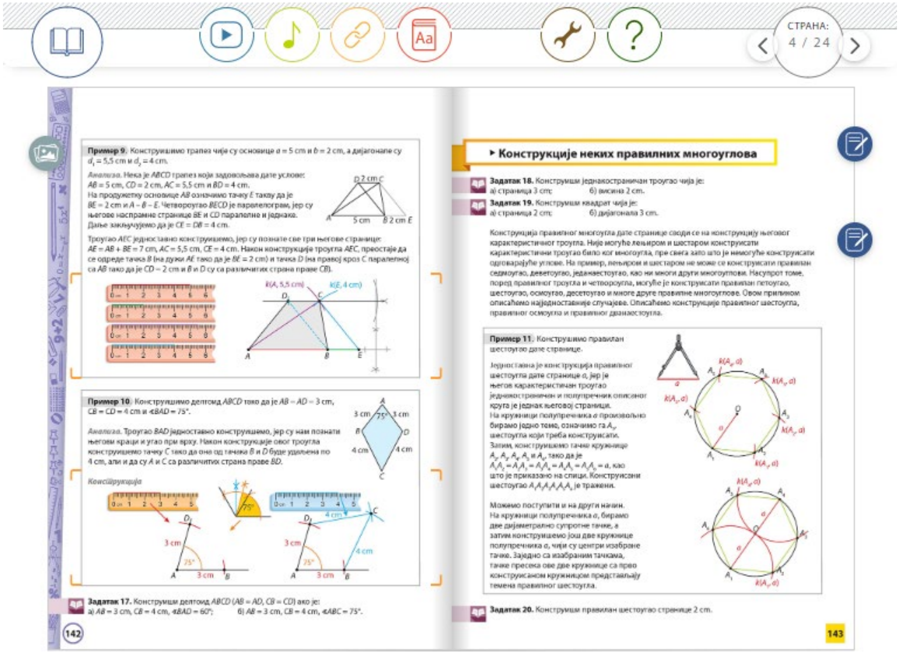


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 82

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Конструкције неких правилних многоуглова		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са конструкцијама неких правилних многоуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • конструише једнакостраничан троугао, квадрат и правилан шестоугао дате странице; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања.		
Кључни појмови:	правилан многоугао, конструкције, једнакостраничан троугао, квадрат, правилан шестоугао		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Пример 9. Конструишимо трапез чије су основице $a = 5$ cm и $b = 2$ cm, а дијагонале су $d_1 = 5{,}5$ cm и $d_2 = 4$ cm.

Анализа. Нека је $ABCD$ трапез који задовољава дате услове: $AB = 5$ cm, $CD = 2$ cm, $AC = 5{,}5$ cm и $BD = 4$ cm.
На продужетку основице AB означимо тачку E такву да је $BE = 2$ cm и $A - B - E$. Четвороугао $BECD$ је паралелограм, јер су његове наспрамне странице BE и CD паралелне и једнаке.
Даље закључујемо да је $CE = DB = 4$ cm.

Троугао AEC једноставно конструишемо, јер су познате све три његове странице: $AE = AB + BE = 7$ cm, $AC = 5{,}5$ cm, $CE = 4$ cm. Након конструкције троугла AEC, преостаје да се одреде тачка B (на дужи AE тако да је $BE = 2$ cm) и тачка D (на правој кроз C паралелној са AB тако да је $CD = 2$ cm и B и D су са различитих страна праве CB).

Пример 10. Конструишимо делтоид $ABCD$ тако да је $AB = AD = 3$ cm, $CB = CD = 4$ cm и $\sphericalangle BAD = 75°$.

Анализа. Троугао BAD једноставно конструишемо, јер су нам познати његови краци и угао при врху. Након конструкције овог троугла конструишемо тачку C тако да она од тачака B и D буде удаљена по 4 cm, али и да су A и C са различитих страна праве BD.

Конструкција

Задатак 17. Конструиши делтоид $ABCD$ ($AB = AD$, $CB = CD$) ако је:
а) $AB = 3$ cm, $CB = 4$ cm, $\sphericalangle BAD = 60°$;
б) $AB = 3$ cm, $CB = 4$ cm, $\sphericalangle ABC = 75°$.

142

Конструкције неких правилних многоуглова

Задатак 18. Конструиши једнакостраничан троугао чија је:
а) страница 3 cm;
б) висина 2 cm.

Задатак 19. Конструиши квадрат чија је:
а) страница 2 cm;
б) дијагонала 3 cm.

Конструкција правилног многоугла дате странице своди се на конструкцију његовог карактеристичног троугла. Није могуће лењиром и шестаром конструисати карактеристични троугао било ког многоугла, пре свега зато што је немогуће конструисати одговарајуће углове. На пример, лењиром и шестаром не може се конструисати правилан седмоугао, деветоугао, једанаестоугао, као ни многи други многоуглови. Насупрот томе, поред правилног троугла и четвороугла, могуће је конструисати правилан петоугао, шестоугао, осмоугао, десетоугао и многе друге правилне многоуглове. Овом приликом описаћемо најједноставније случајеве. Описаћемо конструкције правилног шестоугла, правилног осмоугла и правилног дванаестоугла.

Пример 11. Конструишимо правилан шестоугао дате странице.

Једноставна је конструкција правилног шестоугла дате странице a, јер је његов карактеристичан троугао једнакостраничан и полупречник описаног круга је једнак његовој страници.
На кружници полупречника a произвољно бирамо једно теме, означимо га A_1, шестоугла који треба конструисати.
Затим, конструишемо тачке кружнице A_2, A_3, A_4, A_5 и A_6, тако да је $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = a$, као што је приказано на слици. Конструисани шестоугао $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ је тражени.

Можемо поступити и на други начин.
На кружници полупречника a, бирамо две дијаметрално супротне тачке, а затим конструишемо још две кружнице полупречника a, чији су центри изабране тачке. Заједно са изабраним тачкама, тачке пресека ове две кружнице са прво конструисаном кружницом представљају темена правилног шестоугла.

Задатак 20. Конструиши правилан шестоугао странице 2 cm.

143

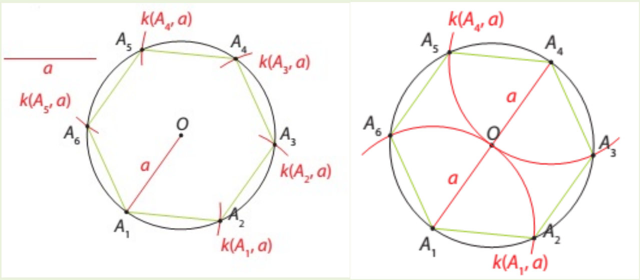
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка. Детаљно врши увид у конструкције које су ученици изводили за домаћи задатак, отклања нејасноће, указује на нетачне поступке и истиче значај прецизности приликом израде конструкција. Обнавља са ученицима појам правилног многоугла, као и карактеристичан троугао правилног многоугла и његове елементе.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник најпре задаје ученицима да конструишу правилне многоуглове са којима су се највише сретали у досадашњем математичком образовању: једнакостраничан троугао и квадрат дате странице, односно једнакостраничан троугао дате висине и квадрат дате дијагонале (18. и 19. задатак из Уџбеника). Помаже ученицима тако што их подсећа да се други делови задатака своде на конструкције правоуглог троугла чији су оштри углови 60° и 30°, односно једнакокрако-правоуглог троугла. Упућује ученике у то да се конструкција правилног многоугла дате странице своди на конструкцију његовог карактеристичног троугла. Наглашава притом да није могуће лењиром и шестаром конструисати карактеристични троугао било ког многоугла зато што је немогуће конструисати одређене централне углове. Наводи примере неких правилних многоуглова које није могуће конструисати прибором за геометрију, али наводи и правилне многоуглове које је могуће конструисати само уз помоћ лењира и шестара. Потом упућује ученике у поступак конструкције правилног шестоугла дате странице (11. пример). Наглашава да је његов карактеристичан троугао једнакостраничан троугао и да је полупречник описаног круга једнак његовој страници, те је поступак конструкције прилично једноставан. Дати пример решава на два начина. **Интерактиван приказ** – *Конструкција шестоугла*. Коришћењем дигиталног садржаја (видео-материјала) наставник илуструје поступак конструкције правилног шестоугла (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 4).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – конструише правилне шестоуглове у својој свесци; – решава пример (11. пример) и задатке (18, 19, 20, 21. и 22. из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 4). Задаје ученицима 20. и 21. задатак, где конкретизују дати поступак. За то време их обилази и помаже где је то потребно. Потом наставник решава 22. задатак, тј. конструише правилан шестоугао дате дужине његове краће дијагонале.	
Завршни део часа (5 минута)	
Отклања евентуалне нејасноће код ученике, понавља поступке конструкције правилног шестоугла дате странице, односно полупречника описане и уписане кружнице и краће дијагонале. Задаје ученицима домаћи задатак (151, 156. и 157. задатак из Збирке задатака).	

Изглед табле

Конструкције неких правилних многоуглова

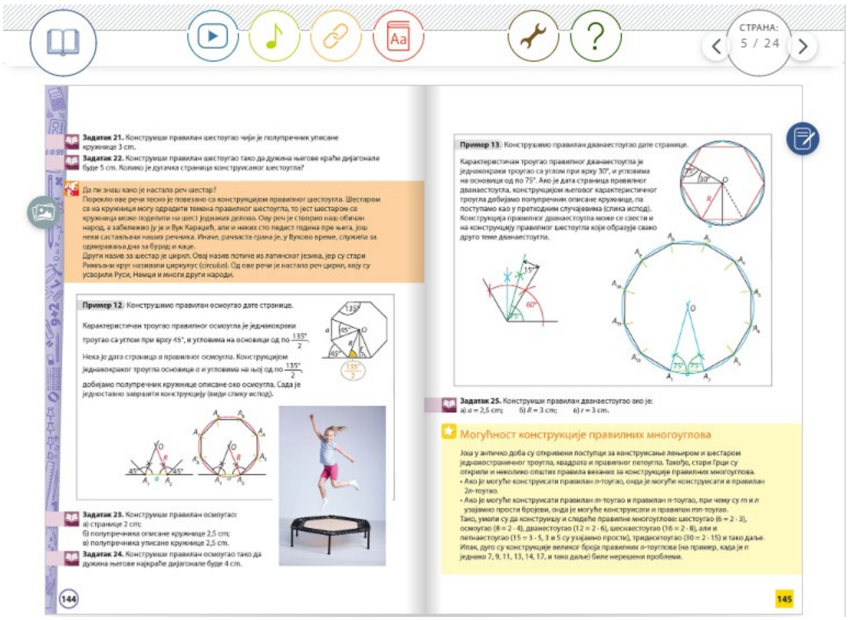


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 83

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Конструкције неких правилних многоуглова		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о конструкцијама неких правилних многоуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • конструише једнакостраничан троугао, квадрат, правилан шестоугао, правилан осмоугао и правилан дванаестоугао дате странице; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања.		
Кључни појмови:	правилан многоугао, конструкције, карактеристичан троугао, шестоугао, осмоугао, дванаестоугао		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Задатак 21. Конструиши правилан шестоугао чији је полупречник уписане кружнице 3 cm.

Задатак 22. Конструиши правилан шестоугао тако да дужина његове краће дијагонале буде 5 cm. Колико је дугачка страница конструисаног шестоугла?

Да ли знаш како је настала реч шестар?
Порекло ове речи тесно је повезано са конструкцијом правилног шестоугла. Шестаром се на кружници могу одредити темена правилног шестоугла, то јест шестаром се кружница може поделити на шест једнаких делова. Ову реч је створио наш обичан народ, а забележио ју је и Вук Караџић, али и неких сто педесет година пре њега, још неки састављачи наших речника. Иначе, рачваста грана је, у Вуково време, служила за одмеравања дна за бурад и каце.
Други назив за шестар је циркл. Овај назив потиче из латинског језика, јер су стари Римљани круг називали циркулус (circulus). Од ове речи је настало реч циркл, коју су усвојили Руси, Немци и многи други народи.

Пример 12. Конструишимо правилан осмоугао дате странице.

Карактеристичан троугао правилног осмоугла је једнакокраки троугао са углом при врху 45°, и угловима на основици од по $\frac{135°}{2}$.

Нека је дата страница a правилног осмоугла. Конструкцијом једнакокраког троугла основице a и угловима на њој од по $\frac{135°}{2}$, добијамо полупречник кружнице описане око осмоугла. Сада је једноставно завршити конструкцију (види слику испод).

Задатак 23. Конструиши правилан осмоугао:
а) странице 2 cm;
б) полупречника описане кружнице 2,5 cm;
в) полупречника уписане кружнице 2,5 cm.

Задатак 24. Конструиши правилан осмоугао тако да дужина његове најкраће дијагонале буде 4 cm.

144

Пример 13. Конструишимо правилан дванаестоугао дате странице.

Карактеристичан троугао правилног дванаестоугла је једнакокраки троугао са углом при врху 30°, и угловима на основици од по 75°. Ако је дата страница правилног дванаестоугла, конструкцијом његовог карактеристичног троугла добијамо полупречник описане кружнице, па поступамо као у претходним случајевима (слика испод). Конструкција правилног дванаестоугла може се свести и на конструкцију правилног шестоугла који образује свако друго теме дванаестоугла.

Задатак 25. Конструиши правилан дванаестоугао ако је:
а) $a = 2{,}5$ cm; б) $R = 3$ cm; в) $r = 3$ cm.

Могућност конструкције правилних многоуглова

Још у античко доба су откривени поступци за конструисање лењиром и шестаром једнакостраничног троугла, квадрата и правилног петоугла. Такође, стари Грци су открили и неколико општих правила везаних за конструкције правилних многоуглова.
- Ако је могуће конструисати правилан n-тоугао, онда је могуће конструисати и правилан $2n$-тоугао.
- Ако је могуће конструисати правилан m-тоугао и правилан n-тоугао, при чему су m и n узајамно прости бројеви, онда је могуће конструисати и правилан mn-тоугао.

Тако, умели су да конструишу и следеће правилне многоуглове: шестоугао $(6 = 2 \cdot 3)$, осмоугао $(8 = 2 \cdot 4)$, дванаестоугао $(12 = 2 \cdot 6)$, шеснаестоугао $(16 = 2 \cdot 8)$, али и петнаестоугао $(15 = 3 \cdot 5$, 3 и 5 су узајамно прости), тридесетоугао $(30 = 2 \cdot 15)$ и тако даље. Ипак, дуго су конструкције великог броја правилних n-тоуглова (на пример, када је n једнако 7, 9, 11, 13, 14, 17, и тако даље) биле нерешени проблеми.

145

Суштину геометријских конструкција правилних многоуглова први је схватио велики немачки математичар Гаус, тек 1796. године. Гаус је тада имао непуних деветнаест година. Његов приступ решавању овог проблема био је алгебарски, а само решење представља неочекивану и задивљујућу везу између геометрије и теорије бројева. Испоставља се да је проблем конструкције правилних многоуглова директно повезан са Фермаовим простим бројевима. Бројеви облика $2^{2^k} + 1$, $k \in N_0$, називају се Фермаови бројеви, јер их је он први изучавао решавајући проблеме везане за теорију бројева. Првих пет Фермаових бројева 3 ($2^{2^0} + 1 = 3$), 5 ($2^{2^1} + 1 = 5$), 17, 257, 65 537 јесу прости бројеви. Шести Фермаов број 4 294 967 297 није прост (4 294 967 297 = 641 · 6 700 417). Чувена Гаусова теорема гласи: Правилан n-тоугао се може конструисати лењиром и шестаром једино ако је n природан број облика 2^k, $k > 1$, или је облика $2^k p_1 p_2 \dots p_s$, $k \ge 0$, при чему су $p_1, p_2, \dots, p_s$ неки Фермаови прости бројеви. Из Гаусове теореме следи да је могуће лењиром и шестаром конструисати правилан седамнаестоугао (ту конструкцију је први извео Гаус), али да није могуће лењиром и шестаром конструисати правилан седмоугао, једанаестоугао и тако даље.

Немачки математичар Карл Фридрих Гаус (1777–1855) један је од највећих математичара свих времена. Дао је веома значајне доприносе скоро свим областима математике. Још као дете показивао је изузетну надареност. Најпознатија је прича према којој је Гаус, са 10 година, веома брзо израчунао збир свих природних бројева од 1 до 100. Гаусов учитељ се надао да ће овим задатком упослити разред на дуже време. Веома се изненадио када је Гаус скоро одмах дао одговор: 5 050. До резултата је дошао на следећи начин:

$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$
$= (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (50 + 51)$
$= 50 \cdot 101 = 5\,050.$

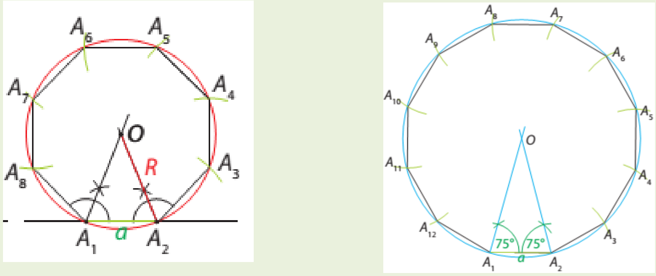
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник детаљно анализира израду домаћег задатка. Обнавља са ученицима појам правилног многоугла, карактеристичан троугао правилног многоугла и његове елементе, као и поступке конструкције правилног шестоугла дате странице, полупречника описане и уписане кружнице и краће дијагонале.	– одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник на табли конструише правилан осмоугао дате странице и још једном истиче карактеристичан троугао осмоугла (пример 12). Потом заједно са ученицима конструише правилан осмоугао дате: странице, полупречника описане кружнице, полупречника уписане кружнице, дужине његове најкраће дијагонале (23. и 24. задатак из Уџбеника). Затим изводи неког од ученика који се добробољне јаве да конструше правилан дванаестоугао дате странице (13. пример), уз надзор и помоћ наставника. Упућује ученике у идеје за конструкцију правилног дванаестоугла дате: странице, полупречника описане кружнице, полупречника уписане кружнице, док саме конструкције оставља ученицима за домаћи задатак. На крају задаје ученицима да реше и 172. задатак из Збирке, уз његову помоћ, где уједно обнављају и углове многоугла.	– прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје проми-шљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – конструише правилне осмоуглове и дванаестоугао у својој свесци; – решава примере (12. и 13. пример) и задатке (23. и 24. из Уџбеника и 172. из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 5 и слајд 6). Упућује ученике на галерију слика (лекција 4.7 *Геометријске конструкције*, слајд 5).	
Завршни део часа (5 минута)	
Отклања евентуалне нејасноће код ученике, понавља поступке конструкције правилног шестоугла дате странице, односно полупречника описане и уписане кружнице и краће дијагонале. Задаје ученицима домаћи задатак (25. задатак из Уџбеника и 167. и 168. задатак из Збирке задатака).	

Изглед табле

Конструкције неких правилних многоуглова



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 84

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Геометријске конструкције		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о конструкцијама троуглова, четвороуглова и неких правилних многоуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • конструише троугао уколико су задати одговарајући елементи троугла; • конструише четвороугао уколико су задати одговарајући елементи четвороугла; • користи тврђења геометрије приликом решавања конструктивних задатака; • конструише правилан многоугао дате странице; • правилно користи геометријски прибор.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	наставни листићи, прибор за геометрију, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања.		
Кључни појмови:	троугао, четвороугао, правилан многоугао, конструкције, карактеристичан троугао, шестоугао, осмоугао, дванаестоугао		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа анализира домаћи задатак, а затим ученике распоређује у нехомогене (у смислу нивоа математичког знања) четворочлане групе. Свака група добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду, у складу са својим постигнућима из математике. Успоставља такмичарску атмосферу, пошто ће на крају часа упоредити резултате, односно конструкције ученика из различитих група.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Одржава дисциплину, води рачуна о томе да сви ученици учествују у раду групе и обилази их. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 162. и 169. задатак из Збирке задатака.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији са члановима групе; – решава задатке групним радом; – анализира и закључује; – поставља питања.
Завршни део часа (10 минута)	
У завршном делу часа записује на табли редне бројеве група, уписује поене које је свака група освојила и на крају проглашава победничку групу, чије чланове уписује у педагошку евиденцију.	– Упућује наставника и ученике других група у решења задатака.

Изглед табле

Геометријске конструкције

	Задатак 1	**Задатак 2**	**Задатак 3**	**Задатак 4**	**Укупно**
I група					
II група					
III група					
IV група					
V група					
VI група					
VII група					

Начини провере оствареності исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

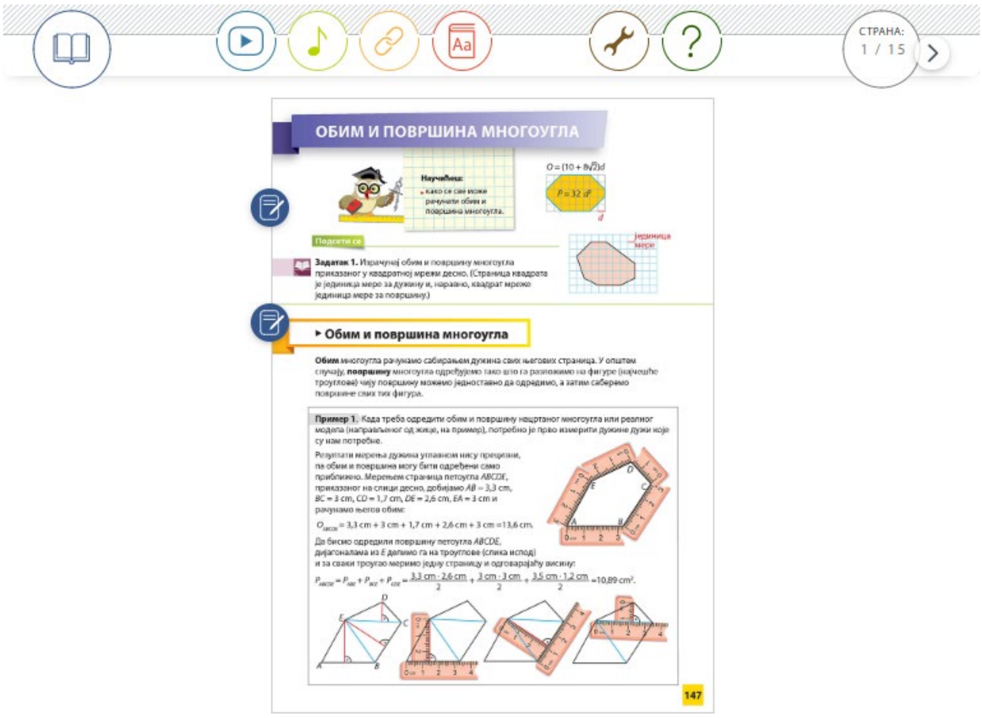
Геометријске конструкције – задаци

1. Конструиши једнакостранични троугао ако је дата дужина странице $a = 5$ cm.
2. Конструиши делтоид $ABCD$ ($AB = AD = a, CB = CD = b, AC = d_1$) ако је дато: $a = 2$ cm, $b = 4$ cm и $d_1 = 5$ cm.
3. Конструиши правилан шестоугао ако је:
   а) полупречник уписане кружнице 3 cm;
   б) дужа дијагонала 6 cm;
   в) краћа дијагонала 5 cm.
4. Дате су три неколинеарне тачке A, B и H. Конструиши троугао ABC ако је H ортоцентар тог троугла.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 85

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Обим и површина многоугла		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са одређивањем обима и површине многоуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна обим и површину многоугла када су познати одговарајући елементи многоугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са предметом физика.		
Кључни појмови:	многоугао, обим, површина		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ОБИМ И ПОВРШИНА МНОГОУГЛА

Научићеш:
- како се све може рачунати обим и површина многоугла.

Подсети се

Задатак 1. Израчунај обим и површину многоугла приказаног у квадратној мрежи десно. (Страница квадрата је јединица мере за дужину и, наравно, квадрат мреже јединица мере за површину.)

▸ **Обим и површина многоугла**

Обим многоугла рачунамо сабирањем дужина свих његових страница. У општем случају, **површину** многоугла одређујемо тако што га разложимо на фигуре (најчешће троуглове) чију површину можемо једноставно да одредимо, а затим саберемо површине свих тих фигура.

Пример 1. Када треба одредити обим и површину нацртаног многоугла или реалног модела (направљеног од жице, на пример), потребно је прво измерити дужине дужи које су нам потребне.

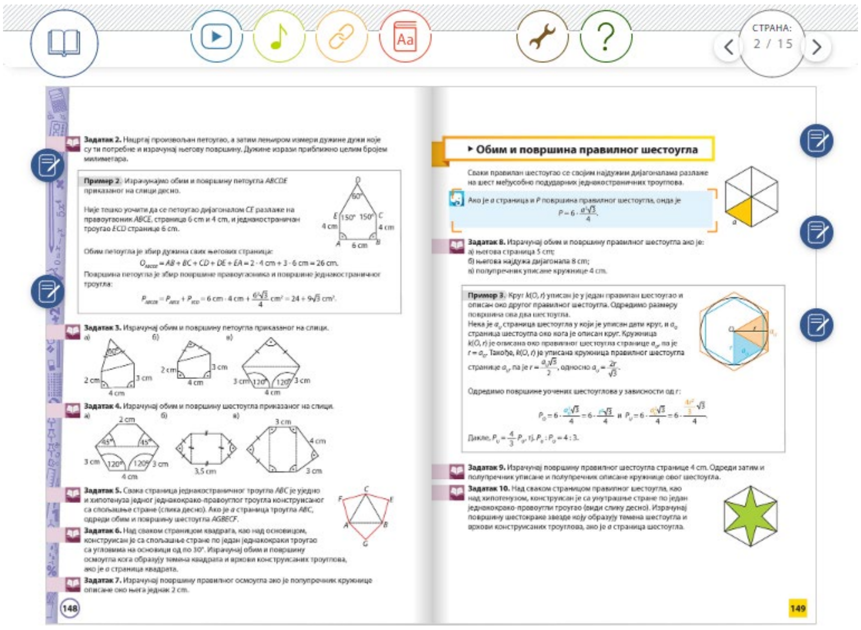
Резултати мерења дужина углавном нису прецизни, па обим и површина могу бити одређени само приближно. Мерењем страница петоугла *ABCDE*, приказаног на слици десно, добијамо $AB = 3{,}3$ cm, $BC = 3$ cm, $CD = 1{,}7$ cm, $DE = 2{,}6$ cm, $EA = 3$ cm и рачунамо његов обим:

$O_{ABCDE} = 3{,}3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 1{,}7\text{ cm} + 2{,}6\text{ cm} + 3\text{ cm} = 13{,}6\text{ cm}.$

Да бисмо одредили површину петоугла *ABCDE*, дијагоналама из *E* делимо га на троуглове (слика испод) и за сваки троугао меримо једну страницу и одговарајућу висину:

$P_{ABCDE} = P_{ABE} + P_{BCE} + P_{CDE} = \frac{3{,}3\text{ cm} \cdot 2{,}6\text{ cm}}{2} + \frac{3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm}}{2} + \frac{3{,}5\text{ cm} \cdot 1{,}2\text{ cm}}{2} = 10{,}89\text{ cm}^2.$

147



Задатак 2. Нацртај произвољан петоугао, а затим лењиром измери дужине дужи које су ти потребне и израчунај његову површину. Дужине изрази приближно целим бројем милиметара.

Пример 2. Израчунајмо обим и површину петоугла *ABCDE* приказаног на слици десно.

Није тешко уочити да се петоугао дијагоналом *CE* разлаже на правоугаоник *ABCE*, страница 6 cm и 4 cm, и једнакостраничан троугао *ECD* странице 6 cm.

Обим петоугла је збир дужина свих његових страница:

$$O_{ABCDE} = AB + BC + CD + DE + EA = 2 \cdot 4\text{ cm} + 3 \cdot 6\text{ cm} = 26\text{ cm}.$$

Површина петоугла је збир површине правоугаоника и површине једнакостраничног троугла:

$$P_{ABCDE} = P_{ABCE} + P_{ECD} = 6\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} + \frac{6^2\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^2 = 24 + 9\sqrt{3}\text{ cm}^2.$$

Задатак 3. Израчунај обим и површину петоугла приказаног на слици.

Задатак 4. Израчунај обим и површину шестоугла приказаног на слици.

Задатак 5. Свака страница једнакостраничног троугла *ABC* је уједно и хипотенуза једног једнакокрако-правоуглог троугла конструисаног са спољашње стране (слика десно). Ако је *a* страница троугла *ABC*, одреди обим и површину шестоугла *AGBECF*.

Задатак 6. Над сваком страницом квадрата, као над основицом, конструисан је са спољашње стране по један једнакокраки троугао са угловима на основици од по 30°. Израчунај обим и површину осмоугла кога образују темена квадрата и врхови конструисаних троуглова, ако је *a* страница квадрата.

Задатак 7. Израчунај површину правилног осмоугла ако је полупречник кружнице описане око њега једнак 2 cm.

148

Обим и површина правилног шестоугла

Сваки правилан шестоугао се својим најдужим дијагоналама разлаже на шест међусобно подударних једнакостраничних троуглова.

Ако је *a* страница и *P* површина правилног шестоугла, онда је

$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Задатак 8. Израчунај обим и површину правилног шестоугла ако је:
а) његова страница 5 cm;
б) његова најдужа дијагонала 8 cm;
в) полупречник уписане кружнице 4 cm.

Пример 3. Круг $k(O, r)$ уписан је у један правилан шестоугао и описан око другог правилног шестоугла. Одредимо размеру површина ова два шестоугла.

Нека је a_U страница шестоугла у који је уписан дати круг, и a_O страница шестоугла око кога је описан круг. Кружница $k(O, r)$ је описана око правилног шестоугла странице a_O, па је $r = a_O$. Такође, $k(O, r)$ је уписана кружница правилног шестоугла странице a_U, па је $r = \frac{a_U\sqrt{3}}{2}$, односно $a_U = \frac{2r}{\sqrt{3}}$.

Одредимо површине уочених шестоуглова у зависности од r:

$$P_O = 6 \cdot \frac{a_O^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{r^2\sqrt{3}}{4} \text{ и } P_U = 6 \cdot \frac{a_U^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{\frac{4r^2}{3}\sqrt{3}}{4}.$$

Дакле, $P_U = \frac{4}{3}P_O$, тј. $P_U : P_O = 4 : 3$.

Задатак 9. Израчунај површину правилног шестоугла странице 4 cm. Одреди затим и полупречник уписане и полупречник описане кружнице овог шестоугла.

Задатак 10. Над сваком страницом правилног шестоугла, као над хипотенузом, конструисан је са унутрашње стране по један једнакокрако-правоугли троугао (види слику десно). Израчунај површину шестокраке звезде коју образују темена шестоугла и врхови конструисаних троуглова, ако је *a* страница шестоугла.

149

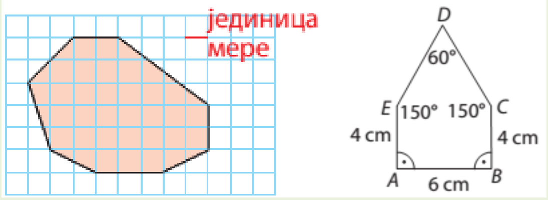
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима шта подразумевамо под обимом и површином фигуре, као и да се сечењем и премештањем делова фигуре површина дате фигуре не мења. Наглашава да су ученици сада у предности (када је реч о одређивању обима фигуре представљене у квадратној мрежи) у односу на прошлу годину јер за било коју дуж чија су темена у теменима квадрата квадратне мреже, применом Питагорине теореме, могу одредити њену дужину. Истиче циљ часа.	– одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Истиче да обим многоугла рачунамо сабирањем дужина свих његових страница, а да у општем случају, површину многоугла одређујемо тако што дату фигуру разложимо на фигуре (најчешће троуглове) чију површину можемо једноставно да одредимо, а затим саберемо површине свих тих фигура. Потом наставник дели ученицима задатке (прилог 1) чијим решавањем обнављају површину троугла и четвороугла, пошто је и у овој наставној јединици главна метода решавања задатака разлагање многоугла на троуглове (евентуално и на четвороуглове). Ученици двадесетак минута решавају задатке из наставног листа уз дозвољено подучавање и сарадњу између ученика, након чега наставник	– прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – решава задатке из наставног листа; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) уз помоћ наставника.

преузима њихове радове. Потом на конкретним примерима илуструје поступак одређивања обима и површине петоугла, чије дужине утврђује мерењем дужина страница (пример 1), односно коришћењем датих података са слике и особина геометријских фигура (пример 2). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.8 *Обим и површина многоугла*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима идеје за одређивање обима и површине многоуглова. Задаје им домаћи задатак (2. и 3. задатак из Уџбеника и 178, 181. и 186. задатак из Збирке задатака).	– одговара на питања наставника.

Изглед табле

Обим и површина многоугла



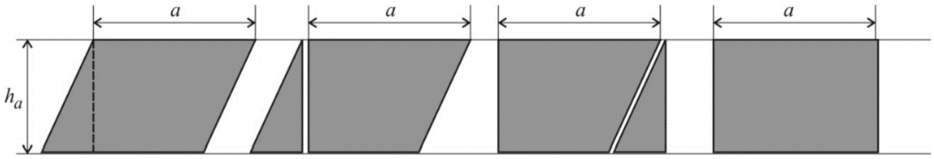
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака из наставног листа
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

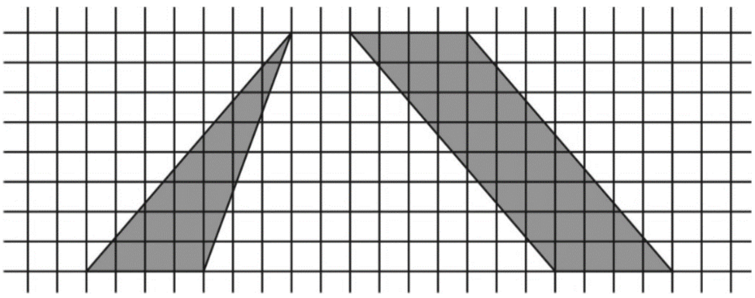
ПРИЛОГ 1

Површине троуглова и четвороуглова

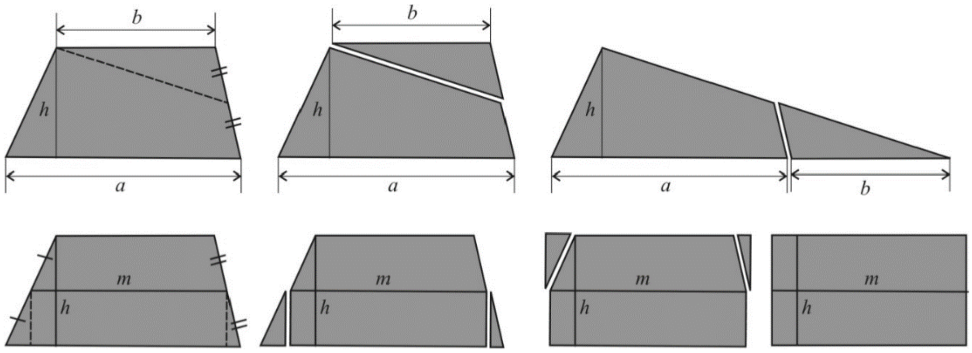
1. Како рачунамо површину паралелограма? На шта нам указује слика испод?



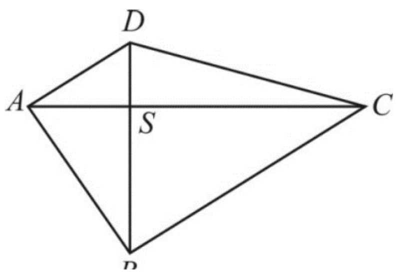
2. Одреди однос површине паралелограма и површине троугла приказаних на наредној слици. Како рачунамо површину троугла?



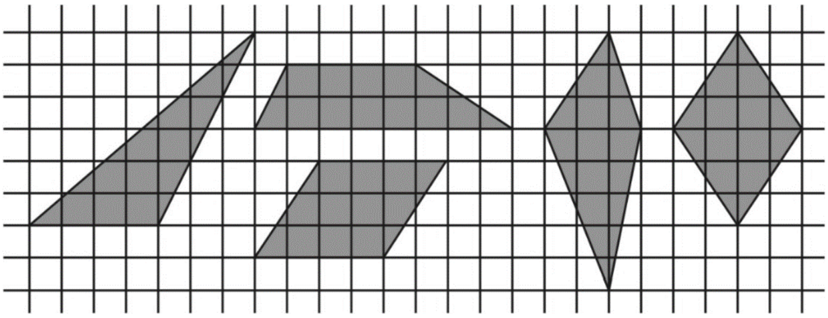
3. Како рачунамо површину трапеза? На шта нам указују слике испод?



4. Како се рачуна површина четвороугла чије су дијагонале узајамно нормалне?
Разложи четвороугао чије су дијагонале међусобно нормалне (слика десно) на четири правоугла троугла, па изведи формулу за израчунавање његове површине.
Како рачунамо површину делтоида? А површину ромба, односно квадрата?



5. Посматрај обојене фигуре нацртане на квадратној мрежи. Заокружи слово испред тачног тврђења.



А) Међу датим фигурама не постоје две фигуре које имају исту површину.

Б) Све дате фигуре имају исту површину.

В) Само две фигуре међу датим имају исту површину.

Г) Тачно три фигуре међу датим имају исту површину.

Д) Тачно четири фигуре међу датим имају исту површину.

6. Ако је јединица мере квадрат мреже на којој је нацртан троугао, онда је мерни број површине троугла једнак:

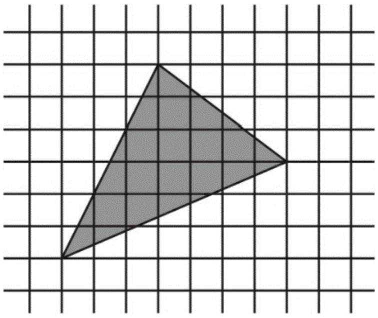
А) 14;

Б) 14,5;

В) 16,5;

Г) 33;

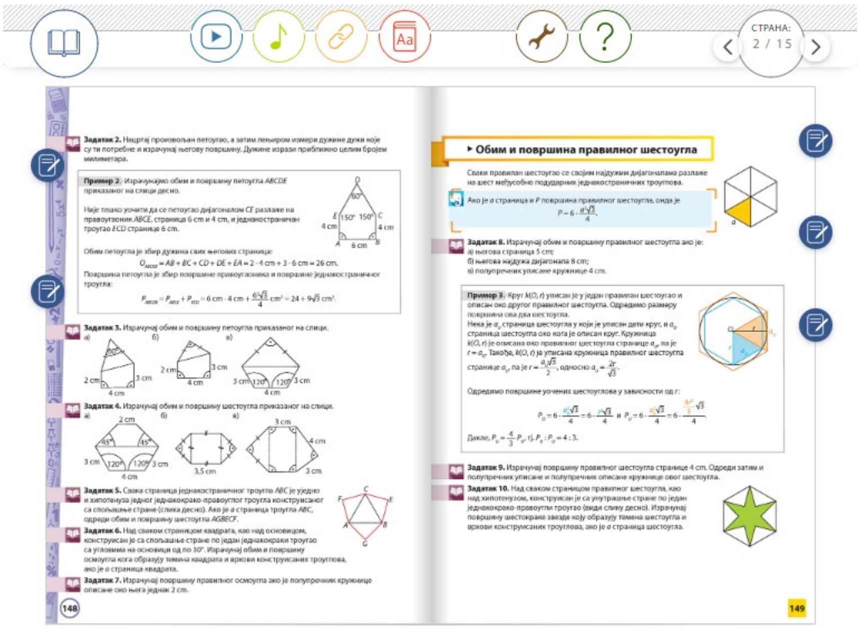
Д) 25,5.



ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 86

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Обим и површина многоугла		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о одређивању обима и површине многоуглова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна обим и површину многоугла када су познати одговарајући елементи многоугла.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Међупредметно повезивање је успостављено са предметом физика.		
Кључни појмови:	многоугао, обим, површина		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Задатак 2. Нацртај произвољан петоугао, а затим лењиром измери дужине дужи које су ти потребне и израчунај његову површину. Дужине изрази приближно целим бројем милиметара.

Пример 2. Израчунајмо обим и површину петоугла $ABCDE$ приказаног на слици десно.

Није тешко уочити да се петоугао дијагоналом CE разлаже на правоугаоник $ABCE$, странице 6 cm и 4 cm, и једнакостраничан троугао ECD странице 6 cm.

Обим петоугла је збир дужина свих његових страница:

$$O_{ABCDE} = AB + BC + CD + DE + EA = 2 \cdot 4 \text{ cm} + 3 \cdot 6 \text{ cm} = 26 \text{ cm}.$$

Површина петоугла је збир површине правоугаоника и површине једнакостраничног троугла:

$$P_{ABCDE} = P_{ABCE} + P_{ECD} = 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + \frac{6^2\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2 = 24 + 9\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Задатак 3. Израчунај обим и површину петоугла приказаног на слици.

Задатак 4. Израчунај обим и површину шестоугла приказаног на слици.

Задатак 5. Свака страница једнакостраничног троугла ABC је уједно и хипотенуза једног једнакокрако-правоуглог троугла конструисаног са спољашње стране (слика десно). Ако је a страница троугла ABC, одреди обим и површину шестоугла $AGBECF$.

Задатак 6. Над сваком страницом квадрата, као над основицом, конструисан је са спољашње стране по један једнакокраки троугао са угловима на основици од по 30°. Израчунај обим и површину осмоугла кога образују темена квадрата и врхови конструисаних троуглова, ако је a страница квадрата.

Задатак 7. Израчунај површину правилног осмоугла ако је полупречник кружнице описане око њега једнак 2 cm.

▸ Обим и површина правилног шестоугла

Сваки правилан шестоугао се својим најдужим дијагоналама разлаже на шест међусобно подударних једнакостраничних троуглова.

Ако је a страница и P површина правилног шестоугла, онда је

$$P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Задатак 8. Израчунај обим и површину правилног шестоугла ако је:
а) његова страница 5 cm;
б) његова најдужа дијагонала 8 cm;
в) полупречник уписане кружнице 4 cm.

Пример 3. Круг $k(O, r)$ уписан је у један правилан шестоугао и описан око другог правилног шестоугла. Одредимо размеру површина ова два шестоугла.

Нека је a_U страница шестоугла у који је уписан дати круг, и a_O страница шестоугла око кога је описан круг. Кружница $k(O, r)$ је описана око правилног шестоугла странице a_O, па је $r = a_O$. Такође, $k(O, r)$ је уписана кружница правилног шестоугла странице a_U, па је $r = \frac{a_U\sqrt{3}}{2}$, односно $a_U = \frac{2r}{\sqrt{3}}$.

Одредимо површине уочених шестоуглова у зависности од r:

$$P_O = 6 \cdot \frac{a_O^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{r^2\sqrt{3}}{4} \text{ и } P_U = 6 \cdot \frac{a_U^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{\frac{4r^2}{3}\sqrt{3}}{4}.$$

Дакле, $P_U = \frac{4}{3} P_O$, тј. $P_U : P_O = 4 : 3$.

Задатак 9. Израчунај површину правилног шестоугла странице 4 cm. Одреди затим и полупречник уписане и полупречник описане кружнице овог шестоугла.

Задатак 10. Над сваком страницом правилног шестоугла, као над хипотенузом, конструисан је са унутрашње стране по један једнакокрако-правоугли троугао (види слику десно). Израчунај површину шестокраке звезде коју образују темена шестоугла и врхови конструисаних троуглова, ако је a страница шестоугла.

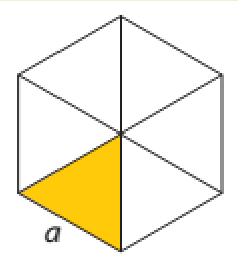
ТОК ЧАСА

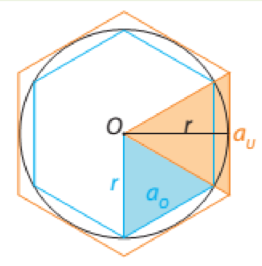
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира резултате ученика приликом израде задатака из наставног листа. Указује на најчешће грешке и још једном истиче кључне идеје за решавање тих задатака, са циљем примене тих идеја приликом израчунавања обима и површине многоуглова. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Задаје ученицима најпре 4. задатак, где ученици на основу слике читају потребне податке и одређују обим и површину фигура са слике, као и 5. задатак, где ученици обнављају особине једнакостраничних троуглова и једнакокрако-правоуглих троуглова и повезују их са обимом и површином многоугла. Такође, задаје и 7. задатак, где ученици утврђују односе дужина полупречника описане кружнице и странице правилног осмоугла. Подсећа ученике да се сваки правилан шестоугао својим најдужим дијагоналама разлаже на шест међусобно подударних једнакостраничних троуглова, након чега заједно са ученицима изводи формулу за одређивање површине правилног шестоугла. Записује на табли: **Ако је a страница и P површина правилног шестоугла, онда је $P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.** Заједно са ученицима решава 8. задатак, где наставник утврђује са ученицима односе дужина странице, полупречника уписане кружнице и дуже дијагонале правилног шестоугла и рачуна обиме и површине тражених правилних шестоуглова. Наставник потом, обрадом 3. примера, указује ученицима на врсту задатака која се често јавља у литератури, а чији је захтев одређивање размере обима, односно површина одређених фигура. Уколико остане довољно времена, наставник решава заједно са ученицима и 10. задатак из Уџбеника (у супротном он остаје за домаћи задатак). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 4.8 *Обим и површина многоугла*, слајд 2).	– прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (3. пример) и задатке (4, 5, 7, 8. и 10. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима идеје за одређивање обима и површине многоуглова, као и формулу за одређивање површине правилног шестоугла. Задаје ученицима домаћи задатак (6. и 9. задатак из Уџбеника и 187, 188. и 198. задатак из Збирке задатака).	– одговара на питања наставника.

Изглед табле

Обим и површина многоугла





Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака из наставног листа
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 87

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Многоугао**		
Наставна јединица:	Многоугао		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и провера знања ученика о многоуглу.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди укупан број дијагонала многоугла у зависности од броја страница (темена) многоугла; • одреди укупан збир унутрашњих углова многоугла; • користи својства тежишта и тежишних дужи у задацима; • конструише правилан шестоугао; • правилно користи геометријски прибор; • израчуна обим и површину многоугла када су познати одговарајући елементи многоугла.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	тест		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	број дијагонала многоугла, збир углова многоугла, значајне тачке троугла, правилни многоуглови, геометријске конструкције, обим и површина многоугла		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник дели ученицима тестове уз опште напомене о начину израде.	– Прати упутства наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста.
Завршни део часа (5 минута)	
Преузима радове од ученика. Пита ученике да ли су имали проблема са неким задатком са теста и ако јесу, исти задатак им даје за домаћи, који ће решити уз помоћ литературе.	– Предаје свој рад; – упућује наставника у задатке које није умео да реши.

Начини провере остварености исхода:	– анализирање успешности ученика приликом решавања теста
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Тест

I група

1. Одреди број свих дијагонала у десетоуглу.
2. У шестоуглу су два унутрашња угла једнака. Ако су мере преостала четири угла $\mathbf{90}°, \mathbf{100}°, \mathbf{110}°$ и $\mathbf{120}°$, одреди меру једног од једнаких углова.
3. Растојање од тежишта троугла $\boldsymbol{ABC}$ до средишта странице $\boldsymbol{a}$ је $\mathbf{2,1}$ cm. Израчунај дужину тежишне дужи $\boldsymbol{t_a}$.
4. Конструиши правилан шестоугао ако је полупречник описане кружнице $\mathbf{4}$ cm.
5. Обими квадрата и правилног шестоугла су једнаки и њихова вредност једнака је $\mathbf{48}$ cm. Одреди однос површина тог шестоугла и тог квадрата.

Тест

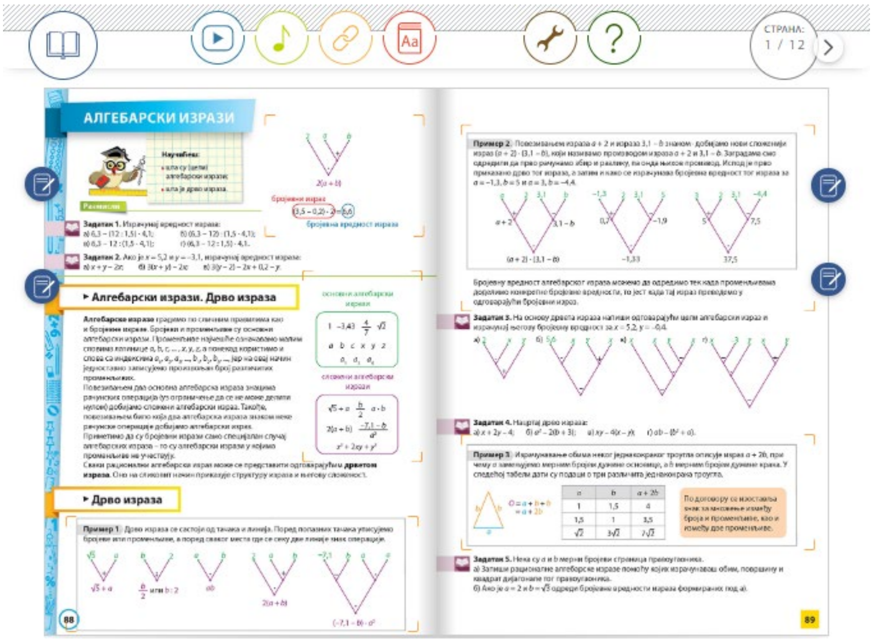
II група

1. Одреди број свих дијагонала у дванаестоуглу.
2. У шестоуглу су два унутрашња угла једнака. Ако су мере преостала четири угла $\mathbf{140}°, \mathbf{100}°, \mathbf{160}°$ и $\mathbf{120}°$, одреди меру једног од једнаких углова.
3. Растојање од тежишта троугла $\boldsymbol{ABC}$ до средишта странице $\boldsymbol{c}$ је $\mathbf{3,2}$ cm. Израчунај дужину тежишне дужи $\boldsymbol{t_c}$.
4. Конструиши правилан шестоугао ако је полупречник описане кружнице $\mathbf{6}$ cm.
5. Обими квадрата и правилног шестоугла су једнаки и њихова вредност једнака је $\mathbf{36}$ cm. Одреди однос површина тог шестоугла и тог квадрата.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 88

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Алгебарски изрази. Дрво израза		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са алгебарским изразима и њиховим представљањем у облику дрвета израза.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • препозна алгебарски израз; • алгебарски израз представи у облику дрвета израза.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	израз, основни алгебарски израз, сложени алгебарски израз, дрво израза		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице

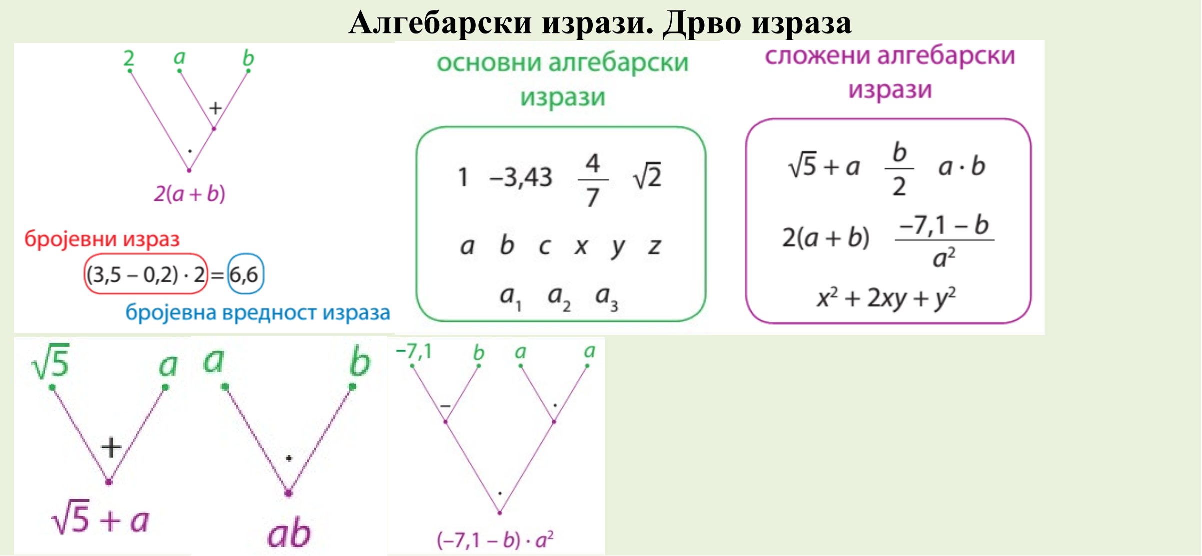


ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појам бројевног израза са којим су се ученици сретали у претходним разредима, као и бројевну вредност израза (на конкретним примерима). Задаје ученицима да реше најпре 1. задатак како би обновили одређивање вредности бројевног израза и уједно које рачунске операције имају предност у односу на друге рачунске операције, али и правилну употребу заграда. Потом им задаје 2. задатак из Уџбеника, чиме их припрема за усвајање предвиђених наставних садржаја. Истиче циљ часа.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава мотивационе примере.
Главни део часа (25 минута)	
Наставник упознаје ученике са тим да алгебарске изразе градимо водећи се сличним правилима као што је то био случај и код изграђивања бројевних израза. Наглашава да су бројеви и променљиве основни алгебарски изрази. Упућује ученике у нотацију за променљиве, посебно нотацију са индексима, и наглашава да на овај начин једноставно записујемо произвољан број различитих променљивих. Наставник истиче да се повезивањем два основна алгебарска израза знацима рачунских операција добија сложени алгебарски израз и да даљим повезивањем било која два алгебарска израза, знаком неке рачунске операције, добијамо алгебарски израз. Упућује ученике у то да су бројевни изрази само специјалан случај алгебарских израза и истиче разлике између бројевних и алгебарских израза. На конкретним примерима илуструје основне алгебарске изразе и сложене алгебарске изразе. Објашњава ученицима да се сваки алгебарски израз може представити у облику одговарајућег дрвета израза и да оно на сликовит начин приказује структуру израза, као и његову сложеност. Обрадом 1. примера илуструје грађење дрвета израза једноставнијих алгебарских израза, док обрадом 2. примера илуструје представљање сложенијих алгебарских израза на овај начин. Наглашава да бројевну вредност алгебарског израза можемо да одредимо тек када променљивим доделимо конкретне бројевне вредности, односно када дати израз преведемо у одговарајући бројевни израз, што илуструје на конкретном задатку (3. задатак). Потом задаје ученицима да реше и 4. задатак из Уџбеника, а	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (1, 2, 3. и 4. задатак из Уџбеника и 105. задатак под а) и под б) из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

уколико остане довољно времена, и 105. задатак под а) и под б). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.5 *Алгебарски изрази*).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове бројевни израз, бројевна вредност израза, алгебарски изрази (основни и сложени) и дрво израза и задаје им домаћи задатак (96, 98. и 105. задатак под в) и под г) из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 89

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Алгебарски изрази		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о алгебарским изразима и њиховим представљањем у облику дрвета израза.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • препозна алгебарски израз; • алгебарски израз представи у облику дрвета израза.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	израз, основни алгебарски израз, сложени алгебарски израз, дрво израза		

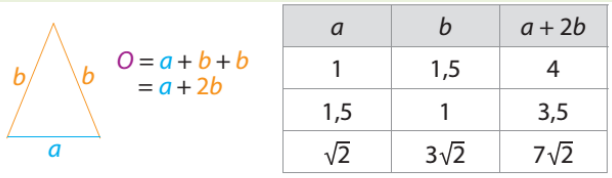
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима бројевне изразе, бројевну вредност израза, основне и сложене алгебарске изразе и њихово представљање у облику дрвета израза. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Повезивање израза и придруживање одговарајућег дрвета израза садржајима из геометрије (одређивање обима једнакокраког троугла) наставник постиже обрадом 3. примера и још једном указује ученицима на нераскидиву везу између аритметике (алгебре) и геометрије. Потом задаје ученицима да реше самостално 5. задатак из Уџбеника док их контролише, обилази и помаже приликом решавања.	– Прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања; – решава пример (3. пример) и задатке (5. задатак из

Задаје им и да израчунају бројевну вредност једноставнијих алгебарских израза (94. задатак из Збирке задатака), али и сложенијих алгебарских израза (102. и 103. задатак из Збирке задатака). На крају им задаје да реше и 95. задатак, тачније да запишу пет произвољних бројевних израза, где наглашава ученицима који имају боља постигнућа из математике да неки од алгебарских израза морају бити сложени. Задатке на табли решавају различити ученици, који се добровољно јављају, уз надзор и помоћ наставника. Остали ученици исписују решења задатака у свеске уз помоћ наставника који их обилази.	Уџбеника и 94, 95, 102. и 103. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима још једном појмове који се односе на алгебарске изразе и дрво израза. Задаје им домаћи задатак (97, 99. и 100. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Алгебарски изрази. Дрво израза



$O = a + b + b$
$= a + 2b$

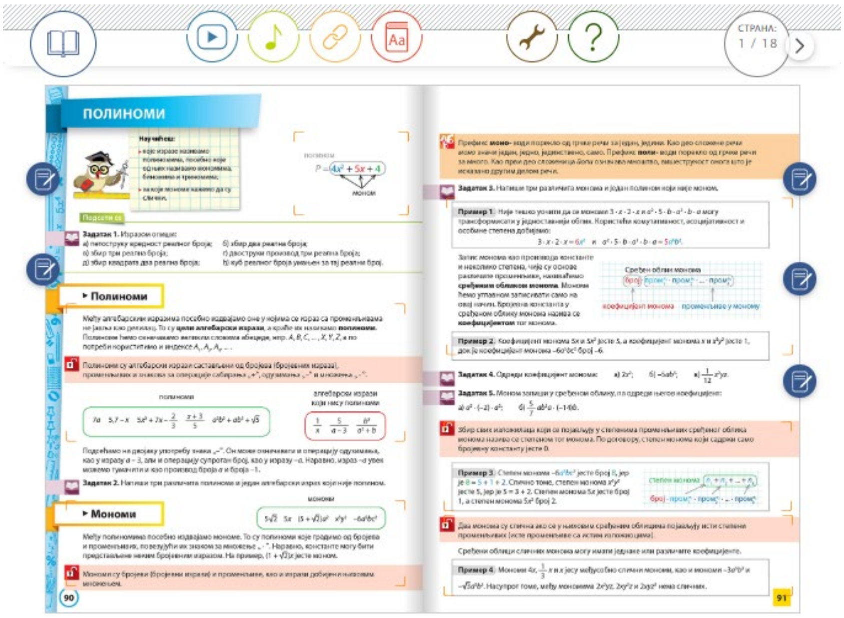
a	b	$a + 2b$
1	1,5	4
1,5	1	3,5
$\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$7\sqrt{2}$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 90

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Полиноми. Мономи		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са појмом полинома, посебно са мономима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • препозна моном; • запише моном у сређеном облику; • одреди коефицијент монома; • препозна полином.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	полином, моном, сређени облик монома, коефицијент монома, слични мономи		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице

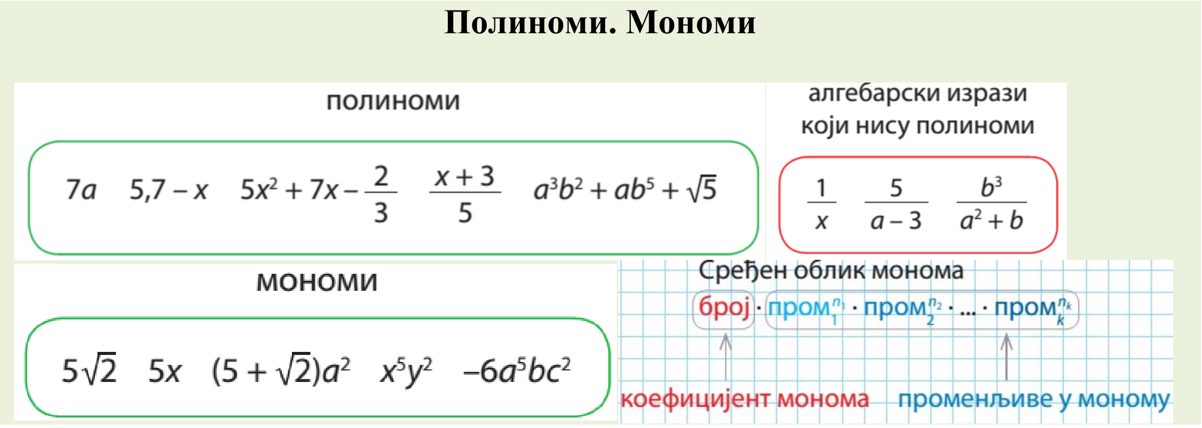


ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појам алгебарског израза и анализира израду домаћег задатка. Задаје ученицима да реше мотивациони задатак (1. задатак) из Уџбеника како би обновили операције са изразима које су им потребне за праћење наставних садржаја који следе.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава мотивациони задатак.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник упознаје ученике са тим да међу алгебарским изразима посебно издвајамо оне у којима се израз са променљивама не јавља као делилац. Истиче да су то цели алгебарски изрази, односно полиноми. Обнавља нотацију за променљиве које учествују у алгебарским изразима, а затим упознаје ученике са нотацијом за полиноме. Записује на табли: **Полиноми су алгебарски изрази састављени од бројева (бројевних израза), променљивих и знакова за операције сабирања (+), одузимања (–) и множења (·).** На табли записује примере алгебарских израза који јесу полиноми, односно цели алгебарски изрази, али и примере алгебарских израза који то нису (рационалне алгебарске изразе). Подсећа ученике да знак „минус” има двојаку употребу, као унарна и бинарна операција (додељује супротан број датом броју, односно репрезентује одузимање два броја). Степен разумевања појма полином наставник проверава задајући ученицима 2. задатак из Уџбеника и увидом у решења задатака. У зависности од нивоа разумевања датог појма, усклађује темпо даљег излагања. Истиче да међу полиномима посебно издвајамо мономе, односно полиноме које градимо од бројева и променљивих, повезујући их знаком за множење. Наглашава да константе могу бити представљене неким бројевним изразом, што илуструје конкретним примером. Диктира ученицима: **Мономи су бројеви (бројевни изрази) и променљиве, као и изрази добијени њиховим множењем.** Након што заједно са ученицима реши 3. задатак, обрађује 1. пример из Уџбеника и упознаје ученике са уобичајеним записом монома, након чега уводи и појмове сређени облик монома и коефицијент	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (1, 2. и 3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

монома. Дате појмове илуструје на конкретним примерима (пример 2). Упућује ученике у степен монома, након чега им диктира: **Збир свих изложилаца који се појављују у степенима промењливих сређеног облика монома назива се степеном тог монома. По договору, степен монома који садржи само бројевну константу јесте 0.** Обрађује са ученицима 3. пример, где на конкретном примеру илуструје поступак одређивања степена монома. Том приликом посебно наглашава ученицима да не забораве да урачунају и промењливе првог степена, јер је то једини степен који се не записује у изложиоцу. Наводи шта подразумевамо под сличним мономима: **Два монома су слична ако се у њиховим сређеним облицима појављују исти степени промењливих (исте промењливе са истим изложиоцима).** Навођењем конкретних примера и контрапримера ближе упућује ученике у појам сличних монома (пример 4). Диктира ученицима: **Нека је M моном и нека су a и b реални бројеви. Тада су мономи aM и bM слични.** Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.6 *Полиноми*, слајд 1).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове које су усвојили на данашњем часу: полином, моном, сређени облик монома, коефицијент монома, слични мономи и задаје им домаћи задатак (107. и 110. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Полиноми. Мономи

полиноми

$7a$ $5{,}7-x$ $5x^2+7x-\frac{2}{3}$ $\frac{x+3}{5}$ $a^3b^2+ab^5+\sqrt{5}$

алгебарски изрази који нису полиноми

$\frac{1}{x}$ $\frac{5}{a-3}$ $\frac{b^3}{a^2+b}$

мономи

$5\sqrt{2}$ $5x$ $(5+\sqrt{2})a^2$ x^5y^2 $-6a^5bc^2$

Сређен облик монома

$\text{број}\cdot\text{пром}_1^{n_1}\cdot\text{пром}_2^{n_2}\cdot\ldots\cdot\text{пром}_k^{n_k}$

коефицијент монома

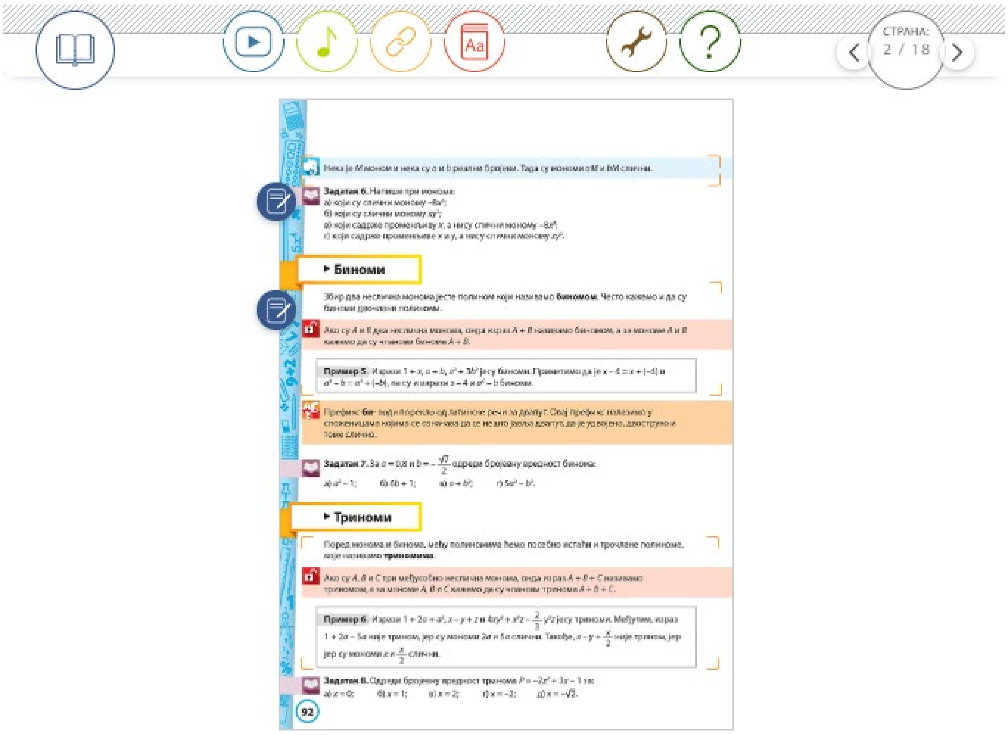
промењливе у моному

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 91

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Биноми. Триноми		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са биномима и триномима као посебним класама полинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • препозна бином; • препозна трином.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	полиноми, биноми, триноми		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Нека је M моном и нека су a и b реални бројеви. Тада су мономи aM и bM слични.

Задатак 6. Напиши три монома:
а) који су слични моному $-8a^3$;
б) који су слични моному xy^2;
в) који садрже променљиву x, а нису слични моному $-8x^3$;
г) који садрже променљиве x и y, а нису слични моному xy^2.

Биноми

Збир два неслична монома јесте полином који називамо **биномом**. Често кажемо и да су биноми двочлани полиноми.

Ако су A и B два неслична монома, онда израз $A + B$ називамо биномом, а за мономе A и B кажемо да су чланови бинома $A + B$.

Пример 5. Изрази $1 + x$, $a + b$, $a^2 + 3b^2$ јесу биноми. Приметимо да је $x - 4 = x + (-4)$ и $a^2 - b = a^2 + (-b)$, па су и изрази $x - 4$ и $a^2 - b$ биноми.

Префикс **би-** води порекло од латинске речи за двапут. Овај префикс налазимо у сложеницама којима се означава да се нешто јавља двапут, да је удвојено, двоструко и томе слично.

Задатак 7. За $a = 0{,}8$ и $b = -\frac{\sqrt{7}}{2}$ одреди бројевну вредност бинома:
а) $a^2 - 1$; б) $6b + 1$; в) $a + b^2$; г) $5a^2 - b^2$.

Триноми

Поред монома и бинома, међу полиномима ћемо посебно истаћи и трочлане полиноме, које називамо **триномима**.

Ако су A, B и C три међусобно неслична монома, онда израз $A + B + C$ називамо триномом, а за мономе A, B и C кажемо да су чланови тринома $A + B + C$.

Пример 6. Изрази $1 + 2a + a^2$, $x - y + z$ и $4xy^2 + x^2z - \frac{2}{3}y^2z$ јесу триноми. Међутим, израз $1 + 2a - 5a$ није трином, јер су мономи $2a$ и $5a$ слични. Такође, $x - y + \frac{x}{2}$ није трином, јер јер су мономи x и $\frac{x}{2}$ слични.

Задатак 8. Одреди бројевну вредност тринома $P = -2x^2 + 3x - 1$ за:
а) $x = 0$; б) $x = 1$; в) $x = 2$; г) $x = -2$; д) $x = -\sqrt{2}$.

92

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове полином, моном и сређени облик монома. Анализира израду домаћег задатка и отклања нејасноће код ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Приликом обраде полинома у седмом разреду, уводимо их као збирове монома. Притом истичемо специјалне случајеве полинома: биноме и триноме. **Збир два неслична монома јесте полином који називамо биномом. Често кажемо и да су биноми двочлани полиноми.** Записује на табли: **Ако су $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ два неслична монома, онда израз $\boldsymbol{A+B}$ називамо биномом, а за мономе $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$ кажемо да су чланови бинома $\boldsymbol{A+B}$.** Наставник наводи биноме и упознаје ученике ближе са датим појмом навођењем примера. Посебно истиче биноме облика $A-B$, указујући на еквивалентност датог израза са изразом $A+(-B)$ обрадом 5. примера. Потом задаје ученицима да реше 7. задатак. Наставник наглашава префиксе мо- и би- који се јављају код полинома и који указују на карактеристике ових класа полинома, а затим тражи од ученика да опишу својим речима шта би представљао трином. После краће дискусије, диктира ученицима: **Ако су $\boldsymbol{A, B}$ и $\boldsymbol{C}$ три међусобно неслична монома, онда израз $\boldsymbol{A+B+C}$ називамо триномом, а за мономе $\boldsymbol{A, B}$ и $\boldsymbol{C}$ кажемо да су чланови тринома $\boldsymbol{A+B+C}$.** Посебну пажњу наставник поклања услову да три монома морају бити неслични међусобно, па обрадом 6. примера указује на изразе који јесу триноми, али и на изразе који то нису (већ су биноми или мономи) на основу сличности монома. Поступак одређивања бројевне вредности тринома за конкретну вредност променљиве наставник илуструје решавањем 8. задатка из Уџбеника, односно за конкретне вредности више променљивих решавањем 126. задатка из Збирке задатака. Појам бинома ученици утврђују решавањем 118. задатка који им задаје наставник.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (5. и 6. пример) и задатке (7. и 8. задатак из Уџбеника и 118. и 126. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.6 *Полиноми*, слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове које су усвојили на данашњем часу: полином, моном, сређени облик монома, коефицијент монома, и задаје им домаћи задатак (117. и 119. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 92

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Полиноми		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о полиномима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • запише моном у сређеном облику; • одреди коефицијент монома; • препозна полином.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	полином, моном, сређени облик монома, коефицијент монома		

ТОК ЧАСА

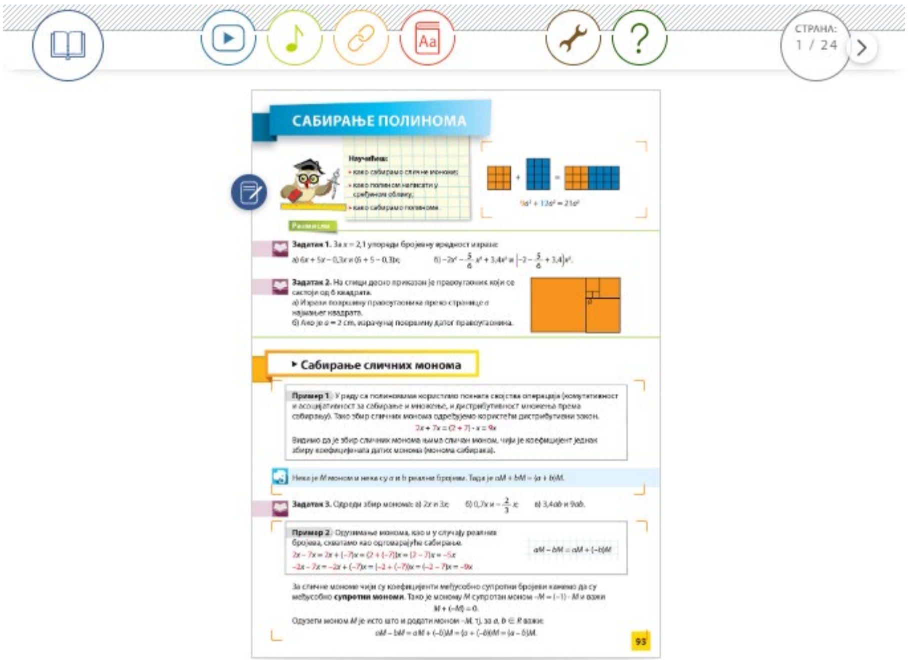
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове полином, моном, сређени облик монома, коефицијент монома, сличне мономе, биноме и триноме. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник заједно са ученицима решава 4, 5. и 6. задатак из Уџбеника како би ученици утврдили коефицијент монома, сређени облик монома и сличне мономе. Такође, задаје им да реше 115. и 111. задатак из Збирке задатака како би продубили знања о степену монома и сличним мономима. Задаје ученицима да реше 127. задатак из Збирке задатака где је захтев да запишу формуле помоћу којих се рачуна обим одговарајуће геометријске фигуре, а затим да закључе да ли је то моном, бином или трином. На тај начин наставник постиже унутарпредметно повезивање са одговарајућим садржајима из геометрије. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 121. задатак из Збирке (у супротном тај задатак остаје за домаћи рад ученика).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – решава задатке (4, 5. и 6. задатак из Уџбеника и 111, 115, 121. и 127. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове који се односе на полиноме и задаје им домаћи задатак (122, 123. и 126. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 93

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Сабирање сличних монома. Сређен облик полинома		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са сабирањем сличних монома и са сређеним обликом полинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира сличне мономе; • преведе у сређен облик полином сабирањем његових сличних монома и „ређањем” монома по опадајућим степенима; • одреди степен полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	сабирање сличних монома, супротан моном, сређени облик полинома, степен полинома		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



САБИРАЊЕ ПОЛИНОМА

Размисли

Задатак 1.

Задатак 2.

▸ Сабирање сличних монома

Пример 1.

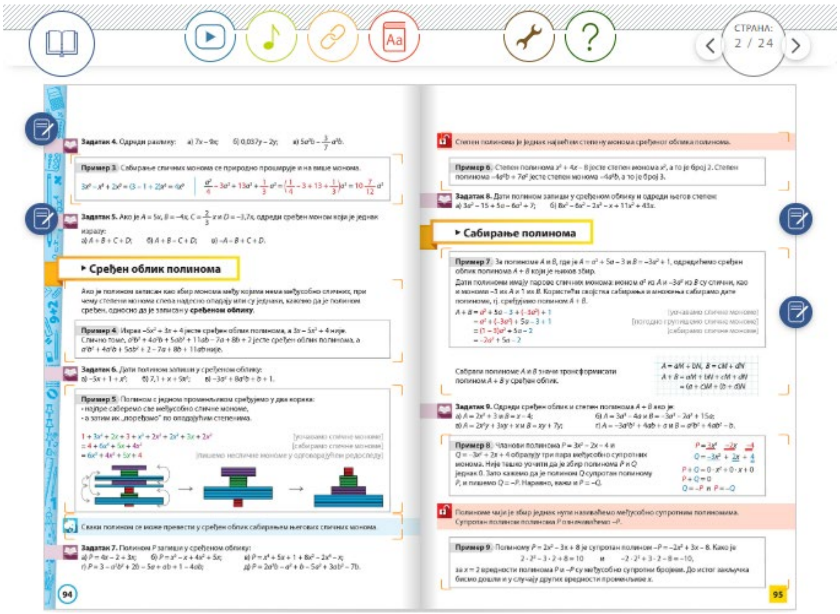
$2x + 7x = (2 + 7) \cdot x = 9x$

Задатак 3.

Пример 2.

$aM - bM = aM + (-b)M$

93



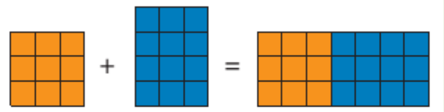
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове полином, моном, сређени облик монома, коефицијент монома и шта подразумевамо под сличним мономима. Задаје им да реше 1. задатак из Уџбеника како би обновили дистрибутивност множења према сабирању, пошто се сабирање сличних монома заснива на овој особини. Потом задаје ученицима и 2. задатак из Уџбеника, где успоставља унутарпредметно повезивање са површином квадрата и површином правоугаоника и са сабирањем сличних монома.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава мотивациони задатак.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник упознаје ученике са сабирањем сличних монома, најпре на конкретном примеру (пример 1) уз истицање својства сабирања и множења реалних бројева. Потом, у складу са наставним принципом поступности, записује на табли: **Нека је M моном и нека су a и b реални бројеви. Тада је $aM + bM = (a + b)M$.** Дато правило конкретизује решавањем 3. задатка из Уџбеника. На конкретним примерима (пример 2) илуструје и одузимање монома, повезујући га са одузимањем у скупу реалних бројева. Уводи појам супротног монома, а потом истиче да је одузети моном M од датог монома исто што и додати моном $-M$ датом моному.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3, 4, 5. и 6. пример) и задатке (1, 2. и 3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Интерактиван приказ – *Сабирање монома.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје поступак сабирања монома (лекција 3.7 *Сабирање монома*, слајд 1) Обрадом 3. примера показује ученицима да се сабирање сличних монома природно проширује на сабирање више монома. Уопштава да ако је полином записан као збир монома међу којима нема међусобно сличних, при чему степени монома слева надесно опадају или су једнаки, кажемо да је полином сређен, односно да је записан у сређеном облику. Навођењем примера и контрапримера (пример 4) ближе упознаје ученике са сређеним обликом полинома. Наставник потом прелази на полиноме са једном промењивом и упућује ученике у сређен облик полинома једне промењиве обрадом 5. примера. Том приликом истиче да полином с једном промењивом сређујемо у два корака: • најпре саберемо све међусобно сличне мономе, • „поређамо” их по опадајућим степенима. Пошто је познато да представљање математичких појмова на више начина (вишеструким репрезентацијама), конкретно алгебарски и графички утиче позитивно на резултате ученика и њихово знање, наставник сређивање полинома визуелно представља на табли (по узору на Уџбеник). Диктира ученицима: **Сваки полином се може превести у сређен облик сабирањем његових сличних монома.** Дефинише степен полинома: **Степен полинома је једнак највећем степену монома сређеног облика полинома.** На крају, обрадом 6. примера, указује ученицима на поступак одређивања степена полинома једне, али и више промењивих. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.7 *Сабирање полинома*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и поступке које су усвојили на данашњем часу, а односе се на сабирање сличних монома и на сређени облик полинома. Задаје им домаћи задатак (128. и 133. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Сабирање сличних монома. Сређен облик полинома

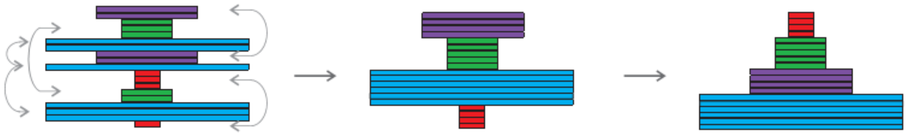


$9a^2 + 12a^2 = 21a^2$

$1 + 3x^3 + 2x + 3 + x^3 + 2x^2 + 2x^3 + 3x + 2x^2$ [уочавамо сличне мономе]

$= 4 + 6x^3 + 5x + 4x^2$ [сабирамо сличне мономе]

$= 6x^3 + 4x^2 + 5x + 4$ [пишемо несличне мономе у одговарајућем редоследу]

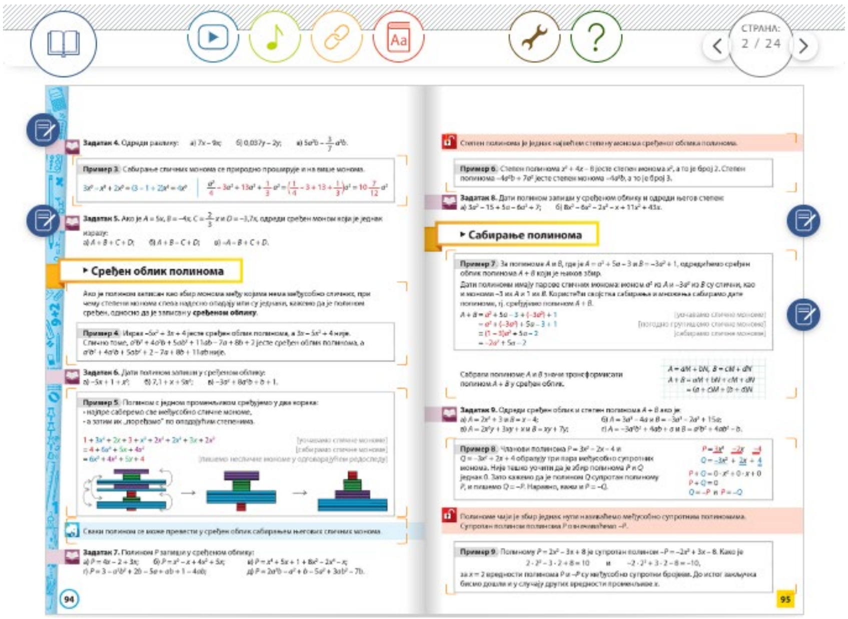


Начини провере оставрености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 94

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Сабирање полинома		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о сабирању сличних монома и сређеног облика полинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира сличне мономе; • преведе у сређен облик полином сабирањем његових сличних монома и „ређањем” монома по опадајућим степенима; • одреди степен полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	Уџбеник, Збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	сабирање сличних монома, супротан моном, сређени облик полинома, степен полинома		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима сабирање сличних монома, супротан моном, сређени облик полинома и степен полинома. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће	– Одговара на постављена питања наставника,
Главни део часа (35 минута)	
Наставник задаје ученицима да реше 129. задатак из Збирке задатака и 4. задатак из Уџбеника како би утврдили сабирање, односно одузимање сличних монома. Сабирање више сличних монома ученици утврђују решавањем 5. задатка из Уџбеника. Обрадом 6. и 7. задатка из Уџбеника ученици продубљују знање о сређеном облику полинома, а решавањем 8. задатка специјално и сређен облик полинома са једном променљивом. Наставник задаје ученицима и 135. задатак, где је захтев да се дати полиноми среде, па да се потом одреди степен полинома. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.7 *Сабирање полинома*, слајд 2).	– Прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања; – решава задатке (4, 5, 6, 7. и 8. задатак из Уџбеника и 129. и 135. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и поступке који се односе на сабирање сличних монома и на сређени облик полинома. Потом им задаје домаћи задатак (130. и 134. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 95

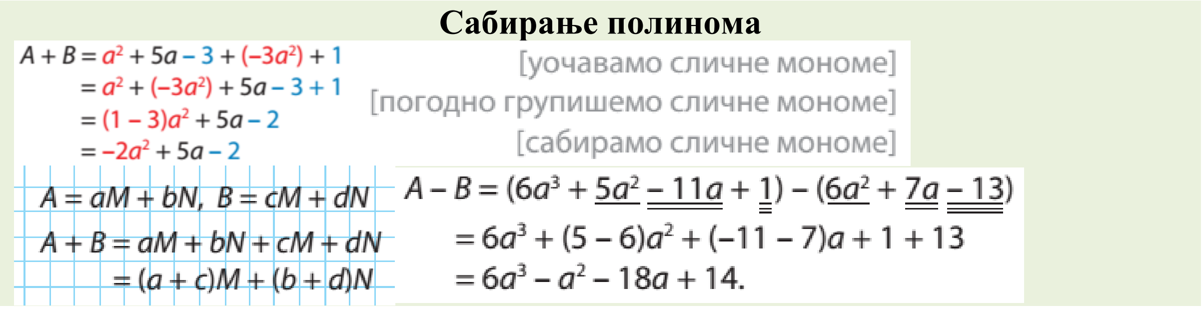
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Сабирање полинома		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са сабирањем полинома и са појмом супротног полинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди супротан полином датог полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	сабирање полинома, супротан полином		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове моном, полином, сређени облик полинома и степен полинома, као и поступак сабирања монома. Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Упознаје ученике са сабирањем полинома, разликовањем неколико корака у том поступку: уочавање сличних монома, погодно груписање сличних монома, сабирање сличних монома. Наглашава да сабрати полиноме A и B значи трансформисати полином $A + B$ у сређен облик. Дати поступак конкретизује обрадом 7. примера, након чега решава са ученицима 9. задатак из Уџбеника. Најпре на конкретном примеру (пример 8) уводи појам супротних полинома, успостављањем аналогије са сабирањем супротних бројева. Потом записује на табли: **Полиноме чији је збир једнак нули називаћемо међусобно супротним полиномима. Супротан полином полинома P означаваћемо као $-P$.** Наставник указује ученицима на то да су за сваку вредност променљиве бројевне вредности полинома P и $-P$ (са једном променљивом) међусобно супротни бројеви. То илуструје обрадом 9. примера. Одређивање супротног полинома ученици утврђују израдом 10. задатка из Уџбеника. Наставник обнавља са ученицима одузимање сличних монома и подсећа их да се одузимање своди на одговарајуће сабирање. Обрадом 10. примера упућује ученике у тврдњу: **За свака два полинома A и B важи $A - B = A + (-B)$.** Ради систематичности и прецизног извођења поступка сабирања полинома, наставник објашњава ученицима да је при сабирању и одузимању полинома пожељно да се слични мономи графички истакну (подвлачењем, тако да се међусобно слични мономи подвлаче истом врстом линије). На крају им задаје да реше 11. задатак, где је захтев да се одреди сређени облик полинома након одузимања два полинома. **Интерактиван приказ** – *Сабирање полинома.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје поступак сабирања полинома (лекција 3.7 *Сабирање полинома*, слајд 2).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (7, 8, 9. и 10. пример) и задатке (9, 10. и 11. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и поступке које су усвојили на данашњем часу, а односе се на сабирање (одузимање) полинома. Задаје им домаћи задатак (131. и 140. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Сабирање полинома

$$\begin{aligned} A + B &= a^2 + 5a - 3 + (-3a^2) + 1 && \text{[уочавамо сличне мономе]}\\ &= a^2 + (-3a^2) + 5a - 3 + 1 && \text{[погодно групишемо сличне мономе]}\\ &= (1 - 3)a^2 + 5a - 2 && \text{[сабирамо сличне мономе]}\\ &= -2a^2 + 5a - 2 \end{aligned}$$

$$A = aM + bN,\ B = cM + dN$$

$$\begin{aligned} A + B &= aM + bN + cM + dN\\ &= (a + c)M + (b + d)N \end{aligned}$$

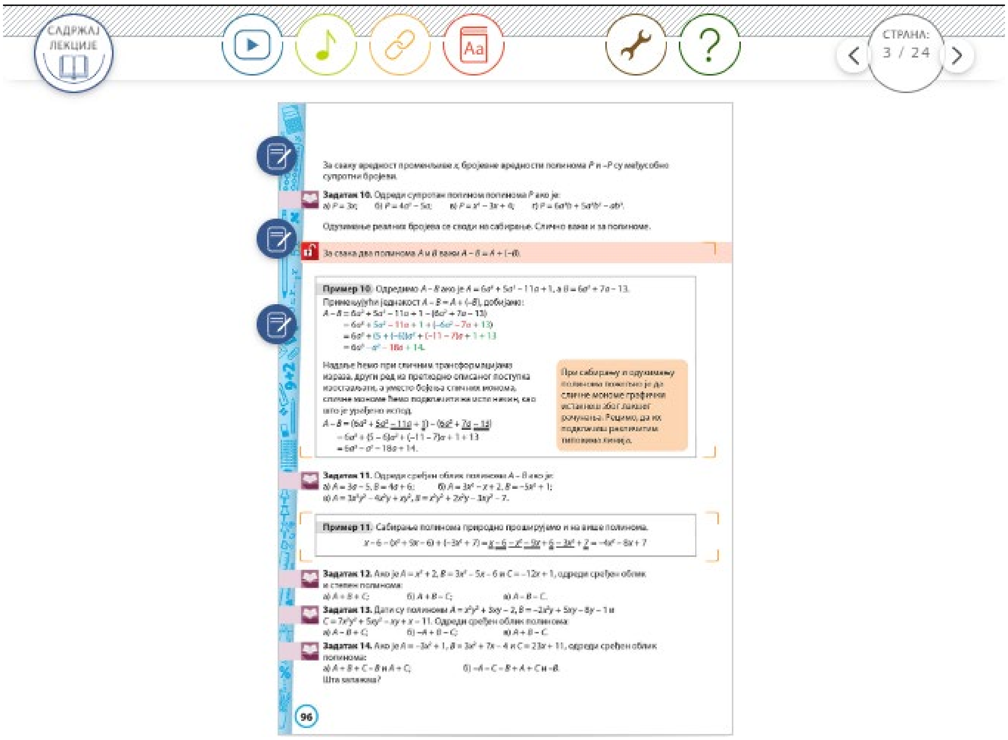
$$\begin{aligned} A - B &= (6a^3 + \underline{5a^2}\ \underline{\underline{-\ 11a}} + \underline{\underline{\underline{1}}}) - (\underline{6a^2} + \underline{\underline{7a}}\ \underline{\underline{\underline{-\ 13}}})\\ &= 6a^3 + (5 - 6)a^2 + (-11 - 7)a + 1 + 13\\ &= 6a^3 - a^2 - 18a + 14. \end{aligned}$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 96

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Сабирање полинома		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о сабирању полинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди супротан полином датог полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	сабирање полинома, супротан полином		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th>Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="2">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td>У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове моном, полином, сређени облик полинома, степен полинома, сабирање монома, супротан полином и на крају поступак сабирања полинома. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.</td><td>– Одговара на постављена питања наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Главни део часа (35 минута)</td></tr>
<tr><td>Ученици најпре решавају 139. задатак из Збирке, који им задаје наставник, чиме утврђују сабирање полинома и степен (збира) полинома. Потом им задаје и 147. задатак како би утврдили одузимање полинома и правило да се непознати сабирак рачуна тако што се од збира (полинома) одузима познати сабирак (полином). Решавање једноставних текстуалних задатака у вези са сабирањем полинома ученици увежбавају израдом 151. задатка из Збирке задатака.
Потом наставник истиче да сабирање полинома природно проширујемо и на више полинома. То илуструје обрадом 11. примера, након чега заједно са ученицима решава 12. и 13. задатак из Уџбеника. Затим им задаје да самостално реше и 14. задатак који има за циљ да укаже ученицима да се при сабирању више полинома супротни полиноми међусобно потиру.</td><td>– Прати упутства наставника;
– даје промишљене одговоре на постављена питања;
– поставља питања;
– решава пример (11. пример) и задатке (12, 13. и 14. задатак из Уџбеника и 139, 147. и 151. из Збирке) уз помоћ наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td>Понавља са ученицима појмове и поступке који се односе на сабирање сличних монома, сређени облик полинома и сабирање (одузимање) полинома. Задаје ученицима домаћи задатак (143, 145. и 152. задатак из Збирке задатака, као и задатке из наставног листа којим ученици понављају, утврђују и продубљују појмове и правила која се односе на сабирање полинома).
Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.7 <i>Сабирање полинома</i>, слајд 4).</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td>– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања</td></tr>
</table>

	– анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Сређени облик полинома и сабирање полинома
(примери и задаци)

Сређени облик полинома добијамо тако што најпре саберемо сличне мономе, а затим добијене (међу којима нема сличних) поређамо тако да њихови степени опадају гледано слева надесно.

1. На пример, полином $2 + 3x^2 + 2x^3 + 3x + 3x^3 + 2x + 2x^2$ сређујемо у следећа два корака.

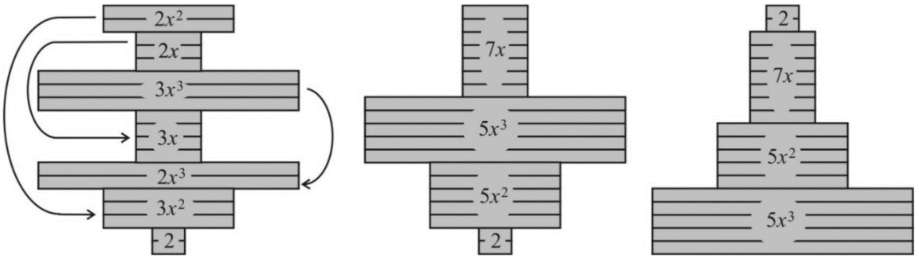
I Да не бисмо изоставили неки моном приликом сабирања, корисно је међусобно сличне мономе надвући (или подвући) истом врстом линија.

$$\hat{2} + \overline{3x^2} + \widetilde{2x^3} + \overline{\overline{3x}} + \widetilde{3x^3} + \overline{\overline{2x}} + \overline{2x^2}$$

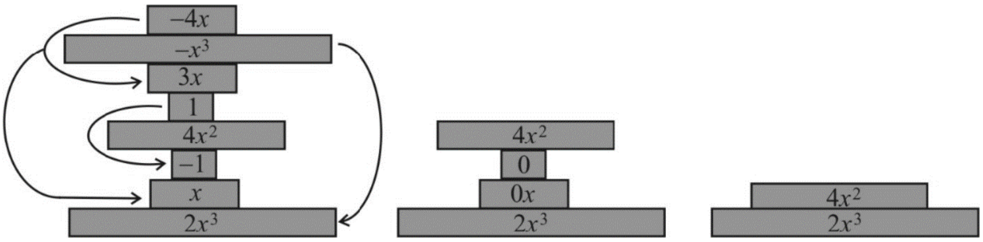
$$2 + 5x + 5x^3 + 7x$$

II Преостаје још да се поређају по опадајућим степенима.

$$5x^3 + 5x^2 + 7x + 2$$



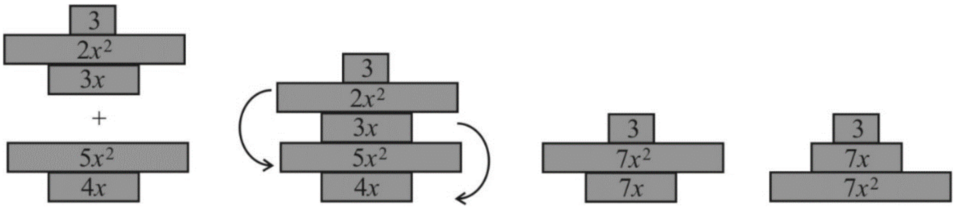
2. Среди полином $4x^3 + x - 1 + 4x^2 + 1 + 3x - x^3 - 4x$. Погледај слику испод.



3. Средимо полином $4x + 5x^2 + 3x + 2x^2 + 3$.

$$\overline{4x} + \widetilde{5x^2} + \overline{3x} + \widetilde{2x^2} + \overline{\overline{3}}$$
$$7x + 7x^2 + 3$$
$$7x^2 + 7x + 3$$

Веома близак претходном задатку је и следећи: сабери полиноме $4x + 5x^2$ и $3x + 2x^2 + 3$.



Збир је, наравно, $7x^2 + 7x + 3$.

4. Одреди збир полинома.

а) $3x^3 - 2x^2 - x + 3$ и $x^4 - 3x^3 + x^2 + x - 1$;

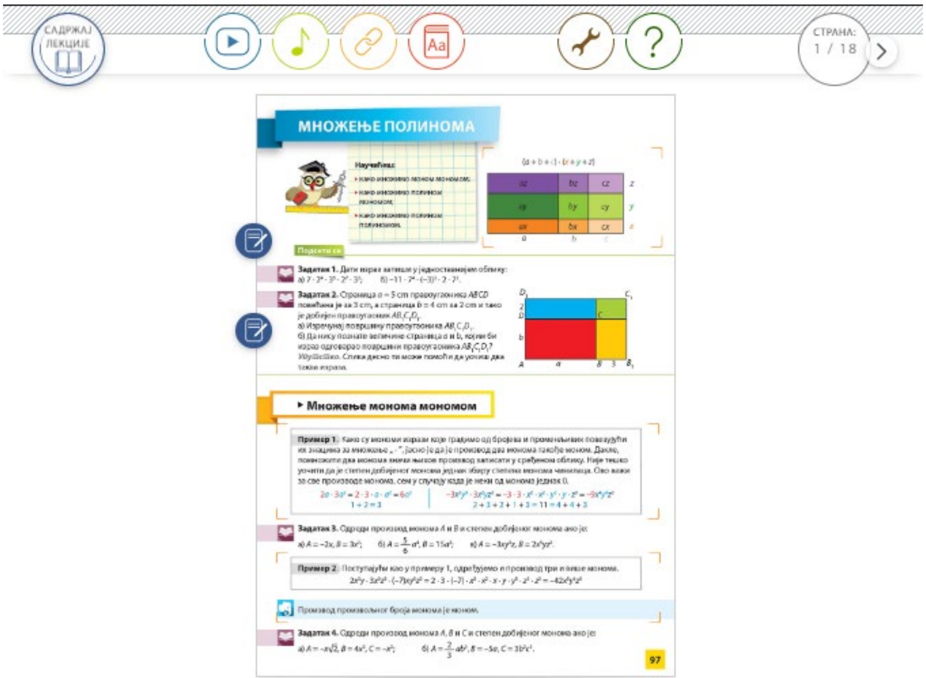
б) $2x^2y - 2xy - y + 1$ и $x^2y - 3xy + x - 1$;

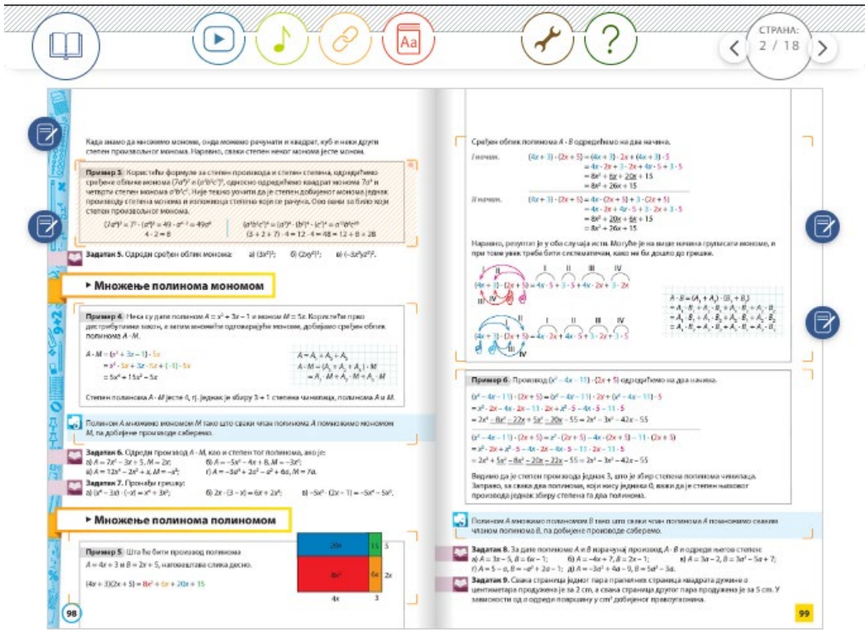
в) $2xy^2 - 2xy + x + y - 2$ и $2xy^2 - x^2y + 2xy - x - y - 2$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 97

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење монома. Множење полинома мономом		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са множењем два или више монома и са поступком множења полинома мономом.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди производ два или више монома; • множи полином мономом.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	множење монома, множење полинома мономом		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





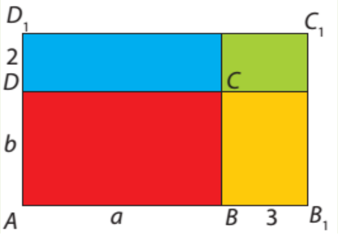
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове полином, моном, коефицијент монома. Задаје ученицима да реше мотивациони задатак (1. задатак из Уџбеника) како би припремио ученике за усвајање поступка множења монома. Затим задаје ученицима и 2. задатак, којим уједно припрема ученике за множење два полинома (конкретно бинома), али им указује и на то да су геометрија и алгебра (аритметика) блиско повезане. Уколико неко од ученика успешно реши задатак, наставник га јавно похваљује, у супротном истиче да ће након усвајања знања из дате лекције успети да реше дати задатак и њему сличне задатке.	– Одговара на постављена питања наставника; – решава мотивационе задатке.
Главни део часа (25 минута)	
Обрадом 1. примера подсећа ученике да су мономи изрази које градимо од бројева и променљивих повезујући их знацима за множење, те да је јасно да је производ два монома такође моном. Наглашава да под множењем два монома подразумевамо записивање њиховог производа у сређеном облику и уочава да је степен добијеног монома једнак збиру степена монома чинилаца, када су мономи различити од нуле. Истиче случај када је неки од монома једнак 0. Потом решава 3. задатак, а обрадом 2. примера показује да се производ три и више монома одређује	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3. и 4. пример) и задатке (1, 2, 3. и 6. задатак из

аналогно одређивању производа два монома. Диктира ученицима: **Производ произвољног броја монома је моном.** На конкретном примеру (пример 3) демонстрира ученицима да је степен добијеног монома једнак производу степена монома и изложиоца степена који се рачуна и наглашава да то важи за било који степен произвољног монома. **Интерактиван приказ** – *Множење монома.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје поступак множења монома (лекција 3.8 *Множење полинома*, слајд 1). Потом наставник прелази на множење полинома мономом. Пошто је множење полинома мономом први значајнији корак који ученици морају да савладају да би множили произвољне полиноме, наставник посебну пажњу поклања излагању овог поступка, најпре на конкретном примеру (пример 4). Том приликом истиче да се у основи поступка, насловљеног множења, налази дистрибутивност и на томе инсистира током решавања сваког новог задатка. Записује на табли: **Полином *A* множимо мономом *M* тако што сваки члан полинома *A* помножимо мономом *M*, па добијене производе саберемо.** Потом задаје ученицима да реше 6. задатак (примери који се не обраде на часу остају за домаћи задатак). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.8 *Множење полинома*, слајд 1 и слајд 2).	Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима множење два или више монома, као и множење полинома мономом. Задаје им домаћи задатак (168, 169. и 174. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Множење монома. Множење полинома мономом



$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A \cdot M = (A_1 + A_2 + A_3) \cdot M$$

$$= A_1 \cdot M + A_2 \cdot M + A_3 \cdot M$$

Начини провере оствaрености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 98

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење монома. Множење полинома мономом		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о множењу два или више монома и множењу полинома мономом.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди производ два или више монома; • множи полином мономом.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	множење монома, множење полинома мономом		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика. Потом обнавља са ученицима поступке множења два или више монома, као и множење полинома мономом.	– одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Како би ученици утврдили да се производ три и више монома одређује аналогно одређивању производа два монома, наставник им задаје 4. задатак из Уџбеника. Након што понови са ученицима да је степен добијеног монома једнак производу степена монома и изложиоца степена који се рачуна, задаје им да реше 5. задатак из Уџбеника.	– прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања;

Ученици потом утврђују множење полинома мономом тако што прво адекватно изврше множење, а затим траже грешке у погрешно извршеним множењима (7. задатак из Уџбеника). Множење монома и повезивање са сабирањем сличних монома ученици утврђују израдом 173. задатка из Збирке, који им задаје наставник. Множење полинома мономом, сређивање добијеног полинома и одређивање степена датог полинома представља захтев у 175. задатку из Збирке који ученици такође решавају уз помоћ наставника. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 172. задатак из Збирке задатака. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.8 *Множење полинома*, слајд 1 и слајд 2).	– решава задатке (4, 5, и 7. задатак из Уџбеника и 172, 173. и 175. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима множење монома и множење полинома мономом. Потом задаје ученицима петоминутни тест како би утврдио степен остварености исхода и како би прилагодио начин и темпо излагања на наредним часовима који се односе на множење полинома.	– одговара на питања наставника; – решава задатке из петоминутног теста.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Петоминутни тест – Множење монома. Множење полинома мономом

1. Одреди производ монома $2ab^3$ и $-3b^2c^3$ и степен тако добијеног монома.

2. Одреди сређен облик монома $(2ab^3)^3$ и степен тако добијеног монома.

3. Одреди производ полинома $2x^3 – 2x^2 + x + 1$ и монома x^2.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 99

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење полинома полиномом		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са множењем полинома полиномом.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди производ два полинома; • одреди степен производа два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	множење полинома полиномом		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима поступке множења два или више монома, као и поступке множења полинома мономом и подсећа ученике да је то последица дистрибутивности множења према сабирању.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 5. примера илустративно, геометријском интерпретацијом, упућује ученике у множење два полинома (конкретно бинома). Притом се труди да укаже ученицима да се множење врши тако што се множе мономи „свaки са сваким“ јер је управо та идеја у основи самог поступка. Још једном истиче дистрибутивност као основу поступка. Указује ученицима на то да могућности за редослед навођења монома, добијених датим множењем, има много (решава пример на два начина), али да бирамо један, систематичан начин да бисмо што мање грешили, као и да је неопходно да ученици одрже уредност, систематичност, стрпљивост, концентрацију на високом нивоу приликом множења два полинома. Инсистира на томе да је резултат добијен на два различита начина исти и да не зависи од редоследа множења монома. На конкретном примеру (пример 6) скреће пажњу ученицима да за свака два полинома, који нису једнаки 0, важи да је степен њиховог производа једнак збиру степена та два полинома. Напомиње још једном да када извршимо множење обавезно морамо превести добијени производ у сређени облик полинома. Записује на табли: **Полином *A* множимо полиномом *B* тако што сваки члан полинома *A* помножимо сваким чланом полинома *B*, па добијене производе саберемо.** **Интерактиван приказ** – *Множење полинома.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје поступак множења монома (лекција 3.8 *Множење полинома*, слајд 2). Потом наставник дели ученицима наставни лист (прилог 1) који садржи примере које ученици обрађују и задатке које решавају на часу. Примери који се не реше на часу остају за домаћи задатак.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (5. и 6. пример) и задатке из наставног листа, уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима поступак множења полинома полиномом. Задаје им домаћи задатак (примери из наставног листа које нису решили на часу, 177. и 178. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Множење полинома полиномом

I начин.

$$\begin{aligned}(4x+3)\cdot(2x+5)&=(4x+3)\cdot 2x+(4x+3)\cdot 5\\&=4x\cdot 2x+3\cdot 2x+4x\cdot 5+3\cdot 5\\&=8x^2+\underline{6x}+\underline{20x}+15\\&=8x^2+26x+15\end{aligned}$$

II начин.

$$\begin{aligned}(4x+3)\cdot(2x+5)&=4x\cdot(2x+5)+3\cdot(2x+5)\\&=4x\cdot 2x+4x\cdot 5+3\cdot 2x+3\cdot 5\\&=8x^2+\underline{20x}+\underline{6x}+15\\&=8x^2+26x+15\end{aligned}$$

$$(x^2-4x-11)\cdot(2x+5)=(x^2-4x-11)\cdot 2x+(x^2-4x-11)\cdot 5$$
$$=x^2\cdot 2x-4x\cdot 2x-11\cdot 2x+x^2\cdot 5-4x\cdot 5-11\cdot 5$$
$$=2x^3\underline{-8x^2}\underline{\underline{-22x}}+\underline{5x^2}\underline{\underline{-20x}}-55=2x^3-3x^2-42x-55$$

$$(x^2-4x-11)\cdot(2x+5)=x^2\cdot(2x+5)-4x\cdot(2x+5)-11\cdot(2x+5)$$
$$=x^2\cdot 2x+x^2\cdot 5-4x\cdot 2x-4x\cdot 5-11\cdot 2x-11\cdot 5$$
$$=2x^3+\underline{5x^2}\underline{-8x^2}\underline{\underline{-20x}}\underline{\underline{-22x}}-55=2x^3-3x^2-42x-55$$

$$\begin{aligned}A\cdot B&=(A_1+A_2)\cdot(B_1+B_2)\\&=A_1\cdot B_1+A_2\cdot B_1+A_1\cdot B_2+A_2\cdot B_2\\&=A_1\cdot B_1+A_1\cdot B_2+A_2\cdot B_1+A_2\cdot B_2\\&=A_1\cdot B_2+A_2\cdot B_2+A_1\cdot B_1+A_2\cdot B_1\end{aligned}$$

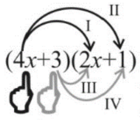
Начини провере оствареност исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

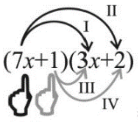
ПРИЛОГ 1

Множење полинома

1. На наредној слици лево приказано је множење два полинома, 4*x* + 3 и 2*x* + 1. Римски бројеви указују на редослед множења парова монома који чине дате биноме. На исти начин помножи полиноме 7*x* + 1 и 3*x* + 2 (доле десно).

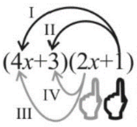


$$(4x+3)(2x+1) = \overset{I}{4x\cdot 2x} + \overset{II}{4x\cdot 1} + \overset{III}{3\cdot 2x} + \overset{IV}{3\cdot 1}$$
$$= 8x^2 + \underline{4x} + \underline{6x} + 3$$
$$= 8x^2 + 10x + 3$$

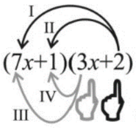


$$(7x+1)(3x+2) = \overset{I}{\underline{\qquad}} + \overset{II}{\underline{\qquad}} + \overset{III}{\underline{\qquad}} + \overset{IV}{\underline{\qquad}}$$
$$= \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$
$$= \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

2. Наравно, могли смо да множимо групишући мономе другачијим редоследом – резултат ће бити исти.

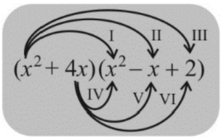


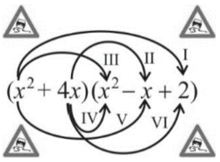
$$(4x+3)(2x+1) = \overset{I}{4x\cdot 1} + \overset{II}{3\cdot 1} + \overset{III}{4x\cdot 2x} + \overset{IV}{3\cdot 2x}$$
$$= \underline{4x} + 3 + 8x^2 + \underline{6x}$$
$$= 8x^2 + 10x + 3$$



$$(7x+1)(3x+2) = \overset{I}{\underline{\qquad}} + \overset{II}{\underline{\qquad}} + \overset{III}{\underline{\qquad}} + \overset{IV}{\underline{\qquad}}$$
$$= \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$
$$= \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

3. Није тешко видети да су могући и други редоследи груписања монома. Међутим, за који год редослед да се одлучите, требало би да буде систематичан јер свако груписање монома без неког реда углавном доводи до грешке (нарочито када се ради са полиномима који су састављени од већег броја монома). Замислите да треба множити као што је назначено на наредној слици десно.





4. Помножи $x^2 + 4x$ и $x^2 - x + 2$.

____

____

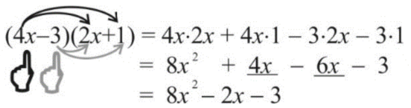
____

5. Помножи $4x + (-3)$ и $2x + 1$, па упореди свој поступак са оним са слике десно.

____

____

____



$$\begin{aligned}(4x-3)(2x+1) &= 4x\cdot 2x + 4x\cdot 1 - 3\cdot 2x - 3\cdot 1\\ &= 8x^2 + \underline{4x} - \underline{6x} - 3\\ &= 8x^2 - 2x - 3\end{aligned}$$

6. Троје људи је множило полиноме $4x - 1$ и $x^2 + x - 2$. Свако од њих је то погрешно урадио. Нађи грешке!

$$\begin{aligned}(4x-1)(x^2+x-2) &= 4x\cdot x^2 + 4x\cdot \mathrm{x} - 4x\cdot 2 - x^2 - x - 2\\ &= 4x^3 + 4x^2 - 8x - x^2 - x - 2\\ &= 4x^3 + 3x^2 - 9x - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4x-1)(x^2+x-2) &= 4x\cdot x^2 + 4x\cdot \mathrm{x} - 4x\cdot 2 - x^2 - x + 2\\ &= 4x^3 + 4x^2 - 8x - x^2 - x + 2\\ &= 7x^2 - 9x - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4x-1)(x^2+x-2) &= 4x\cdot x^2 + 4x\cdot \mathrm{x} - 4x\cdot 2 - x^2 - x + 2\\ &= 4x^3 + 4x^2 - 8x - x^2 - x + 2\\ &= 4x^3 + 3x^2 - 7x + 2\end{aligned}$$

Понекад је теже прегледати нечији рад него решити задатак!

7. Одреди следеће производе:

а) $(x^2 + x + 2)\cdot(x^2 - x - 1) =$ ______________________________

____

____

______________________________;

б) $(x^2 - x - 1)\cdot(x^2 - x - 1) =$ ______________________________

____

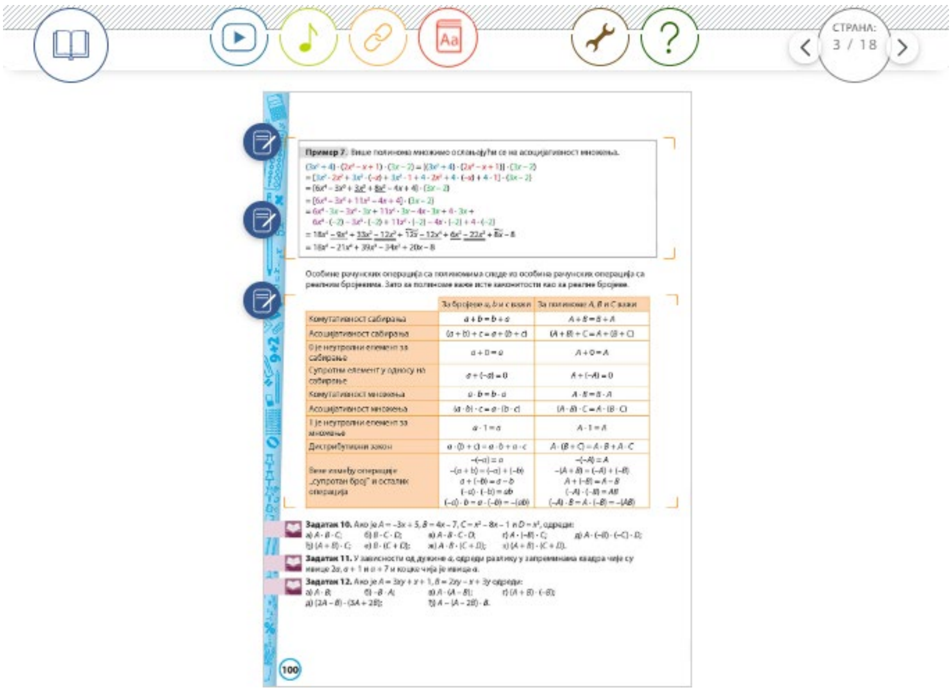
____

______________________________.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 100

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење полинома		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о множењу полинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди производ два полинома; • одреди степен производа два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	множење полинома полиномом		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице

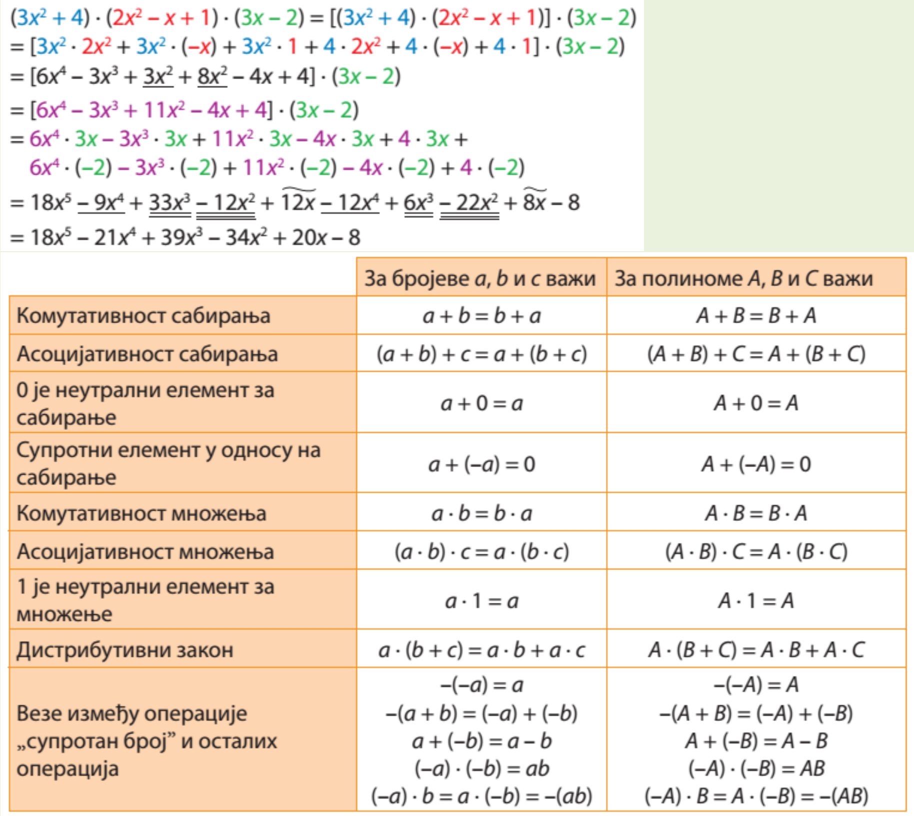


ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима поступак множења полинома полиномом и анализира израду домаћег задатка, посебно задатака из наставног листа.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник задаје ученицима да реше 8. задатак из Уџбеника и тиме утврде множење два полинома и одређивање степена тако добијеног производа. Задаје им и 9. задатак, где повезују множење два бинома са одређивањем површине правоугаоника. Потом наставник дискутује са ученицима о решењу 2. задатка под б) на 97. страни Уџбеника. Обрадом 7. примера наставник показује ученицима да више полинома множимо ослањајући се на асоцијативност множења. Затим указује ученицима на то да особине рачунских операција са полиномима следе из особина рачунских операција са реалним бројевима и да зато за полиноме важе исте законитости као за реалне бројеве. Црта табелу на табли и исписује особине сабирања и множења полинома (100. страна у Уџбенику). Уколико остане довољно времена, решава заједно са ученицима 10. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.8 *Множење полинома*, слајд 3).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања; – решава пример (7. пример) и задатке (2, 8, 9. и 10. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима поступак множења полинома полиномом. Задаје им домаћи задатак (184. и 185. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Множење полинома



$$(3x^2 + 4) \cdot (2x^2 - x + 1) \cdot (3x - 2) = [(3x^2 + 4) \cdot (2x^2 - x + 1)] \cdot (3x - 2)$$
$$= [3x^2 \cdot 2x^2 + 3x^2 \cdot (-x) + 3x^2 \cdot 1 + 4 \cdot 2x^2 + 4 \cdot (-x) + 4 \cdot 1] \cdot (3x - 2)$$
$$= [6x^4 - 3x^3 + \underline{3x^2} + \underline{8x^2} - 4x + 4] \cdot (3x - 2)$$
$$= [6x^4 - 3x^3 + 11x^2 - 4x + 4] \cdot (3x - 2)$$
$$= 6x^4 \cdot 3x - 3x^3 \cdot 3x + 11x^2 \cdot 3x - 4x \cdot 3x + 4 \cdot 3x +$$
$$6x^4 \cdot (-2) - 3x^3 \cdot (-2) + 11x^2 \cdot (-2) - 4x \cdot (-2) + 4 \cdot (-2)$$
$$= 18x^5 \underline{- 9x^4} + \underline{\underline{33x^3}} \underline{\underline{\underline{- 12x^2}}} + \widetilde{12x} \underline{- 12x^4} + \underline{\underline{6x^3}} \underline{\underline{\underline{- 22x^2}}} + \widetilde{8x} - 8$$
$$= 18x^5 - 21x^4 + 39x^3 - 34x^2 + 20x - 8$$

	За бројеве a, b и c важи	За полиноме A, B и C важи
Комутативност сабирања	$a + b = b + a$	$A + B = B + A$
Асоцијативност сабирања	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(A + B) + C = A + (B + C)$
0 је неутрални елемент за сабирање	$a + 0 = a$	$A + 0 = A$
Супротни елемент у односу на сабирање	$a + (-a) = 0$	$A + (-A) = 0$
Комутативност множења	$a \cdot b = b \cdot a$	$A \cdot B = B \cdot A$
Асоцијативност множења	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
1 је неутрални елемент за множење	$a \cdot 1 = a$	$A \cdot 1 = A$
Дистрибутивни закон	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
Везе између операције „супротан број” и осталих операција	$-(-a) = a$ $-(a + b) = (-a) + (-b)$ $a + (-b) = a - b$ $(-a) \cdot (-b) = ab$ $(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -(ab)$	$-(-A) = A$ $-(A + B) = (-A) + (-B)$ $A + (-B) = A - B$ $(-A) \cdot (-B) = AB$ $(-A) \cdot B = A \cdot (-B) = -(AB)$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 101

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Множење полинома		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о множењу монома, множењу полинома мономом и множењу полинома полиномом.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди производ два или више монома; • множи полином мономом; • одреди производ два полинома; • одреди степен производа два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома.		
Наставне методе:	монолошка, дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	Уџбеник, Збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	множење монома, множење полинома мономом, множење полинома полиномом		

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th>Планиране активности наставника:</th><th colspan="2">Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима поступке множења монома, множења полинома мономом и поступак множења полинома полиномом. Анализира израду домаћег задатка и отклања нејасноће.</td><td>– Одговара на постављена питања наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Главни део часа (20 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наставник задаје ученицима да реше 171. задатак из Збирке и тиме утврде множење монома, а потом и 180. задатак како би утврдили множење више полинома применом асоцијативности за множење полинома. Наставник задаје ученицима 179. задатак како би ученици повезали множење полинома са сабирањем полинома. Ученици који се добровољно јаве решавају задатке на табли уз надзор и сугестије наставника. Остали решавају задатке у својим свескама, а наставник их обилази и инсистира на уредности, систематичности у раду и стрпљивости. Одржава радну атмосферу и дисциплину на часу. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 181. задатак из Збирке задатака.</td><td>– Прати упутства наставника;
– учествује у дискусији;
– даје промишљене одговоре на постављена питања;
– поставља питања;
– решава задатке (171, 179, 180. и 181. задатак из Збирке) уз помоћ наставника</td></tr>
<tr><td colspan="3">Завршни део часа (20 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Понавља са ученицима још једном множење монома, множење полинома мономом и множење полинома полиномом. Потом им задаје петнаестоминутни тест како би утврдио степен остварености исхода учења.</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Петнаестоминутни тест – Множење полинома

1. Одреди производ монома $-7ab^3c$ и $-3b^2c^3d$ и степен тако добијеног монома.

2. Одреди производ:
   а) полинома $2a^4 - 2a^2 + a + 1$ и монома $3a^2$;

   б) полинома $4a - b - 3c$ и монома $2abc$.

3. Одреди производ:
   а) полинома $3x - 5$ и полинома $2x + 7$;

   б) полинома $x^3 + x^2 + 3x$ и полинома $x^2 + 4$;

   в) полинома $a - b$ и полинома $2a^2 - ab - b^2$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 102

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Рачунске операције са полиномима		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација знања и умења ученика о рачунским операцијама са полиномима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди супротан полином датог полинома; • множи полином мономом; • одреди производ два полинома; • одреди степен производа два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	наставни листићи, прибор за геометрију, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	сабирање полинома, супротан полином, множење монома, множење полинома мономом, множење полинома полиномом		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа анализира домаћи задатак, а затим ученике распоређује у нехомогене (у смислу нивоа математичког знања) четворочлане групе. Свака група добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду, у складу са својим постигнућима из математике. Успоставља такмичарску атмосферу, пошто ће на крају часа упоредити резултате ученика из различитих група.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Одржава дисциплину, води рачуна о томе да сви ученици учествују у раду групе, обилази их.	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији са члановима групе; – решава задатке групним радом; – анализира и закључује; – поставља питања.
Завршни део часа (10 минута)	
У завршном делу часа записује на табли редне бројеве група, уписује поене које је свака група освојила и на крају проглашава победничку групу, чије чланове уписује у педагошку евиденцију.	– Упућује наставника и ученике других група у решења задатака.

Изглед табле

Рачунске операције са полиномима

	Задатак 1	**Задатак 2**	**Задатак 3**	**Задатак 4**	**Укупно**
I група					
II група					
III група					
IV група					
V група					
VI група					
VII група					

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Рачунске операције са полиномима

1. Одреди збир и разлику полинома A и B ако је $A = 2x^2 - 6x + 1$ и $B = -5x^2 + 7x + 1$.
2. Одреди производ полинома $4y - 3$ и $2y^2 - 6y + 1$.
3. Упрости израз:
   а) $a^2 \cdot (a + 1) + (3a^2 - 2) \cdot (3 - 2a)$;
   б) $(x - 2) \cdot (x + 2) + (2x + 5) \cdot (x - 4)$.
4. Покажи да вредност израза $2a \cdot (15a - 11b) - (b - 3a) \cdot (4b - 10a) + 4b^2 - 7$ не зависи од a и b.
5. Биному $2x^2 + 4x$ додај производ бинома $3x - 1$ и $5 - 4x$.
6. Реши једначину:
   а) $3x - 2 \cdot (5 - 4x) = 12$;
   б) $(x - 5) \cdot (x - 2) - (x - 1) \cdot (x + 4) = 14$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 103

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Припрема за трећи писмени задатак		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и утврђивање усвојених знања која се односе на одређене садржаје из наставне теме Многоугао и полиноме и операције са њима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи својства висине троугла у задацима; • у задацима користи особине правилних многоуглова; • запише моном у сређеном облику; • одреди коефицијент и степен монома; • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди производ два полинома.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе у парове труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.	– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке различите тежине, односно ра-зличитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке; – учествује у дискусији; – анализира и закључује; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Изводи ученике пред таблу да испишу решења задатака које су решавали на часу.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика на датом часу
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Припрема за трећи писмени задатак

1. Израчунај меру унутрашњег угла правилног многоугла чији је централни угао мере:

   a) $15°$; б) $40°$; в) $45°$.

2. Одреди површину једнакостраничног троугла коме је дужина тежишне дужи једнака $9\sqrt{3}$ cm.

3. На странице BC и AC троугла ABC повучене су нормале из темена A и B. Те нормале секу одговарајуће странице редом у тачкама E и D. Ако је $AE = BD$, докажи да је троугао ABC једнакокрак.

4. Мономе запиши у сређеном облику, па одреди коефицијент и степен тог монома:

   а) $a^3 \cdot (-5) \cdot a^4 \cdot (-3a^2)$; б) $\frac{2}{3}x^4yz \cdot (24x)$.

5. Дати су полиноми $A = 2x^5 - 3x^3 + 2x, B = 5x^5 + 2x^3 - 7x$ и $C = 9x^4 - 7x^3 + 3$.

   Запиши у сређеном облику полином:

   а) $A + B + C$; б) $A - B - C$;

   а затим одреди његов степен.

6. Дати су полиноми: $A = x^2 + x + 1, B = -4x + 5$ и $C = -4x^2 - 5x + 1$. Одреди:

   а) $A - B + C$; б) $A - (C - B)$; в) $C - A \cdot B$; г) $B \cdot (A + C)$.

   Утврди који је степен добијеног полинома.

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Трећи писмени задатак		
Тип часа:	Час провере		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја који се односе на одређене садржаје из наставне теме *Многоугао* и полиноме и операције са њима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи својства тежишта и тежишних дужи у задацима; • у задацима користи особине правилних многоуглова; • запише моном у сређеном облику; • одреди коефицијент и степен монома; • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди производ два полинома.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	листићи са задацима, вежбанка		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:			
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (3 минута)	
Наставник дели ученицима задатке за трећи писмени задатак уз опште напомене о начину израде.	– Слуша упутства наставника.
Главни део часа (40 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста за трећи писмени задатак.
Завршни део часа (2 минута)	
Преузима радове од ученика.	– Предаје свој рад.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са трећег писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

VII разред – Трећи писмени задатак из математике

I група

1. Мономе запиши у сређеном облику, па одреди њихов коефицијент и степен.
   а) $a^3 \cdot (-2) \cdot a^4 \cdot (-3a)$ б) $\frac{10}{7}ab^4a \cdot (-14)$.

2. Један сабирак је $a^2 + 2ab - b^2$, а збир $3a^2 + ab + b^2$. Одреди други сабирак.

3. Ако је $A = 2a + 3$, $B = a^2 - 2$ и $C = 4 - 3a$, одреди и среди полином:
   а) $A \cdot B \cdot C$; б) $A \cdot B - C$; в) $A \cdot C + B \cdot C$.

4. Одреди углове карактеристичног троугла петнаестоугла.

5. Нека је ΔABC правоугли троугао са правим углом у темену C. Ако је $AB = 6$ cm, одреди растојање између темена C и тежишта троугла ABC.

VII разред – Трећи писмени задатак из математике

II група

1. Мономе запиши у сређеном облику, па одреди њихов коефицијент и степен.
   а) $a^2 \cdot (-3) \cdot a^5 \cdot (-5a)$ б) $\frac{10}{9}ab^3a \cdot (-18)$

2. Један сабирак је $3a^2 + ab - b^2$, а збир $a^2 + 2ab + 2b^2$. Одреди други сабирак.

3. Ако је $A = 3a + 4$, $B = a^2 - 1$ и $C = 3 - 2a$, одреди и среди полином:
   а) $A \cdot B \cdot C$; б) $A \cdot B + C$; в) $A \cdot C - B \cdot C$.

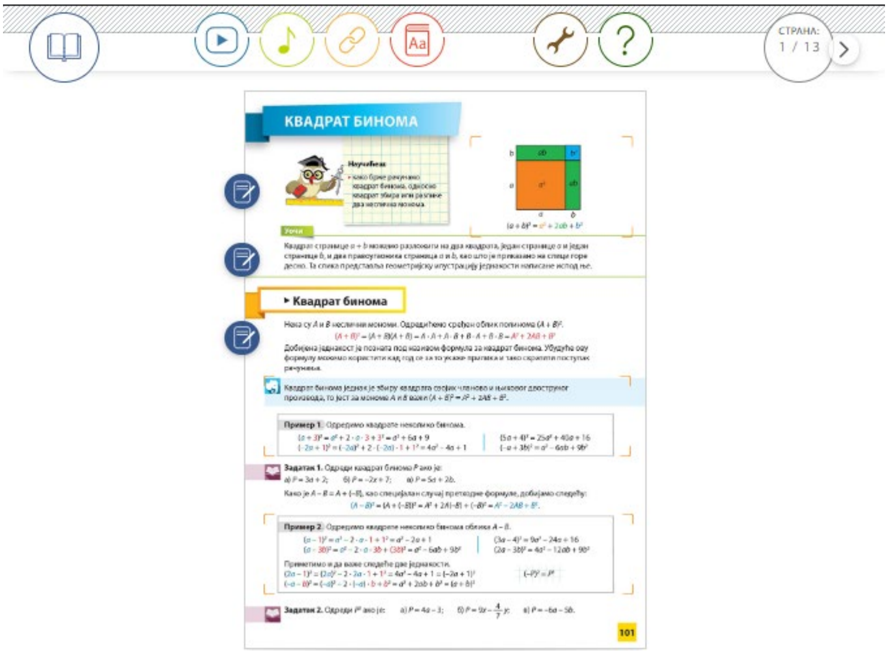
4. Одреди углове карактеристичног троугла осамнаестоугла.

5. Нека је ΔMNP правоугли троугао са правим углом у темену P. Ако је $MN = 3$ cm, одреди растојање између темена P и тежишта троугла MNP.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 105

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Квадрат бинома		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са квадратом бинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за квадрат бинома.		
Наставне методе:	хеуристичка, дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери), наставни листови		
Облици рада:	групни рад, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • дигиталну компетенцију; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Квадрат бинома има примену у решавању задатака из физике.		
Кључни појмови:	квадрат бинома		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



КВАДРАТ БИНОМА

Квадрат бинома

101

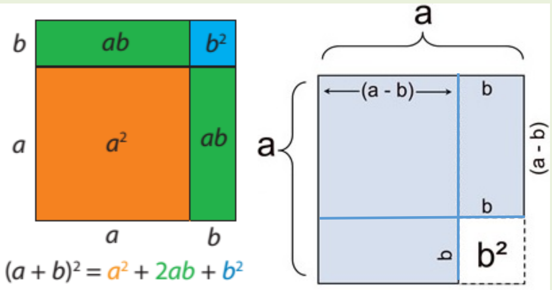
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима формуле за рачунање површине квадрата и правоугаоника, као и да је, уколико неку фигуру поделимо на неколико дисјунктних делова, површина дате фигуре једнака збиру површина делова на које је подељена. Наставник потом дели ученике у нехомогене групе од по четири или пет ученика (пет група) тако да у свакој групи буду ученици различитих постигнућа из математике. Свакој од група дели различите наставне листове (прилози 1, 2, 3, 4 и 5). Упућује ученике да према упутству у наставним листовима одреде површине два квадрата и два правоугаоника (на које је велики квадрат подељен) и да покушају да попуне наставне листове који имају за циљ да им укажу на формулу за квадрат бинома.	– Распоређује се у одговарајућу групу према упутству наставника; – упућује се у захтеве на које треба да одговори групним радом.
Главни део часа (30 минута)	
Дискутује са ученицима који су дошли до одређених закључака. Уколико нико од ученика није адекватно формулисао тврђење, наводи оне који су близу формулације, дозира помоћ и поставља им адекватна питања и потпитања, обилази их. Потом дискутује са ученицима из различитих група да упореде своје закључке и указује им на то да одговарајућа формула важи без обзира на начин (на дужине страница два квадрата и два правоугаоника) на који је подељен квадрат. Уколико неко од ученика изведе уопштену формулу, изводи га на таблу и захтева од других ученика да га прате како би се уверили да дато правило одговара закључку који су и они требали да изведу, без обзира на групу. Потом обнавља са ученицима поступак множења два бинома и задаје им да одреде производ $(a+b)(a+b)$ како би се ученици уверили да и рачунским путем долазимо до истог закључка. Записује на табли: **Квадрат бинома једнак је збиру квадрата својих чланова и њиховог двоструког производа, то јест за мономе A и B важи $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.** Потом црта на табли квадрат странице a, дели га на квадрат странице $a-b$, и два правоугаоника страница a и b који имају заједнички квадрат странице b (приказано на табли). Указује ученицима на то да површину квадрата странице $a-b$ добијамо када од површине квадрата странице a одузмемо површине два правоугаоника страница a и b, али да смо на тај начин два пута одузели површину квадрата странице b и да стога морамо још једном да је додамо. Тиме показује ученицима да је $(A-B)^2 =$	– Покушава да својим речима формулише тврђење, односно формулу; – одговара на постављена питања наставника; – сарађује са ученицима са којима је у групи; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) из Уџбеника, уз помоћ наставника.

$A^2 - 2AB + B^2$, у шта их рачунски уверава. Дата правила илуструје на конкретним примерима (пример 1 и пример 2). **Интерактиван приказ** – *Квадрат бинома*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје, геометријском интерпретацијом, формулу за квадрат бинома (лекција 3.9 *Квадрат бинома*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.9 *Квадрат бинома*, слајд 1).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за квадрат бинома и задаје им домаћи задатак (1. и 2. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Квадрат бинома



$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A \cdot A + A \cdot B + B \cdot A + B \cdot B = A^2 + 2AB + B^2$

$(A-B)^2 = (A+(-B))^2 = A^2 + 2A(-B) + (-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$

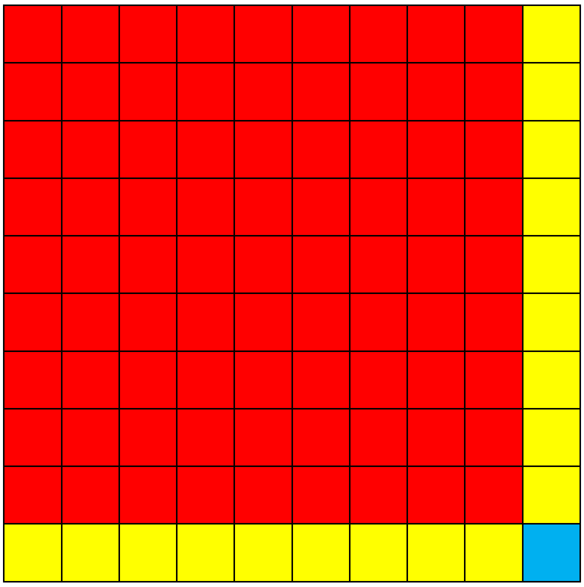
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Наставни лист – Квадрат бинома

Прва група



На страницама великог квадрата запиши дужине страница које одређују црвени квадрат, жуте правоугаонике и плави квадрат, ако су странице сваког малог квадратића међусобно једнаке, јединичне дужине.

Израчунај површину: црвеног квадрата, жутих правоугаоника, плавог квадрата.

Да ли је збир ових површина једнак површини великог квадрата?

Допуни следећу једнакост на основу својих запажања:

$$\mathbf{10^2} = (\_\_ + \_\_)^2 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \mathbf{2} \cdot \_\_\_\_ + \_\_\_\_ =$$

$$= \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2.$$

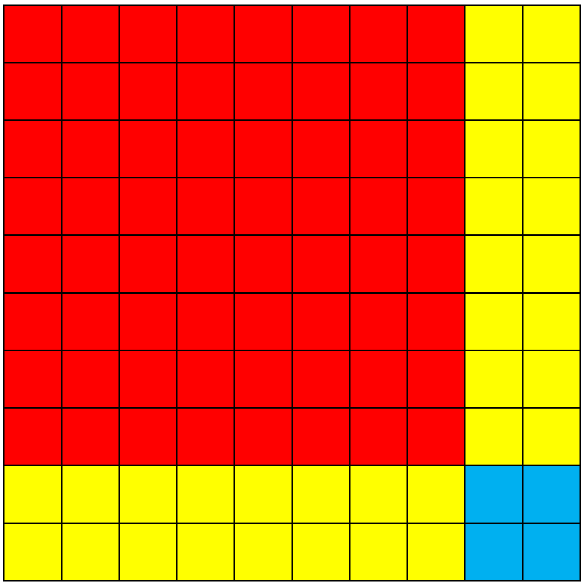
Формулиши једнакост ако је квадрат чија је дужина странице $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ разложен на квадрат странице $\boldsymbol{a}$, два правоугаоника чије су дужине страница $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и квадрат странице $\boldsymbol{b}$.

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2$$

ПРИЛОГ 2

Наставни лист – Квадрат бинома

Друга група



На страницама великог квадрата запиши дужине страница које одређују црвени квадрат, жуте правоугаонике и плави квадрат, ако су странице сваког малог квадратића међусобно једнаке, јединичне дужине.

Израчунај површину: црвеног квадрата, жутих правоугаоника, плавог квадрата.

Да ли је збир ових површина једнак површини великог квадрата?

Допуни следећу једнакост на основу својих запажања:

$$\mathbf{10^2} = (\_\_ + \_\_)^2 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \mathbf{2} \cdot \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ =$$

$$= \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2.$$

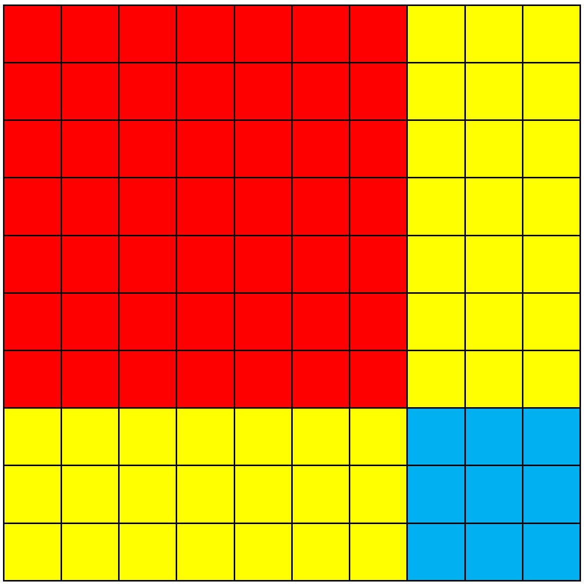
Формулиши једнакост ако је квадрат чија је дужина странице $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ разложен на квадрат странице $\boldsymbol{a}$, два правоугаоника чије су дужине страница $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и квадрат странице $\boldsymbol{b}$.

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2$$

ПРИЛОГ 3

Наставни лист – Квадрат бинома

Трећа група



На страницама великог квадрата запиши дужине страница које одређују црвени квадрат, жуте правоугаонике и плави квадрат, ако су странице сваког малог квадратића међусобно једнаке, јединичне дужине.

Израчунај површину: црвеног квадрата, жутих правоугаоника, плавог квадрата.

Да ли је збир ових површина једнак површини великог квадрата?

Допуни следећу једнакост на основу својих запажања:

$$\mathbf{10^2} = (\_\_ + \_\_)^2 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \mathbf{2} \cdot \_\_\_\_ + \_\_\_\_ =$$

$$= \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2.$$

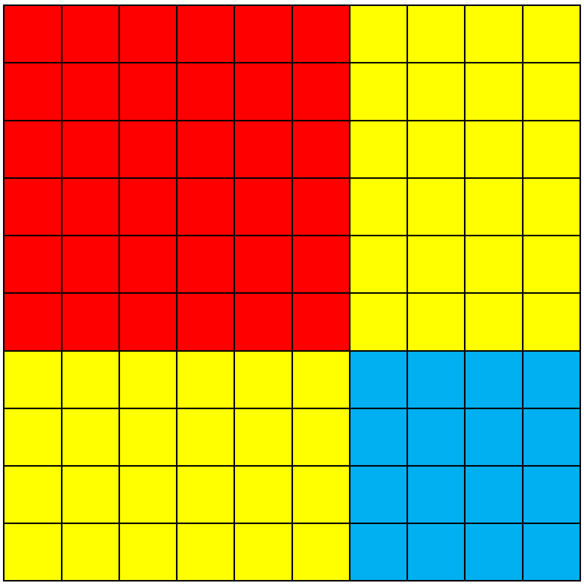
Формулиши једнакост ако је квадрат чија је дужина странице $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ разложен на квадрат странице $\boldsymbol{a}$, два правоугаоника чије су дужине страница $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и квадрат странице $\boldsymbol{b}$.

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2$$

ПРИЛОГ 4

Наставни лист – Квадрат бинома

Четврта група



На страницама великог квадрата запиши дужине страница које одређују црвени квадрат, жуте правоугаонике и плави квадрат, ако су странице сваког малог квадратића међусобно једнаке, јединичне дужине.

Израчунај површину: црвеног квадрата, жутих правоугаоника, плавог квадрата.

Да ли је збир ових површина једнак површини великог квадрата?

Допуни следећу једнакост на основу својих запажања:

$$\mathbf{10^2} = (\_\_ + \_\_)^2 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \mathbf{2} \cdot \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ =$$

$$= \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2.$$

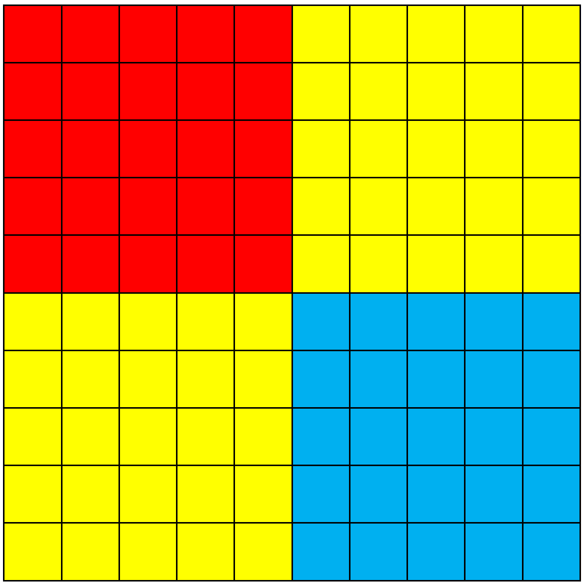
Формулиши једнакост ако је квадрат чија је дужина странице $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ разложен на квадрат странице $\boldsymbol{a}$, два правоугаоника чије су дужине страница $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и квадрат странице $\boldsymbol{b}$.

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \_\_^2 + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^2$$

ПРИЛОГ 5

Наставни лист – Квадрат бинома

Пета група



На страницама великог квадрата запиши дужине страница које одређују црвени квадрат, жуте правоугаонике и плави квадрат, ако су странице сваког малог квадратића међусобно једнаке, јединичне дужине.

Израчунај површину: црвеног квадрата, жутих правоугаоника, плавог квадрата.

Да ли је збир ових површина једнак површини великог квадрата?

Допуни следећу једнакост на основу својих запажања:

$$\mathbf{10}^{\mathbf{2}} = (\_\_ + \_\_)^2 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ + \mathbf{2} \cdot \_\_\_\_ + \_\_\_\_ =$$

$$= \_\_^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^{\mathbf{2}}.$$

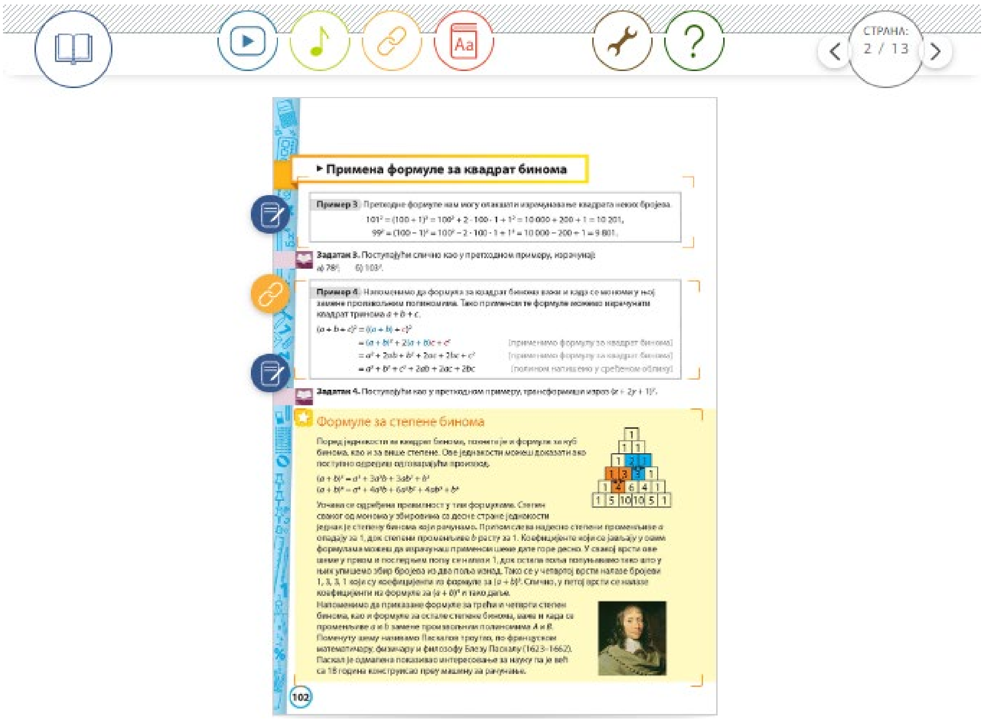
Формулиши једнакост ако је квадрат чија је дужина странице $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ разложен на квадрат странице $\boldsymbol{a}$, два правоугаоника чије су дужине страница $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ и квадрат странице $\boldsymbol{b}$.

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^{\mathbf{2}} = \_\_^{\mathbf{2}} + \mathbf{2}\_\_ \cdot \_\_ + \_\_^{\mathbf{2}}$$

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 106

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Квадрат бинома		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о квадрату бинома и његовој примени.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за квадрат бинома.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Квадрат бинома има примену у решавању задатака из физике.		
Кључни појмови:	квадрат бинома		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



▸ **Примена формуле за квадрат бинома**

Пример 3. Претходне формуле нам могу олакшати израчунавање квадрата неких бројева.

$$101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201,$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801.$$

Задатак 3. Поступајући слично као у претходном примеру, израчунај:
а) 78^2; б) 103^2.

Пример 4. Напоменимо да формула за квадрат бинома важи и када се мономи у њој замене произвољним полиномима. Тако применом те формуле можемо израчунати квадрат тринома $a + b + c$.

$$(a + b + c)^2 = ((a + b) + c)^2$$
$$= (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 \quad \text{[применимо формулу за квадрат бинома]}$$
$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \quad \text{[применимо формулу за квадрат бинома]}$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad \text{[полином напишемо у сређеном облику]}$$

Задатак 4. Поступајући као у претходном примеру, трансформиши израз $(x + 2y + 1)^2$.

Формуле за степене бинома

Поред једнакости за квадрат бинома, познате су и формуле за куб бинома, као и за више степене. Ове једнакости можеш доказати ако поступно одредиш одговарајуће производе.

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће. Потом понавља формулу за квадрат бинома са ученицима.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наглашава ученицима да формуле за квадрат бинома могу олакшати израчунавање квадрата неких бројева. То илуструје обрадом 3. примера, након чега задаје ученицима да реше 3. задатак из Уџбеника и 212. задатак из Збирке задатака. Напомиње да формула за квадрат бинома важи и када се мономи у њој замене произвољним полиномима. Применом формуле за квадрат бинома, рачуна квадрат тринома $a + b + c$ (пример 4). Приликом решавања датог примера, наглашава када примењујемо формулу за квадрат бинома, када множимо полином мономом и да на крају записујемо полином у сређеном облику. Изводи неког од ученика који се добровољно јаве да на табли реши 4. задатак, док остали ученици решавају задатак у својим свескама. Да би ученици утврдили како гласи формула за квадрат бинома, наставник им задаје 197. задатак из Збирке. Затим им задаје и 201. задатак, где дате триноме треба записати као квадрат бинома, чиме наставник припрема ученике за примену квадрата бинома при растављању на чиниоце, то јест указује на читање формула „здесна налево”. **Интерактиван приказ** – *Паскалов троугао.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник упућује ученике у биномне коефицијенте, другим речима у Паскалов троугао (лекција 3.9 Квадрат бинома, слајд 2). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.9 *Квадрат бинома*, слајд 2).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (3. и 4. пример) и задатке (3. и 4. из Уџбеника и 197, 201. и 212. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима формулу за квадрат бинома и њену примену у олакшавању израчунавања. Потом задаје домаћи задатак (198. и 202. задатак из Збирке) и налаже им да проуче садржај из Уџбеника који се односи на Паскалов троугао, тачније на формуле за степене бинома.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Квадрат бинома

$$101^2 = (100 + 1)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201,$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801.$$

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= ((a + b) + c)^2 \\ &= (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\end{aligned}$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 107

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Исправка трећег писменог задатка		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • користи својства тежишта и тежишних дужи у задацима; • у задацима користи особине правилних многоуглова; • запише моном у сређеном облику; • одреди коефицијент и степен монома; • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди производ два полинома.		
Наставне методе:	дијалошка		
Наставна средства:	креда (фломастери), табла, листићи са задацима		
Облици рада:	индивидуални, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

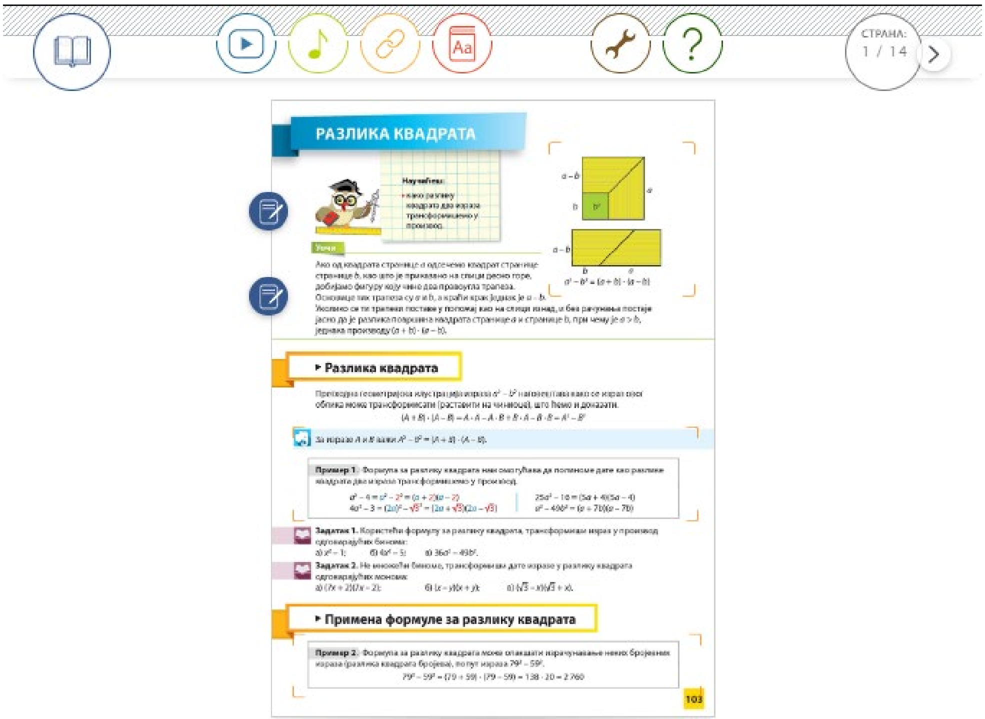
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Упознаје ученике са резултатима трећег писменог задатка. Износи бодовање задатака и скалу оцењивања.	
Главни део часа (35 минута)	
Анализира са ученицима задатке, дели таблу на два дела и паралелно изводи испред табле по два ученика (из сваке групе по једног). За сваки задатак из обе групе бира по једног ученика који је тачно урадио задатак.	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – прозвани ученици на табли исписују решења задатака са трећег писменог задатка, објашњавају свој рад и одговарају на питања других ученика док остали ученици решавају задатке у својим свескама; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Износи своја запажања и даје сугестије како превазићи одређене проблеме.	
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са трећег писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 108

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Разлика квадрата		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са разликом квадрата.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за разлику квадрата.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери), наставни листови		
Облици рада:	фронтални, рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	разлика квадрата		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



РАЗЛИКА КВАДРАТА

Разлика квадрата

Примена формуле за разлику квадрата

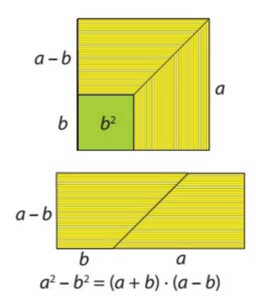
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика. Потом обнавља са ученицима формуле и поступке за израчунавање површине квадрата, правоугаоника и трапеза. Затим црта на табли квадрат странице a, који дели на квадрат странице $b, a > b$ (тако да две суседне странице мањег квадрата припадају двема суседним страницама већег квадрата) и два подударна правоугла трапеза (по угледу на слику из Уџбеника на врху 103. стране). Задаје ученицима да израчунају разлику у површини дата два квадрата. Притом наставник усмерава ученике какву слику треба да нацртају, поставља им питања и потпитања како би закључили да су два правоугла трапеза подударна, да су висине трапеза дужине $a - b$, а да су дужине основица a и b, па је површина једног трапеза једнака $\frac{(a-b)(a+b)}{2}$, односно да је $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Алтернатива овог приступа је слагање два правоугла трапеза у правоугаоник (по узору на слику у Уџбенику) и упућивање ученика у одређивање површине тако добијеног правоугаоника.	– Одговара на питања наставника; – одређује површину трапеза (правоугаоника).
Главни део часа (25 минута)	
Наставник дискутује са ученицима о њиховим закључцима, па им задаје да рачунски покажу чему је једнак производ бинома $a - b$ и $a + b$. Уопштава да једнакост важи за произвољне полиноме A и B и записује на табли: **За изразе A и B важи $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$.** Истиче да формула за разлику квадрата омогућава да полиноме дате као разлике квадрата два израза трансформишемо у производ, што илуструје обрадом 1. примера. Задаје ученицима да дати поступак превођења разлике квадрата у производ увежбавају решавањем 1. задатка, као и да примењују формулу у другом смеру (да производ трансформишу у одговарајући полином, разлику квадрата) решавањем 2. задатка. Имајући у виду широку примену формуле за разлику квадрата приликом решавања разних задатака у будућем математичком образовању ученика, наставник им задаје да реше и 231. и 234. задатак из Збирке задатака. **Интерактиван приказ** – *Разлика квадрата.* Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје, геометријском интерпретацијим,	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (1. пример) и задатке (1. и 2. задатак из Уџбеника и 231. и 234. из Збирке), уз помоћ наставника.

формулу за разлику квадрата (лекција 3.10 *Разлика квадрата*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.10 *Разлика квадрата*, слајд 1).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за разлику квадрата и задаје им домаћи задатак (233. и 235. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Разлика квадрата



$$(A+B)\cdot(A-B)=A\cdot A-A\cdot B+B\cdot A-B\cdot B=A^2-B^2$$

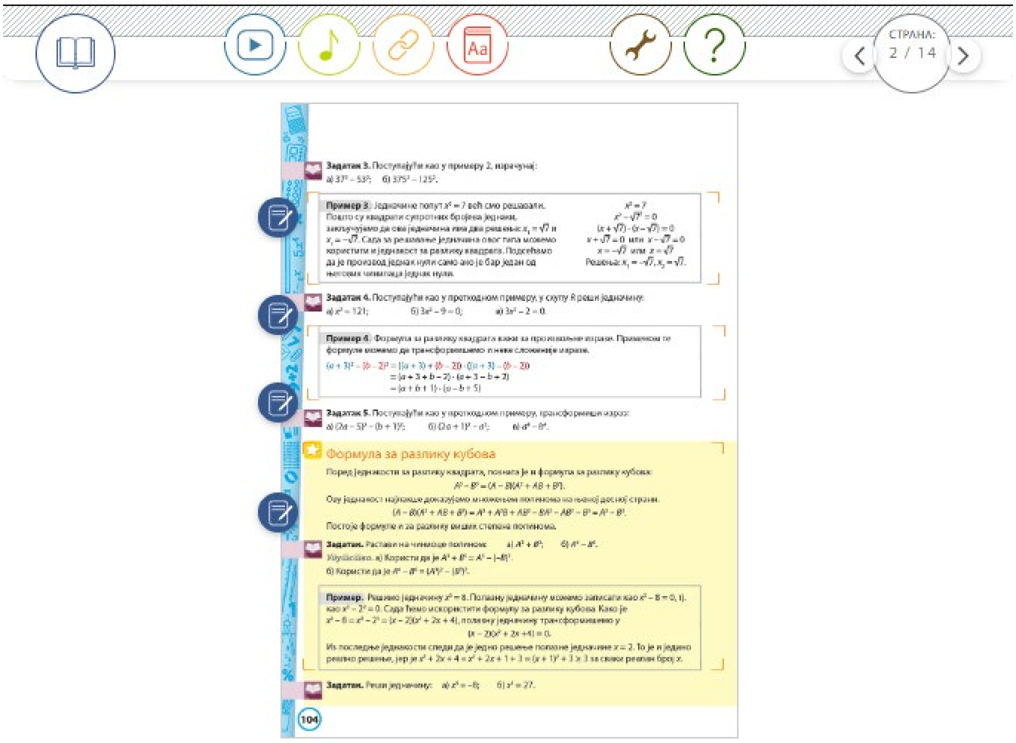
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 109

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	

Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Разлика квадрата		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о разлици квадрата и њеној примени.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за разлику квадрата.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Разлика квадрата има примену у решавању задатака из физике.		
Кључни појмови:	разлика квадрата		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Задатак 3. Поступајући као у примеру 2, израчунај:
а) $37^2 - 53^2$; б) $375^2 - 125^2$.

Пример 3. Једначине попут $x^2 = 7$ већ смо решавали. Пошто су квадрати супротних бројева једнаки, закључујемо да ова једначина има два решења: $x_1 = \sqrt{7}$ и $x_2 = -\sqrt{7}$. Сада за решавање једначина овог типа можемо користити и једнакост за разлику квадрата. Подсећамо да је производ једнак нули само ако је бар један од његових чинилаца једнак нули.

$x^2 = 7$
$x^2 - \sqrt{7}^2 = 0$
$(x + \sqrt{7}) \cdot (x - \sqrt{7}) = 0$
$x + \sqrt{7} = 0$ или $x - \sqrt{7} = 0$
$x = -\sqrt{7}$ или $x = \sqrt{7}$
Решења: $x_1 = -\sqrt{7}, x_2 = \sqrt{7}$.

Задатак 4. Поступајући као у претходном примеру, у скупу R реши једначину:
а) $x^2 = 121$; б) $3x^2 - 9 = 0$; в) $3x^2 - 2 = 0$.

Пример 4. Формула за разлику квадрата важи за произвољне изразе. Применом те формуле можемо да трансформишемо и неке сложеније изразе.

$$\begin{aligned}(a+3)^2 - (b-2)^2 &= [(a+3) + (b-2)] \cdot [(a+3) - (b-2)]\\ &= (a+3+b-2) \cdot (a+3-b+2)\\ &= (a+b+1) \cdot (a-b+5)\end{aligned}$$

Задатак 5. Поступајући као у претходном примеру, трансформиши изразе:
а) $(2a-5)^2 - (b+1)^2$; б) $(2a+1)^2 - a^2$; в) $a^4 - b^4$.

Формула за разлику кубова

Поред једнакости за разлику квадрата, позната је и формула за разлику кубова:

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2).$$

Ову једнакост најлакше доказујемо множењем полинома на њеној десној страни.

$$(A - B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 + A^2B + AB^2 - BA^2 - AB^2 - B^3 = A^3 - B^3.$$

Постоје формуле и за разлику виших степена полинома.

Задатак. Растави на чиниоце полином: а) $A^3 + B^3$; б) $A^6 - B^6$.
Упутство. а) Користи да је $A^3 + B^3 = A^3 - (-B)^3$.
б) Користи да је $A^6 - B^6 = (A^3)^2 - (B^3)^2$.

Пример. Решимо једначину $x^3 = 8$. Полазну једначину можемо записати као $x^3 - 8 = 0$, тј. као $x^3 - 2^3 = 0$. Сада ћемо искористити формулу за разлику кубова. Како је $x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$, полазну једначину трансформишемо у

$$(x - 2)(x^2 + 2x + 4) = 0.$$

Из последње једнакости следи да је једно решење полазне једначине $x = 2$. То је и једино реално решење, јер је $x^2 + 2x + 4 = x^2 + 2x + 1 + 3 = (x + 1)^2 + 3 \geq 3$ за сваки реалан број x.

Задатак. Реши једначину: а) $x^3 = -8$; б) $x^3 = 27$.

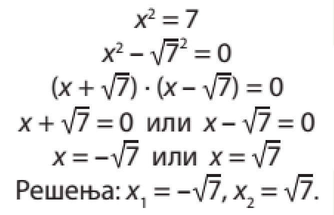
104

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће. Потом понавља формулу за разлику квадрата са ученицима.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наглашава ученицима да формуле за разлику квадрата могу олакшати израчунавање неких бројевних израза (разлике квадрата бројева). То илуструје обрадом 2. примера, након чега задаје ученицима да реше 3. задатак из Уџбеника. Напомиње да формула за разлику квадрата има примену у решавању непотпуних квадратних једначина облика $x^2 = r, r > 0$, што илуструје обрадом 3. примера. Потом наставник заједно са ученицима решава 4. задатак из Уџбеника. Наглашава да формула за разлику квадрата важи за произвољне изразе и да применом те формуле можемо да трансформишемо и сложеније изразе, па обрађује 4. пример и решава 5. задатак са ученицима. Затим задаје ученицима 244. задатак из Збирке. Иако формула за разлику кубова не спада у обавезне наставне садржаје, наставник упознаје ученике са датом формулом и потом обрађује пример и задатак из Уџбеника (уколико за то остане довољно времена). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.10 *Разлика квадрата*, слајд 2).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (2, 3. и 4. пример) и задатке (3, 4. и 5. из Уџбеника и 244. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима формулу за разлику квадрата и њену примену за олакшавање израчунавања. Потом им задаје домаћи задатак (233. и 236. задатак из Збирке задатака, а ученицима који показују боље резултате и веће интересовање за математику и 252. задатак из Збирке).	– Одговара на питања наставника.

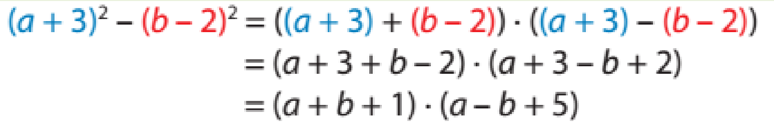
Изглед табле

Разлика квадрата



$$x^2 = 7$$
$$x^2 - \sqrt{7}^2 = 0$$
$$(x + \sqrt{7}) \cdot (x - \sqrt{7}) = 0$$
$$x + \sqrt{7} = 0 \text{ или } x - \sqrt{7} = 0$$
$$x = -\sqrt{7} \text{ или } x = \sqrt{7}$$

Решења: $x_1 = -\sqrt{7}, x_2 = \sqrt{7}$.



$$\begin{aligned}(a+3)^2 - (b-2)^2 &= ((a+3) + (b-2)) \cdot ((a+3) - (b-2)) \\ &= (a+3+b-2) \cdot (a+3-b+2) \\ &= (a+b+1) \cdot (a-b+5)\end{aligned}$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 110

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Квадрат бинома и разлика квадрата		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о квадрату бинома и разлици квадрата и њиховој примени.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Квадрат бинома и разлика квадрата имају примену у решавању задатака из физике.		
Кључни појмови:	квадрат бинома, разлика квадрата		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Анализира израду домаћег задатка, отклања евентуалне нејасноће. Потом понавља формуле за квадрат бинома и разлику квадрата са ученицима.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник задаје најпре 199. задатак ученицима, где је захтев одређивање квадрата датих бинома. Потом им задаје 203. задатак, где ученици треба да одреде квадрате бинома, у неким примерима обнове множење полинома мономом, односно множење полинома полиномом и потом среде тако добијене полиноме. Решавањем 208. задатка ученици утврђују још једном квадрат бинома, затим сређивање полинома и обнављање скупова рационалних и ирационалних	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања; – Решава задатке (199, 203, 208, 226, 237, 246. и 250.

бројева. Ученици који показују боље резултате из математике, посебно из ове наставне теме, решавају проблемски задатак и повезују га са Питагорином теоремом (226. задатак из Збирке). Наставник задаје ученицима да реше 237. задатак где дати производ треба трансформисати у разлику квадрата и затим израчунати вредност израза. Израдом 246. задатка, који им задаје наставник, ученици повезују разлику квадрата са одређивањем површине правоугаоника и поступком решавања непотпуне квадратне једначине. Уколико остане довољно времена, наставник задаје ученицима да реше 250. задатак (у супротном овај задатак остаје за домаћи).	задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима формуле за квадрат бинома и разлику квадрата и њихову примену. Отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на питања наставника.

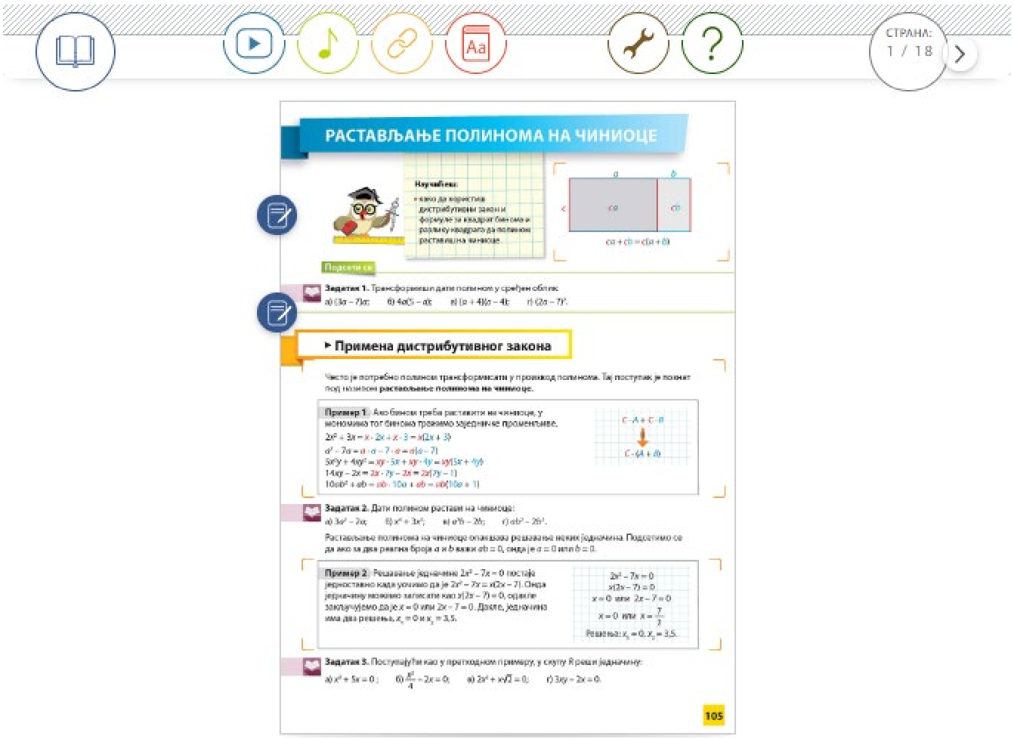
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 111

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	

Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Растављање полинома на чиниоце (примена дистрибутивног закона)		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са растављањем полинома на чиниоце, применом дистрибутивног закона.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	растављање полинома на чиниоце, дистрибутивност		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



РАСТАВЉАЊЕ ПОЛИНОМА НА ЧИНИОЦЕ

Подсети се

Задатак 1. Трансформиши дати полином у сређен облик:
а) $(3a - 7)a$; б) $4a(5 - a)$; в) $(a + 4)(a - 4)$; г) $(2a - 7)^2$.

Примена дистрибутивног закона

Често је потребно полином трансформисати у производ полинома. Тај поступак је познат под називом **растављање полинома на чиниоце.**

Пример 1. Ако бином треба раставити на чиниоце, у мономима тог бинома тражимо заједничке променљиве.
$2x^2 + 3x = x \cdot 2x + x \cdot 3 = x(2x + 3)$
$a^2 - 7a = a \cdot a - 7 \cdot a = a(a - 7)$
$5x^2y + 4xy^2 = xy \cdot 5x + xy \cdot 4y = xy(5x + 4y)$
$14xy - 2x = 2x \cdot 7y - 2x = 2x(7y - 1)$
$10ab^2 + ab = ab \cdot 10a + ab = ab(10a + 1)$

Задатак 2. Дати полином растави на чиниоце:
а) $3a^2 - 2a$; б) $x^4 + 3x^3$; в) $a^2b - 2b$; г) $ab^2 - 2b^3$.

Растављање полинома на чиниоце олакшава решавање неких једначина. Подсетимо се да ако за два реална броја a и b важи $ab = 0$, онда је $a = 0$ или $b = 0$.

Пример 2. Решавање једначине $2x^2 - 7x = 0$ постаје једноставно када уочимо да је $2x^2 - 7x = x(2x - 7)$. Онда једначину можемо записати као $x(2x - 7) = 0$, одакле закључујемо да је $x = 0$ или $2x - 7 = 0$. Дакле, једначина има два решења, $x_1 = 0$ и $x_2 = 3{,}5$.

$2x^2 - 7x = 0$
$x(2x - 7) = 0$
$x = 0$ или $2x - 7 = 0$
$x = 0$ или $x = \frac{7}{2}$
Решења: $x_1 = 0, x_2 = 3{,}5$.

Задатак 3. Поступајући као у претходном примеру, у скупу R реши једначину:
а) $x^2 + 5x = 0$; б) $\frac{x^2}{4} - 2x = 0$; в) $2x^2 + x\sqrt{2} = 0$; г) $3xy - 2x = 0$.

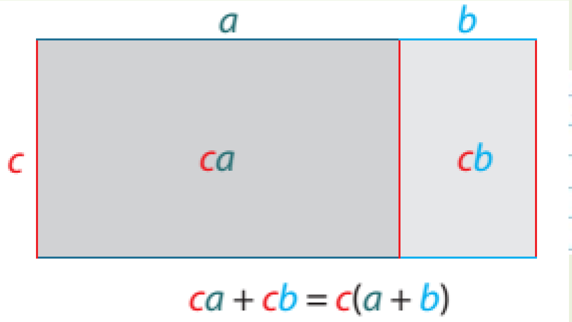
105

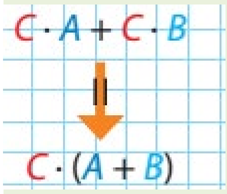
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима дистрибутивност множења према сабирању реалних бројева, али и полинома, уз геометријску интерпретацију дистрибутивности, на табли. Задаје ученицима да реше 1. задатак, где треба да помноже полиноме и трансформишу их у сређени облик. Затим истиче циљ часа и наглашава да ће на данашњем часу обрнути проблем – полином представљен у сређеном облику растављаће на чиниоце.	– Одговара на питања наставника; – решава мотивациони задатак.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник истиче да је често потребно полином трансформисати у производ полинома и да је тај поступак познат под називом растављање полинома на чиниоце. На конкретном примеру (пример 1) показује ученицима да ако бином треба раставити на чиниоце, у мономима тог бинома тражимо заједничке променљиве и да том приликом коефицијенте монома можемо растављати на чиниоце и потом уочавати да ли ти производи имају заједничке чиниоце. Потом задаје ученицима 2. задатак у коме растављају на чиниоце биноме. Указује ученицима на то да растављање на чиниоце олакшава поступак решавања једначина и да ако је производ два броја једнак нули, тада један од датих бројева мора бити једнак нули. Растављање бинома на чиниоце применом дистрибутивности множења према сабирању, у циљу решавања непотпуне квадратне једначине, наставник илуструје обрадом 2. примера. Затим задаје ученицима 3. задатак како би што боље запамтили и усвојили дату идеју за решавање једначина. Потом им задаје да реше 254. задатак из Збирке, а уколико остане довољно времена, и 259. задатак из Збирке задатака. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.11 *Растављање полинома на чиниоце*, слајд 1).	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (1, 2. и 3. задатак из Уџбеника и 254. и 259. из Збирке), уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима поступак и сврху растављања полинома на чиниоце применом дистрибутивног закона и задаје им домаћи задатак (255. и 260. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

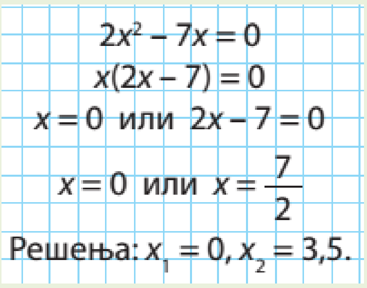
Изглед табле

Растављање полинома на чиниоце (примена дистрибутивног закона)





$$C \cdot A + C \cdot B \Downarrow C \cdot (A + B)$$



$$2x^2 - 7x = 0$$
$$x(2x - 7) = 0$$
$$x = 0 \text{ или } 2x - 7 = 0$$
$$x = 0 \text{ или } x = \frac{7}{2}$$

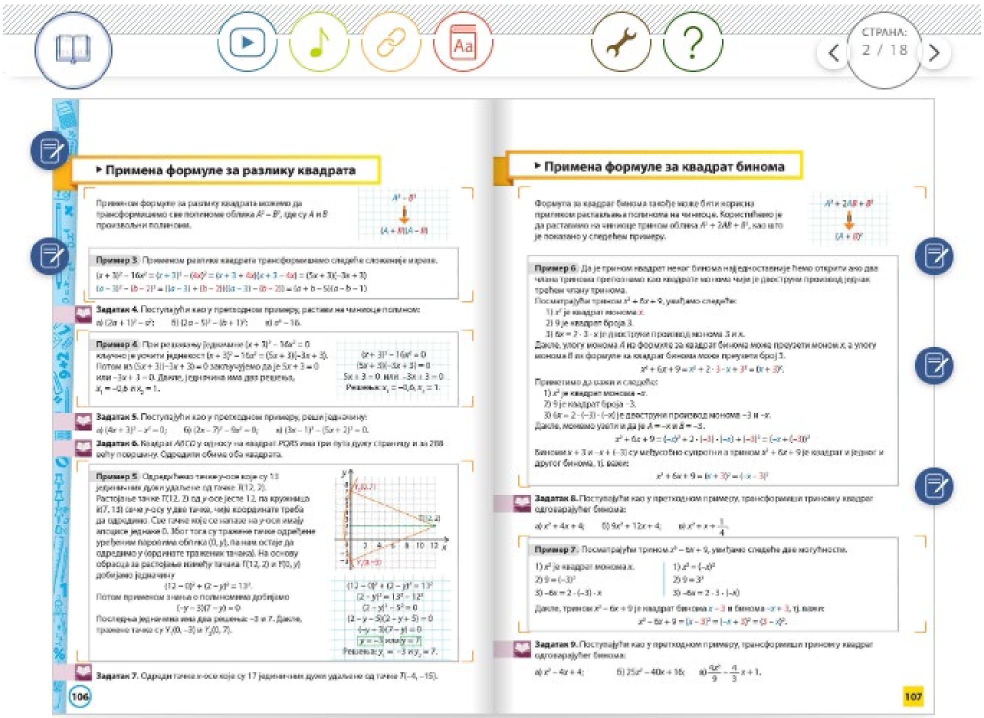
Решења: $x_1 = 0, x_2 = 3{,}5.$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 112

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Растављање полинома на чиниоце (примена разлике квадрата)		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са растављањем полинома на чиниоце применом разлике квадрата.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • растављa полиноме на чиниоце применом разлике квадрата.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	растављање полинома на чиниоце, разлика квадрата		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице

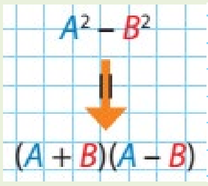


ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима разлику квадрата. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник истиче да применом формуле за разлику квадрата можемо да трансформишемо све полиноме облика $A^2 – B^2$, где су A и B произвољни полиноми. Да разликом квадрата не трансформишемо само разлике квадрата монома већ и других полинома наставник указује обрадом 3. примера, па задаје ученицима да, по узору на дати пример, реше 4. задатак. Обнавља са ученицима решавање једначина растављањем полинома на чиниоце, применом дистрибутивног закона, па указује ученицима на то да растављање полинома на чиниоце, у сврху решавања једначина, може да се спроведе и применом разлике квадрата (пример 4). Затим им задаје 5. задатак како би што боље запамтили и усвојили ову идеју за решавање једначина. Потом задаје и 6. задатак како би ученици повезали дате садржаје са одређивањем површине квадрата. Након што обнови примену Питагорине теореме за одређивање растојања између две тачке у Декартовом координатном систему, наставник прелази на обраду 5. примера. Датим примером наставник утире пут у наставне садржаје из аналитичке геометрије у којима се јавља велики број једначина које се, између осталог, решавају растављањем полинома на просте чиниоце применом разлике квадрата. На крају заједно са ученицима решава и 7. задатак из Уџбеника. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.11 *Растављање полинома на чиниоце*, слајд 2).	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (3, 4. и 5. пример) и задатке (4, 5, 6. и 7. задатак из Уџбеника), уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима поступак растављања полинома на чиниоце применом разлике квадрата и задаје им домаћи задатак (256. и 266. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

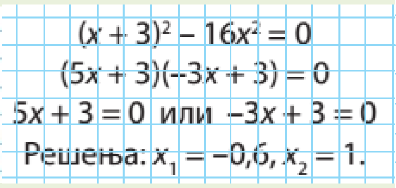
Растављање полинома на чиниоце (примена разлике квадрата)



$A^2 - B^2$

$\Downarrow$

$(A + B)(A - B)$

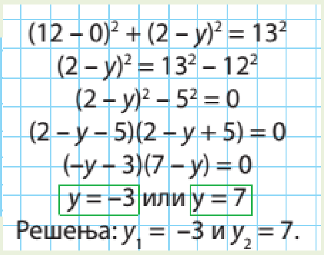


$(x + 3)^2 - 16x^2 = 0$

$(5x + 3)(-3x + 3) = 0$

$5x + 3 = 0$ или $-3x + 3 = 0$

Решења: $x_1 = -0{,}6$, $x_2 = 1$.



$(12 - 0)^2 + (2 - y)^2 = 13^2$

$(2 - y)^2 = 13^2 - 12^2$

$(2 - y)^2 - 5^2 = 0$

$(2 - y - 5)(2 - y + 5) = 0$

$(-y - 3)(7 - y) = 0$

$\boxed{y = -3}$ или $\boxed{y = 7}$

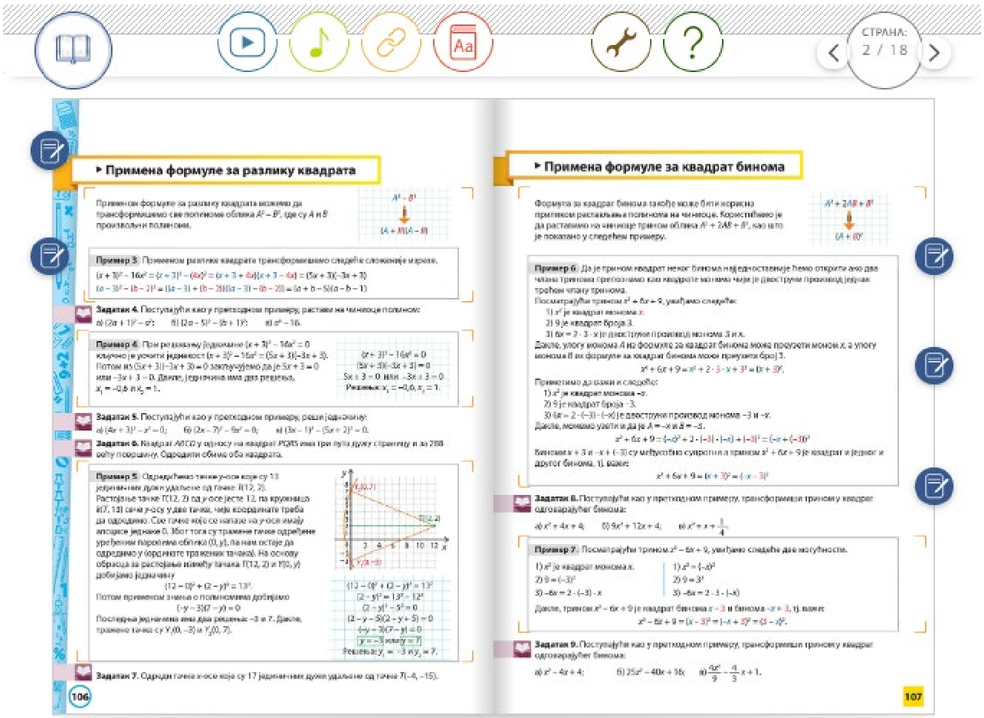
Решења: $y_1 = -3$ и $y_2 = 7$.

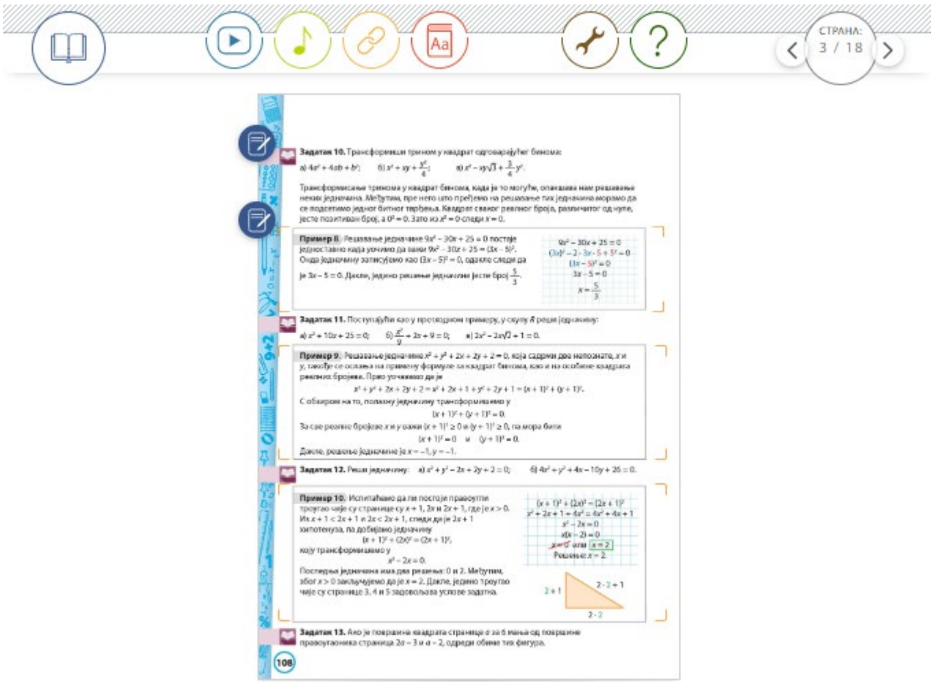
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 113

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Растављање полинома на чиниоце (примена квадрата бинома)		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са растављањем полинома на чиниоце применом квадрата бинома.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • растављa полиноме на чиниоце применом квадрата бинома.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	растављање полинома на чиниоце, квадрат бинома		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





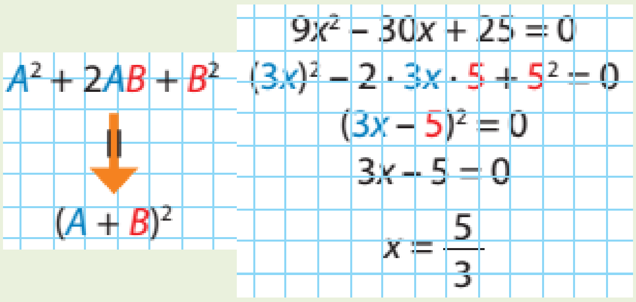
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима квадрат бинома. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник истиче да поред дистрибутивног закона и формуле за разлику квадрата, формула за квадрат бинома исто може бити корисна приликом растављања полинома на чиниоце и да је користимо како бисмо раставили на чиниоце трином облика $A^2 + 2AB + B^2$. Обрађује 6. пример и истиче да за дати трином најједноставније уочавамо да ли је квадрат неког бинома ако два члана тог тринома препознамо као квадрате монома чији је двоструки производ једнак трећем члану тринома. Након што на датом примеру илуструје превођење тринома у облик $(A + B)^2$, заједно са ученицима решава 8. задатак. Потом наставник упућује ученике како да препознају да се трином може раставити на чиниоце, применом квадрата бинома у облик $(A - B)^2$, обрадом 7. примера и 9. задатка. Затим изводи на таблу ученике који се добровољно јаве да реше 10. задатак док друге обилази и пружа им помоћ приликом решавања задатка. Наглашава да трансформисање тринома у квадрат бинома (када је то могуће) олакшава решавање неких	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (6, 7. и 8. пример) и задатке (8, 9, 10. и 11. задатак из Уџбеника), уз помоћ наставника.

једначина, као што је то био случај и са применом дистрибутивног закона и разлике квадрата. Подсећа ученике да је квадрат сваког реалног броја, различитог од нуле, позитиван број, а да је $0^2 = 0$ и да зато из $x^2 = 0$ следи $x = 0$. На конкретном примеру илуструје примену растављања полинома на чиниоце, применом квадрата бинома (пример 8). Затим задаје ученицима 11. задатак како би што боље усвојили и запамтили дату идеју за решавање једначина. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 3.11 *Растављање полинома на чиниоце*, слајд 2 и слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима поступак растављања полинома на чиниоце применом квадрата бинома и задаје им домаћи задатак (257. и 267. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Растављање полинома на чиниоце (примена квадрата бинома)



$$A^2 + 2AB + B^2 \Downarrow (A+B)^2$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 0$$
$$(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = 0$$
$$(3x - 5)^2 = 0$$
$$3x - 5 = 0$$
$$x = \frac{5}{3}$$

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 114

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Растављање полинома на чиниоце		
Тип часа:	Утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о растављању полинома на чиниоце.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • растављa полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона; • растављa полиноме на чиниоце применом разлике квадрата; • растављa полиноме на чиниоце применом квадрата бинома.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	растављање полинома на чиниоце, дистрибутивност, разлика квадрата, квадрат бинома		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима дистрибутивност множења према сабирању, разлику квадрата и квадрат бинома. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник упознаје ученике са идејом за решавање једначине која садржи две непознате, која се ослања на примену формуле за квадрат бинома, као и на особине квадрата реалних бројева (ако је збир два квадрата бинома једнак нули, тада су оба бинома једнака нули). Пример 9 обрађује и анализира детаљно, а потом заједно са ученицима решава 12. задатак. Истиче овај пример као основну идеју коју ће ученици у средњошколском образовању користити за решавање одређене групе задатака (одређивање врсте криве другог реда). Потом обнавља са ученицима Питагорину теорему и	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (9. и 10. пример) и задатке (12. и 13. задатак из Уџбеника, као и

<table>
<tr><td colspan="2">користи прилику да растављање полинома на чиниоце представи као „алат“ за решавање проблема из геометрије (пример 10). Тиме још једном указује ученицима на константно преплитање и повезаност различитих математичких садржаја, па и области. Задаје им да реше и 13. задатак, којим успоставља унутарпредметну повезаност са површином квадрата и површином правоугаоника. Наставник потом задаје 264. задатак, где ученици растављају полиноме на чиниоце користећи се и дистрибутивним законом и разликом квадрата, као и 270. задатак, где треба да примене квадрат бинома читањем формуле „здесна налево“ ради лакшег рачунања вредности датих израза. На крају наставник заједно са ученицима решава и 282. задатак, који практично представља задатак из аналитичке геометрије и указује им на значај познавања поступка растављања полинома на просте чиниоце и решавања једноставних једначина након датог растављања.</td><td>264, 270. и 282. из Збирке задатака) уз помоћ наставника.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Понавља са ученицима поступак растављања полинома на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома и задаје им домаћи задатак. За домаћи задатак неколико ученика (рецимо троје њих) који показују најбоље резултате из математике треба за наредни час да обраде наставни материјал из прилога (Квадратне једначине). Наставник им саопштава да ће на наредном часу они испредавати и изложити метод за решавање квадратних једначина (у складу са досадашњим знањем).</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Квадратне једначине

1. Решимо једначину $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Поступак решавања се заснива на једнакости познатој као квадрат бинома.

1. Трансформиши дату једначину тако да мономи у којим се појављује непозната буду са леве стране, а број са десне.

$$x^2 - 6x = -5$$

2. И левој и десној страни претходне једнакости додај квадрат половине коефицијента монома који садржи само x

$$x^2 - 6x + 9 = -5 + 9$$

3. Лева страна је тада квадрат бинома, па је дата једначина трансформисана у облик који знаш да решиш.

$$(x - 3)^2 = 4$$

Решења последње једначине добијамо једноставно јер је

$$x - 3 = 2 \text{ или } x - 3 = -2,$$

односно

$$x = 5 \text{ или } x = 1.$$

Дакле, дата једначина има два решења. То су 5 и 1, што се често записује и на следећи начин: $x_1 = 5, x_2 = 1$. Провери да ли су ови бројеви заиста решења дате једначине.

2. Овај поступак можемо применити и на друге квадратне једначине.

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x^2 + 5x = -6$$

$$x^2 + 5x + \frac{5}{2} = -6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = -6 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad x^2 + \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$x_1 = -2, \quad x_2 = -3$$

3. Реши једначине:

а) $x^2 + 4x + 3 = 0$; б) $x^2 - 7x + 12 = 0$.

4. Да ли ће нас описани поступак увек довести до решења квадратне једначине?

Описаним поступком добићемо решења сваке квадратне једначине у скупу реалних бројева уколико их она уопште има. Наиме, постоје квадратне једначине које немају реална решења. Најједноставнији пример такве једначине је $x^2 = -1$. Не постоји реалан број чији је квадрат једнак -1 јер је квадрат сваког реалног броја ненегативан.

Поступком који смо описали лако ћемо открити и да нека квадратна једначина нема реална решења. Ако након трећег корака са десне стране добијемо негативан број, то значи да дата квадратна једначина уопште нема реална решења.

$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x = -2$$

$$x^2 - 2x + 1 = -2 + 1$$

$$(x - 1)^2 = -1$$

Нема реалних решења!

Решити једначину у неком скупу бројева значи или наћи све бројеве који су њена решења или доказати да она нема решења! Дакле, описани поступак можемо назвати поступком решавања квадратних једначина у скупу реалних бројева.

5. Реши једначине:

а) $8x^2 - 6x + 1 = 0$; б) $x^2 + x + 1 = 0$;

(Подели једначину са 8.)

в) $4x^2 + 4x + 1 = 0$; г) $x^2 + 2x + 2 = 0$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 115

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Растављање полинома на чиниоце		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о растављању полинома на чиниоце.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона; • раставља полиноме на чиниоце применом разлике квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом квадрата бинома.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутна је унутарпредметна повезаност са садржајима из *Алгебре* са којима ће се ученици сретати у будућности, посебно са решавањем једначина и неједначина.		
Кључни појмови:	растављање полинома на чиниоце, дистрибутивност, разлика квадрата, квадрат бинома		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (20 минута)	
У уводном делу часа наставник најпре обнавља са ученицима дистрибутивност множења према сабирању, разлику квадрата и квадрат бинома. Затим изводи пред таблу ученике којима је доделио да обраде садржаје из прилога *Квадратне једначине*. Препушта изабраним ученицима да, у складу са њиховим договором, излажу идеју за решавање датих квадратних једначина, израђују примере и задатке. Наставник прати њихова излагања, допуњује их, даје додатна образложења и упутства за остале ученике. Потом задаје свим ученицима да на свом месту, у својим свескама, радом у пару реше једначине $x^2 - 4x + 3 = 0$ и $x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$.	– Одговара на питања наставника; – прати излагање својих вршњака; – поставља питања; – даје промишљене одговора на постављена питања; – решава задатке.

<table>
<tr><th colspan="2">Главни део часа (20 минута)</th></tr>
<tr><td>За последња два задатка наставник изводи пред таблу два добровољца међу ученицима који су у уводном делу слушали излагање својих вршњака. Задаје им 275. задатак, где је захтев решавање одговарајућих једначина применом разлике квадрата. Потом ученици решавају 285. задатак користећи се квадратом бинома за одређивање тражене вредности израза, као и 278. задатак како би повезали растављање полинома на чиниоце са обратом Питагорине теореме. На крају наставник решавањем 287. задатка под а) подсећа ученике на идеју за решавање једначина које садрже две непознате, која се ослања на примену формуле за квадрат бинома, као и на особине квадрата реалних бројева. Уколико неки од задатака не буде решен на часу, остаје за домаћи задатак.</td><td>– Одговара на постављена питања наставника;
– учествује у дискусији;
– даје промишљене одговоре на постављена питања;
– поставља питања;
– решава задатке (275, 278, 285. и 287. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Завршни део часа (5 минута)</th></tr>
<tr><td>Понавља са ученицима поступке и идеје које су ученици усвајали на претходним часовима, а који се односе на растављање полинома на чиниоце применом закона дистрибутивности, разлике квадрата и квадрата бинома.</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td>– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања
– анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td></td></tr>
</table>

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 116

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Полиноми		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација знања ученика о полиномима, операцијама са полиномима, квадрату бинома, разлици квадрата и растављању полинома на чиниоце.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • алгебарски израз представи у облику дрвета израза; • запише моном у сређеном облику; • одреди коефицијент монома; • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди супротан полином датог полинома; • одреди производ два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома; • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	мапе ума, картон, дрвене бојице, уџбеник, збирка		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	полиноми, мономи, биноми, триноми, сабирање полинома, множење полинома, квадрат бинома, разлика квадрата, растављање полинома на чиниоце		

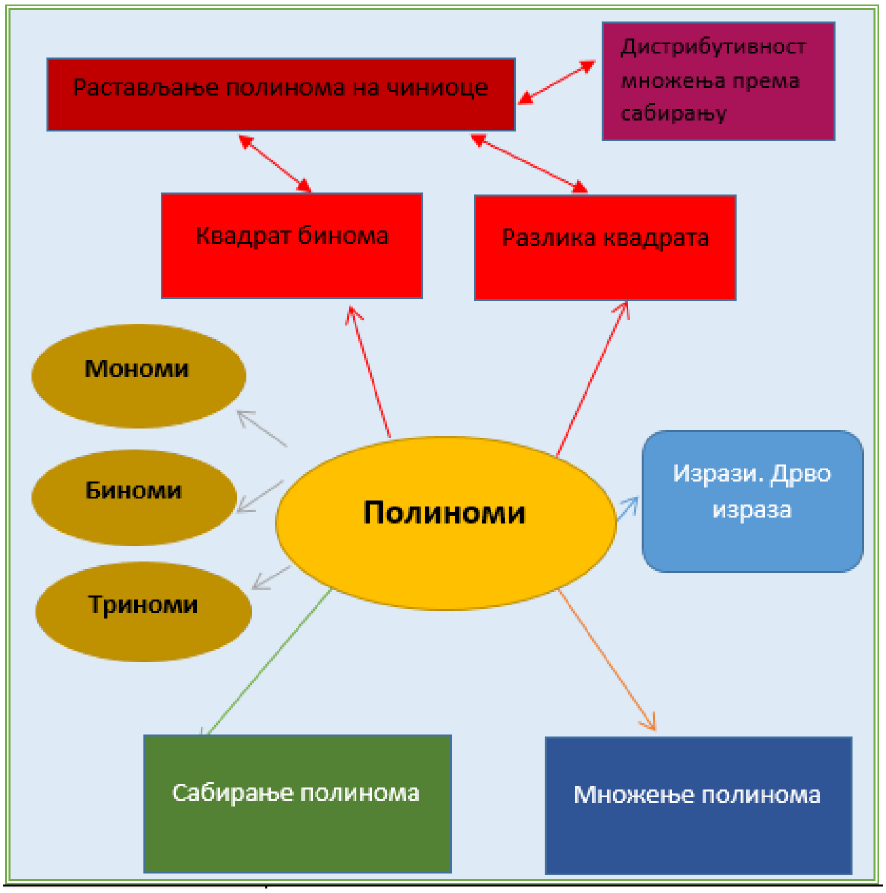
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Обнавља са ученицима полиноме, појмове, поступке и идеје за решавање разних задатака из ове области. Распоређује ученике у нехомогене групе, петочлане или шесточлане, тако да буде укупно 5 група.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник ученицима описује данашње активности. Истиче њихов задатак, а то је да направе постер у коме ће повезивати, на одговарајући начин, појмове, поступке и садржаје које су усвојили на претходним часовима. Ученици наводе шта све треба да се нађе на постеру, а наставник по потреби допуњује списак. Наставник истиче и техничке детаље које ученици морају да испоштују, а то је да појам *Полиноми* стоји у средини, да крену од централног и да се крећу ка периферним појмовима. Мапа се грана, па је боље да свака грана буде другачије обојена и да свакој грани додељујемо слику и формуле. Што се каснијег бојења тиче, централни појам треба да буде најнаглашенији, појмови и гране ближе центру обојене јачим бојама, а како се крећемо ка периферији постера, боје треба да буду мање наглашене. Након што ученици скицирају на мањим папирима, без бојења, како би они то урадили (групно, уз заједнички договор), наставник прати групе и проверава да ли су искористили све термине и појмове и да ли су их на адекватан начин повезали, као и да ли су испоштовали техничке детаље. Улога наставника је веома битна у праћењу, корекцијама и саветима. Када предлог групе буде задовољавајући, тј. када испуни горе наведене услове, наставник даје инструкције датој групи да мапу ума прецрта на већи папир, односно картон, и да на одговарајући начин обоји дати постер. Чланови сваке групе имају обавезу и да одаберу по 5 задатака из наставних јединица које систематизујемо и да их залепе на одговаруће гране или поља. Касније те задатке добија суседна група за домаћи задатак, с тим што наставник тек у завршном делу часа говори да су то задаци за домаћи рад за суседну групу (како би сви са истом идејом бирали задатке, тј. да не бисмо дошли у ситуацију да неке групе циљано бирају неадекватне задатке).	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – у групи израђује мапе ума и саставља задатке; – поставља питања; – сарађује са вршњацима.
Завршни део часа (5 минута)	
Коментарише рад ученика и заједно са њима бира најбољу мапу ума. Најбољи рад качи на пригодно и видљиво место у учионици.	– Представници група (по двоје из сваке групе) представљају свој рад уз

	напомене на који начин су повезивали садржаје; – представници других група коментаришу радове вршњака; – бирају најбољи рад.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање успешности ученика у креирању мапе ума и састављању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИЛОГ

Пример мапе ума за систематизацију наставне теме *Полиноми*



ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 117

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Полиноми		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација знања ученика о полиномима, операцијама са полиномима, квадрату бинома, разлици квадрата и растављању полинома на чиниоце.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди супротан полином датог полинома; • одреди производ два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома; • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:	Множење и дељење степена истих основа потребно је за решавање задатака и проблема из физике и хемије.		
Кључни појмови:	полиноми, мономи, биноми, триноми, сабирање полинома, множење полинома, квадрат бинома, разлика квадрата, растављање полинома на чиниоце		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе у парове труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.	– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке којима утврђује полиноме, сабирање полинома, множење полинома, квадрат бинома, разлику квадрата, растављање полинома на чиниоце; – поставља питања.
Завршни део часа (10 минута)	
Изводи ученике пред таблу да испишу решења задатака које су решавали на часу. Задаци који нису решени на часу остају за домаћи задатак.	– Одговара на питања наставника; – задатке на табли решавају различити ученици.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика на датом часу
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Полиноми – задаци

1. У празно поље упиши моном тако да једнакост буде тачна.
   а) $2x^2y \cdot \_\_\_ = 12x^3y^5$; б) $3x^3y^2 \cdot \_\_\_ = 6x^4y^4$.

2. Среди полином који се добија:
   а) множењем бинома $-3a+2$ и $1-6a$;
   б) квадрирањем бинома $-2a+5$.

3. Растави на чиниоце:
   а) $3x^2-9x$; б) $4y^2-16$; в) $-a^3+a^2+4a-4$; г) $x^2-14x+40$.

4. Полином $(2x-3)(x^2-x+2)$ напиши у сређеном облику.

5. Одреди x тако да је полином $5x^2+2x+4$ једнак разлици полинома $4x^2-2x+5$ и $-x^2+4x+12$ (умањеник је $4x^2-2x+5$).

6. Одреди збир полинома A и B ако је $2x^2-7x+A-4x^2+1 = x^2+7x-3$ и $x^2-B+4x-9 = 3x^2+5x-4$.

7. Разлика квадрата два узастопна непарна природна броја је 32. О којим бројевима је реч?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 118

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Цели алгебарски изрази**		
Наставна јединица:	Цели алгебарски изрази		
Тип часа:	час провере		
Циљ часа:	Провера знања ученика о полиномима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • сабира полиноме и преведе збир полинома у сређени облик; • одреди супротан полином датог полинома; • одреди производ два полинома; • преведе у сређен облик производ два полинома; • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	тест		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:	полиноми, мономи, биноми, триноми, сабирање полинома, множење полинома, квадрат бинома, разлика квадрата, растављање полинома на чиниоце		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник дели ученицима тестове уз опште напомене о начину израде теста.	– Прати упутства наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста.
Завршни део часа (5 минута)	
Преузима радове од ученика. Пита их да ли су имали проблема са неким задатком са теста и ако јесу, исти задатак им даје за домаћи, који ће решити уз помоћ литературе.	– Предаје свој рад; – упућује наставника у задатке које није умео да реши.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање успешности ученика приликом решавања теста
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Тест - I група

1. Од монома x^4, $4x^3$, $3x^2$, $11x^3$ и $7x$ састави и запиши два бинома и један трином. Дате полиноме представи у сређеном облику и одреди њихов степен.
2. Који од наведених израза је једнак изразу $-3a - 12$:

   а) $(2a + 5) \cdot (-2) + 6$; б) $-2a + 5 \cdot (a - 6)$;

   в) $-(a + 2) \cdot 6 + 3a$; г) $(2a + 5) \cdot 2 + 2 \cdot (a - 6)$?
3. Растави на чиниоце следеће полиноме:

   а) $81 - 4x^2$; б) $64 - 32x + 4x^2$; в) $x^3 - 2x^2 - x + 2$.
4. Једна катета правоуглог тоугла је $a = x - 1$, а хипотенуза $c = x + 3$. Ако је друга катета $b = 24$ cm, израчунај обим тог троугла.
5. Одреди полином супротан полиному $(x^2 - 2x + 5) \cdot (3x^2 - 3x + 6)$.

Тест - II група

1. Од монома x^4, $5x^3$, $2x^2$, $3x$ и $9x^2$ састави и запиши два бинома и један трином. Дате полиноме представи у сређеном облику и одреди њихов степен.
2. Који од наведених израза је једнак изразу $-4a - 12$:

   а) $(2a + 5) \cdot (-2) - 2$; б) $-2a + 5 \cdot (a - 6)$;

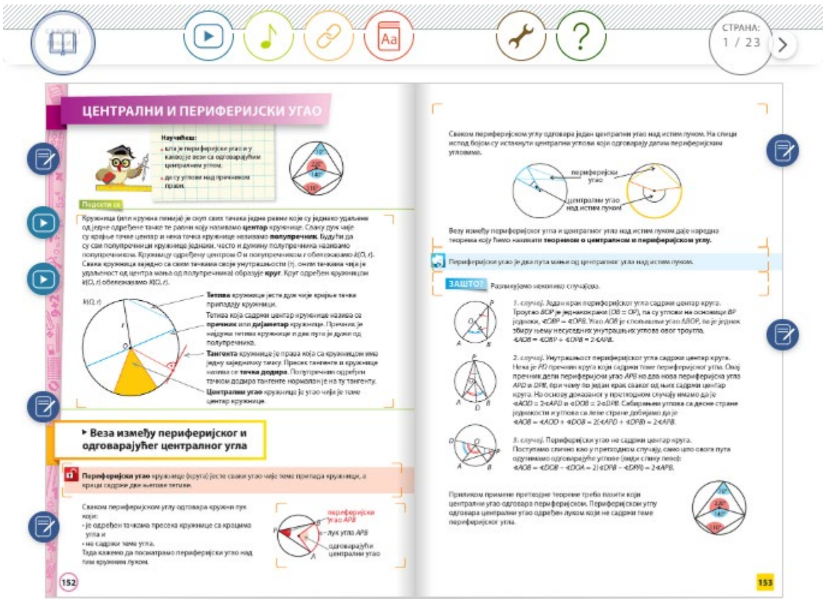
   в) $-(a + 2) \cdot 6 + 3a$; г) $(2a + 5) \cdot 2 + 2 \cdot (a - 6)$?
3. Растави на чиниоце следеће полиноме:

   а) $64 - 9x^2$; б) $36 - 48x + 16x^2$; в) $x^3 + 2x^2 - x - 2$.
4. Једна катета правоуглог тоугла је $a = x - 2$, а хипотенуза $c = x + 3$. Ако је друга катета $b = 25$ cm, израчунај обим тог троугла.
5. Одреди полином супротан полиному $(x^2 + 2x - 5) \cdot (3x^2 + 3x - 6)$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 119

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Централни и периферијски угао		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са централним и периферијским углом, теоремом о централном и периферијском углу, као и са тврђењем да је угао над пречником прав.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди меру централног угла ако је дата мера периферијског угла и обратно; • у задацима користи тврђење да су сви периферијски углови над истим луком једнаки; • у задацима користи тврђење да је периферијски угао над пречником прав.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања и физике.		
Кључни појмови:	централни угао, периферијски угао, угао над пречником		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице

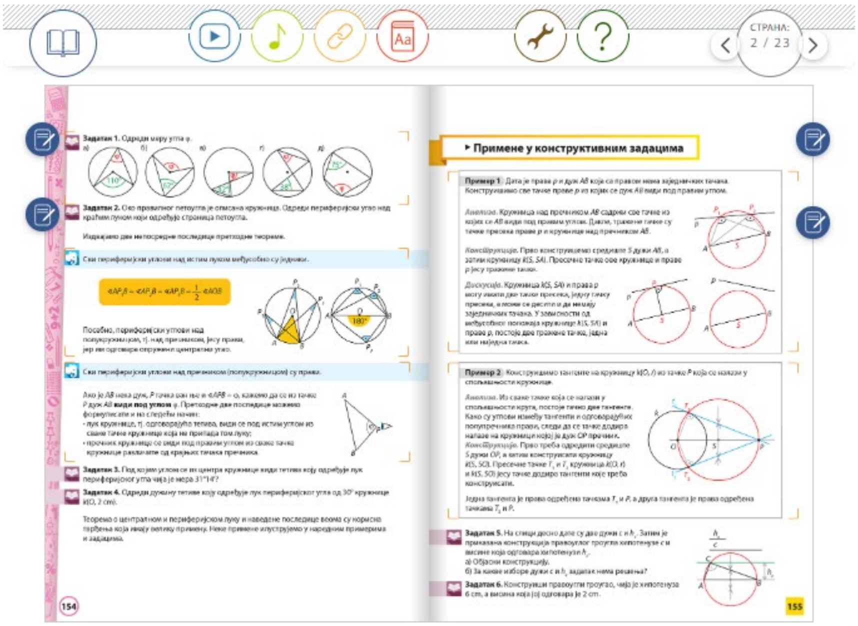


СТРАНА: 1 / 23

ЦЕНТРАЛНИ И ПЕРИФЕРИЈСКИ УГАО

Веза између периферијског и одговарајућег централног угла

ЗАШТО?



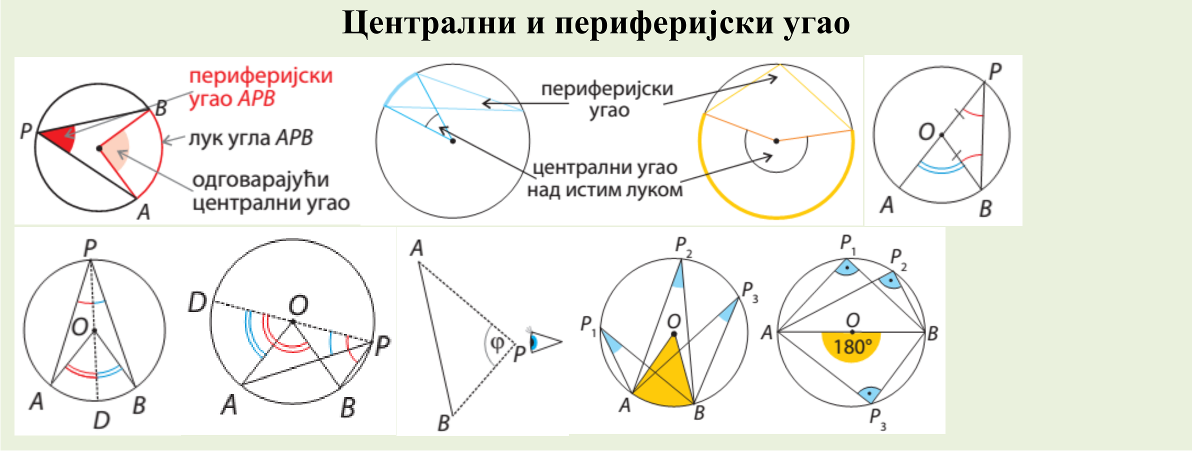
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове са којима су се ученици сусретали током свог математичког образовања, а који су потребни за усвајање наставних садржаја који се односе на централни и периферијски угао – кружница, центар кружнице, полупречник, круг, тетива, пречник, тангента. Обнављање датих елемената прати одговарајућа слика на табли, уз подсећање ученике на нотацију одговарајућих појмова. **Интерактиван приказ –** *Круг*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник обнавља са ученицима основне карактеристике круга (лекција 5.1 *Централни и периферијски угао*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.1 *Централни и периферијски угао*, слајд 1 и слајд 2). Истиче циљ часа.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији;
Главни део часа (30 минута)	
Пошто су ученици већ усвојили појам централног угла у петом разреду, наставник их (уз одговарајућу слику) подсећа на дати појам и записује на табли:	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији;

Централни угао кружнице је угао чије је теме центар кружнице. Потом дефинише и периферијски угао: **Периферијски угао кружнице (круга) јесте сваки угао чије теме припада кружници, а краци садрже две његове тетиве.** Наставник наглашава да сваком периферијском углу одговара кружни лук који је одређен тачкама пресека кружнице са крацима угла и који не садржи теме угла. Саопштава ученицима да тада кажемо да посматрамо периферијски угао над тим кружним луком. Потом почиње да упознаје ученике са везом између периферијског и централног угла над истом тетивом, најпре наводећи да сваком периферијском углу одговара један централни угао над истим луком. Илуструје неколико парова централних и периферијских углова над истом тетивом. Том приликом варира и величину углова и положај периферијских углова (у смислу избора положаја темена на кружници за периферијске углове). Диктира ученицима теорему о централном и периферијском углу: **Периферијски угао је два пута мањи од централног угла над истим луком.** Тврђење доказује и том приликом разликује три случаја, у зависности од тога да ли центар круга припада краку, унутрашњости или спољашњости периферијског угла. Приликом извођења доказа максимално укључује ученике, од којих се очекује да уз одговарајуће смернице, питања и потпитања могу да изводе одговарајуће закључке. Пошто је најосетљивије место у овој наставној јединици препознавање одговарајућег централног угла за дати периферијски угао, наставник то посебно наглашава и илуструје на конкретним примерима оштрих и тупих периферијских углова. Након што ученици, уз помоћ наставника, реше 1. задатак, упознаје их са тврђењем: **Сви периферијски углови над истим луком међусобно су једнаки.** Потом пита ученике да ли могу да закључе да ли је мера периферијског угла над пречником константна, колика је мера тог угла и зашто, имајући у виду теорему о централном и периферијском углу. Након што ученици изнесу своје закључке, диктира им да запишу у својим свескама: **Сви периферијски углови над пречником (полукружницом) су прави.** На крају наставник упућује ученике у то шта се подразумева када се каже да се из дате тачке	– даје проми-шљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – учествује у извођењу доказа тврђења; – решава задатке (1. и 3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

одређена дуж види под неким углом, а уколико остане довољно времена, задаје ученицима да реше 3. задатак из Уџбеника (у супротном тај задатак остаје за домаћи).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове централни и периферијски угао, теорему о централном и периферијском углу, да су сви периферијски углови над истим луком међусобно једнаки, као и да је угао над пречником прав. Задаје им домаћи задатак (1, 3, 5. и 7. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле



Централни и периферијски угао

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 120

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Централни и периферијски угао – примене у конструктивним задацима		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о централним и периферијским угловима и упознавање ученика са применом тврђења о централним и периферијским угловима у конструктивним задацима.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди меру централног угла ако је дата мера периферијског угла и обратно; • у задацима користи тврђење да су сви периферијски углови над истим луком једнаки; • у задацима користи тврђење да је периферијски угао над пречником прав; • користи тврђења о централном и периферијском углу у конструктивним задацима.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања и физике.		
Кључни појмови:	централни угао, периферијски угао, угао над пречником, конструкције		

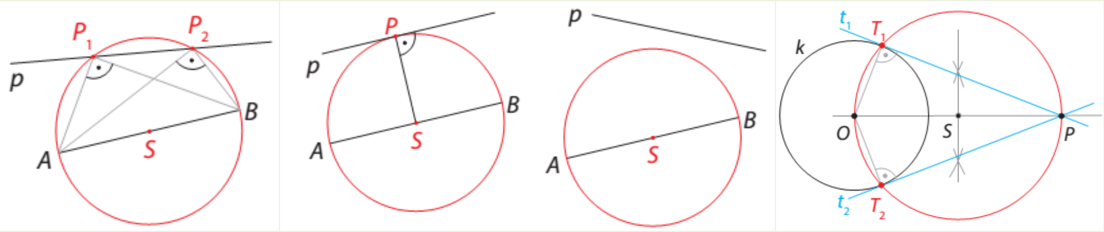
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима централни и периферијски угао, теорему о централном и периферијском углу, да су сви периферијски углови над истим луком међусобно једнаки, као и да је угао над пречником прав.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник посебно обнавља са ученицима шта подразумевамо када кажемо да се из тачке одређена дуж види под датим углом, па обрађује 1. пример и упознаје ученике са поступком конструкције геометријског скупа тачака у равни из којих се дата дуж види под правим углом. Подсећа ученике да се (нарочито) конструктивни задаци решавају у етапама, па посебно истиче анализу, конструкцију и дискусију кроз решавање наведеног примера. Понавља са ученицима да су углови између тангенти кружнице и одговарајућих полупречника прави, па их упознаје са поступком конструкције тангенте на кружницу из тачке која се налази у спољашњости кружнице (пример 2). Пример решава поступно и труди се да ученици буду максимално укључени у дискусију и да прецизно конструишу дате тангенте у својим свескама. Потом задаје ученицима да реше 5. задатак, где је илустрована конструкција правоуглог троугла дате хипотенузе и висине која одговара хипотенузи, коришћењем тврђења да је угао над пречником прав, а од ученика се захтева да опишу конструкцију и да дискутују о решењу задатка, у зависности од дужина хипотенузе и њене висине. Затим задаје ученицима да, по узору на претходни задатак, конструишу правоугли троугао дате хипотенузе и висине која одговара хипотенузи (6. задатак). Дати задатак на табли решава неко од ученика који се добровољно јаве, док остали решавају задатак у својим свескама, уз надзор наставника. **Документарни филм** – *Пројектовање Шартра*. Наставник пушта ученицима филм који говори о примени тврђења о периферијском и централном углу приликом конструкције катедрале Шартр у Француској, са посебним акцентом на креирање северне розете у тој катедрали (лекција 5.1 *Централни и периферијски угао*, слајд 1)	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример из Уџбеника) и задатке (5. и 6. задатак из Уџбеника и 25. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.1 *Централни и периферијски угао*, слајд 1 и слајд 2). Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 25. задатак из Збирке задатака.	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и тврђења о централним и периферијским угловима, поступак конструкције тангенти на кружницу из тачке која се налази у спољашњости дате кружнице, као и конструкцију скупа тачака који се из дате тачке види под правим углом. Задаје ученицима домаћи задатак (32. и 34. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Централни и периферијски угао – примене у конструктивним задацима

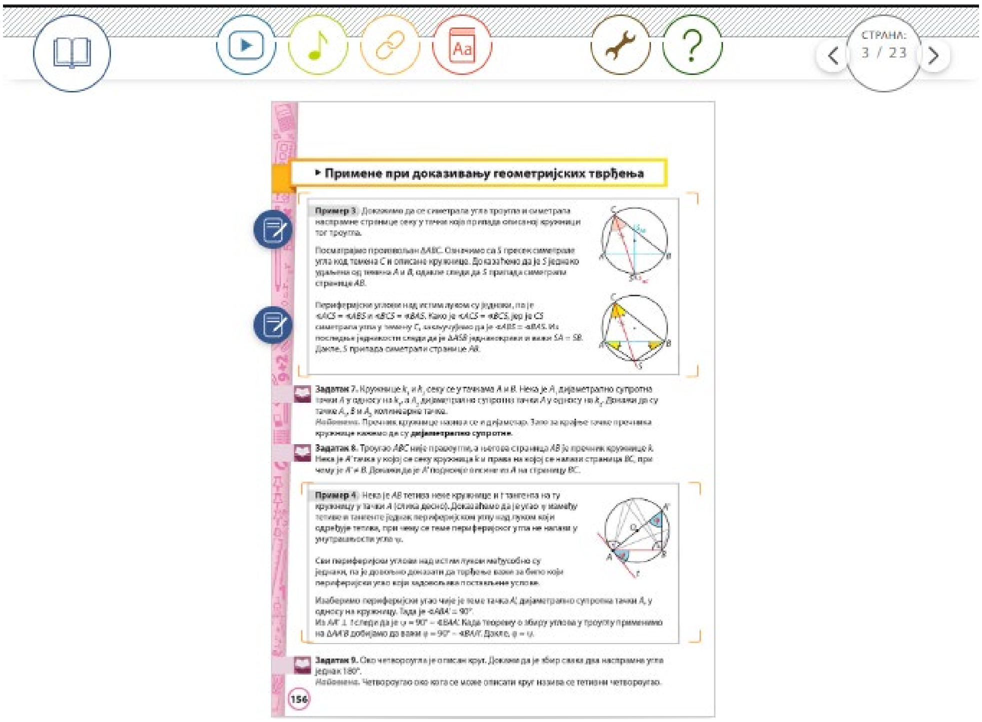


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 121

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Централни и периферијски угао – примене при доказивању геометријских тврђења		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о централним и периферијским угловима и упознавање ученика са применом тврђења о централним и периферијским угловима при доказивању геометријских тврђења.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди меру централног угла ако је дата мера периферијског угла и обратно; • у задацима користи тврђење да су сви периферијски углови над истим луком једнаки; • у задацима користи тврђење да је периферијски угао над пречником прав; • користи тврђења о централном и периферијском углу при доказивању геометријских тврђења.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања и физике.		
Кључни појмови:	централни угао, периферијски угао, угао над пречником, геометријска тврђења		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



▸ Примене при доказивању геометријских тврђења

156

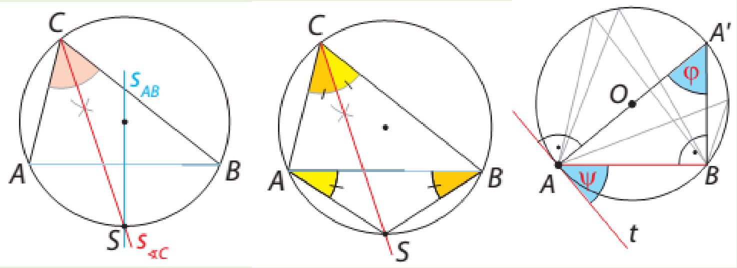
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	Планиране активности ученика:
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове централни и периферијски угао, теорему о централном и периферијском углу, једнакост периферијских углова над истим луком, као и да је угао над пречником прав.	– Одговара на постављена питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник обрађује 3. пример и упознаје ученике са једним битним тврђењем (и доказом тог тврђења) које се користи приликом решавања неких сложенијих задатака, а то је да се симетрала угла троугла и симетрала наспрамне странице секу у тачки која припада описаној кружници тог троугла. Потом задаје ученицима 7. задатак и том приликом обнавља са њима шта подразумевамо под дијаметрално супротним тачкама на кружници. Наставник задаје ученицима и 8. задатак. Оба задатка на табли решавају они који су се добровољно јавили, а остали ученици решавају их уз свескама, док их наставник обилази, помаже и одржава дисциплину на часу. Потом наставник упознаје ученике са тим да је угао који граде тетива и тангента у једној од крајњих тачака те тетиве једнак периферијском углу над том тетивом, што доказује на табли (пример 4). Решавањем 9. задатка наставник или неко од ученика	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (3. и 4. пример из Уџбеника) и задатке (7, 8. и 9. задатак из Уџбеника и 31. задатак из Збирке задатака) уз помоћ наставника.

који се добровољно јаве доказује тврђење да су у тетивном четвороуглу наспрамни углови суплементни. На крају ученици решавају и 31. задатак из Збирке, где треба да искористе теорему о централном и периферијском углу и примене је приликом одређивања мере углова датог троугла. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.1 *Централни и периферијски угао*, слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и тврђења о централним и периферијским угловима. Задаје им домаћи задатак (27. и 36. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Централни и периферијски угао – примене при доказивању геометријских тврђења

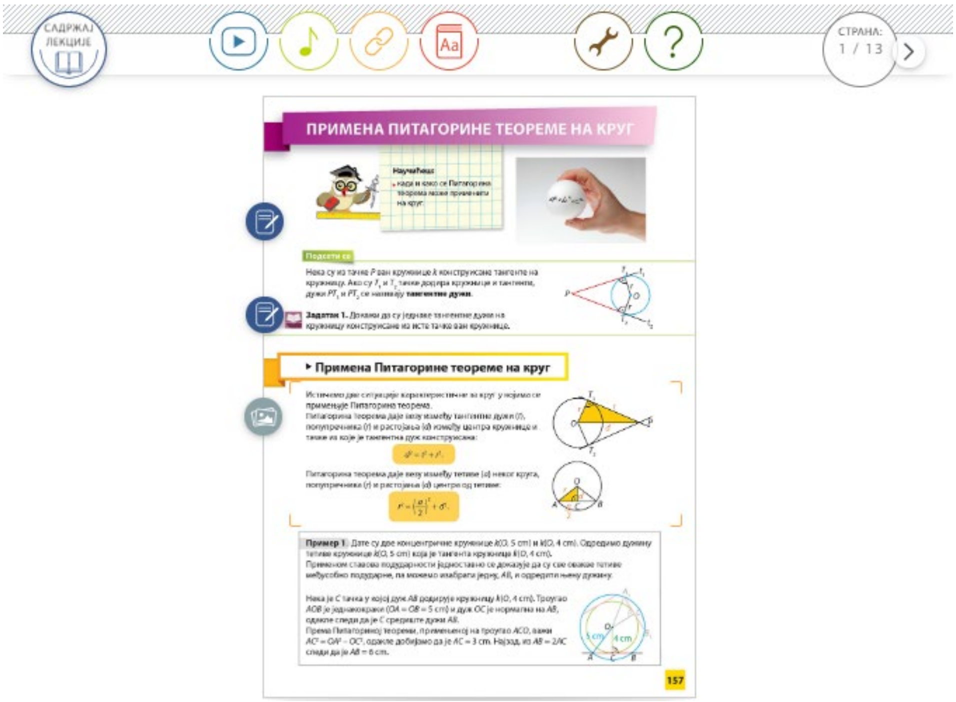


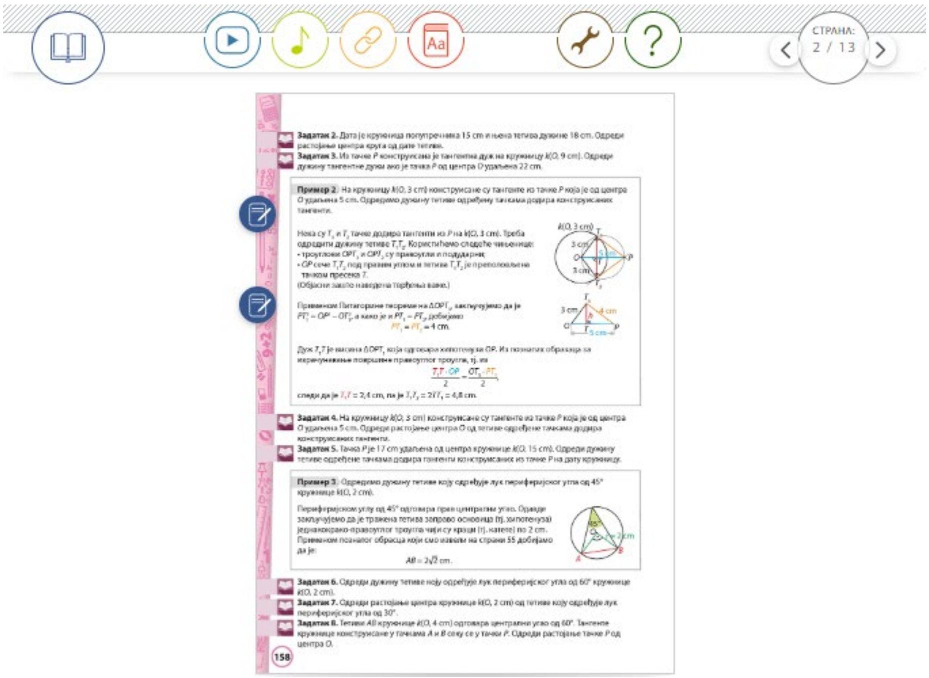
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 122

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на круг		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са применом Питагорине теореме на круг.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује Питагорину теорему на круг.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из физике (за решавање задатака из физике).		
Кључни појмови:	круг, Питагорина теорема		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





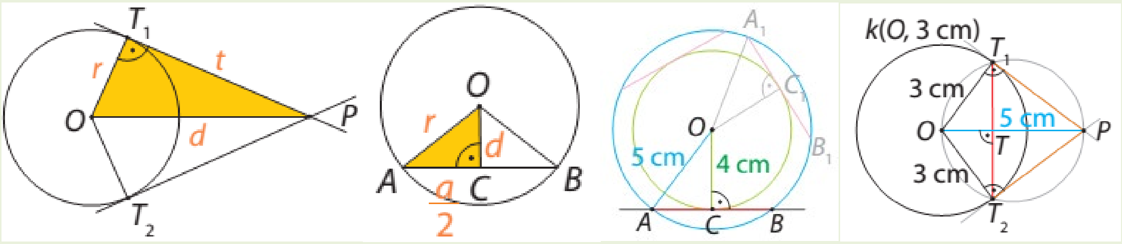
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове централни и периферијски угао, теорему о централном и периферијском углу, да су периферијски углови над истим луком међусобно једнаки, као и да је угао над пречником прав. Подсећа их на појам тангентне дужи, Питагорину теорему и задаје ученицима да реше 1. задатак (да докажу да су тангентне дужи на кружницу конструисане из исте тачке ван кружнице једнаке).	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – решава задатак.
Главни део часа (30 минута)	
Наставник задаје ученицима да сами формулишу и запишу обрасце који представљају примену Питагорине теорема на круг и који успостављају везу између: – тангентне дужи (t), полупречника (r) и растојања (d) између центра кружнице и тачке из које је тангентна дуж конструисана; – тетиве (a) неког круга, полупречника (r) и растојања (d) центра од тетиве. Након краће дискусије записује на табли формуле (уз одго-варајуће слике): $d^2 = r^2 + t^2$; $r^2 = d^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$. Обрадом 1. примера указује ученицима на поступак одређивања дужине тетиве веће кружнице која је уједно тангента мање кружнице, двеју концентричних кружница. Потом им задаје да реше	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (1, 2, 3. и 5. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

<table>
<tr><td>2. и 3. задатак из Уџбеника, где је потребно да примене две раније изведене формуле. Наставник обрађује 2. пример и повезује примену Питагорине теореме на круг са поступком за одређивање површине правоуглог троугла. На крају задаје ученицима да реше 5. задатак из Уџбеника, по узору на претходно обрађен пример.
Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.2 <i>Примена Питагорине теореме на круг</i>).
Упућује ученике на галерију слика (лекција 5.2 <i>Примена Питагорине теореме на круг</i>, слајд 1).</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td>Понавља са ученицима примену Питагорине теореме на круг и задаје им домаћи задатак (4. задатак из Уџбеника и 53, 55. и 57. задатак из Збирке задатака).</td><td>– Одговара на питања наставника.</td></tr>
</table>

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на круг



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 123

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Примена Питагорине теореме на круг		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања и умења ученика о примени Питагорине теореме на круг.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује Питагорину теорему на круг.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из физике (за решавање задатака из физике).		
Кључни појмови:	круг, Питагорина теорема		

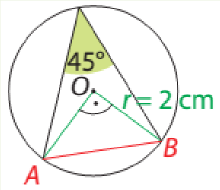
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима примену Питагорину теореме на круг за одређивање: дужине тангентне дужи, полупречника круга или растојања између центра кружнице и тачке из које је тангентна дуж конструисана; дужине тетиве неког круга, полупречника круга или растојања центра од тетиве ако су познате дужине	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.

одговарајућих дужи. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика.	
Главни део часа (35 минута)	
Обрадом 3. примера указује ученицима на још једну примену Питагорине теореме на круг – за одређивање дужине тетиве коју одређује лук периферијског угла од 45° дате кружнице – и притом користи својства једнакокрако-правоуглог троугла. Ученици потом решавају 6, 7. и 8. задатак из Уџбеника, уз помоћ наставника, применом Питагорине теореме на круг и на одговарајуће правоугле троуглове, чији су оштри углови по 45°, односно 30° и 60°. Потом наставник доказује да важи једнакост $2r = a + b - c$, где су a и b катете, c хипотенуза и r полупречник уписане кружнице правоуглог троугла (69. Задатак из Збирке).	– Прати упутства наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (3. пример) и задатке (6, 7. и 8. задатак из Уџбеника и 69. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима примену Питагорине теореме на круг и задаје им домаћи задатак (60, 63. и 64. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Примена Питагорине теореме на круг

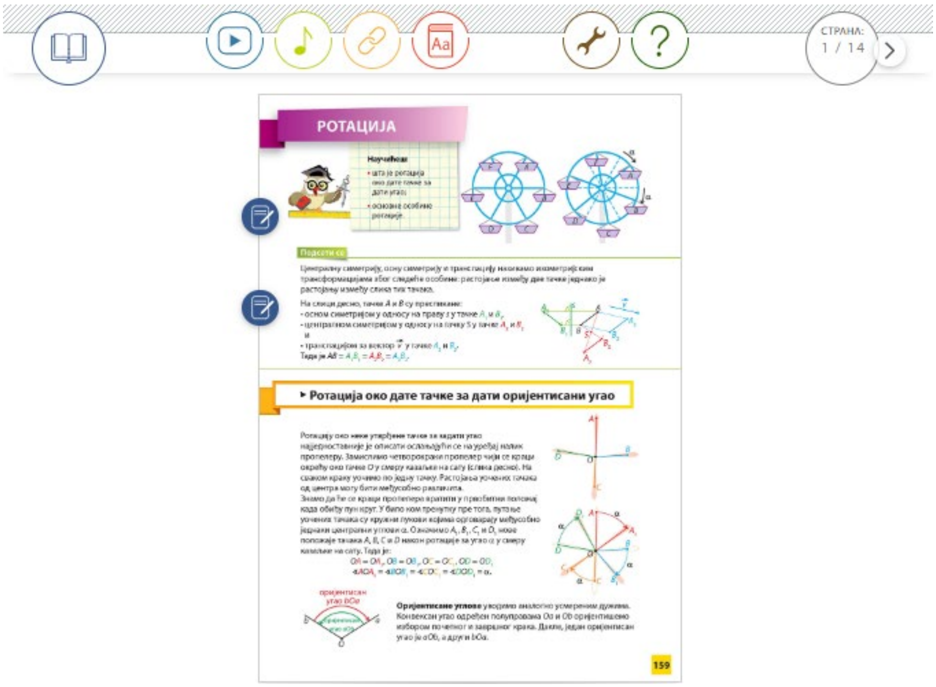


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 124

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Ротација		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са ротацијом као изометријском трансформацијом.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • преслика тачку ротацијом за дати оријентисани угао око одређене тачке.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, демонстративна		
Наставна средства:	Уџбеник, Збирка, табла, креда (фломастери), модел пропелера од картона		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања и физике.		
Кључни појмови:	ротација, центар ротације, угао ротације		

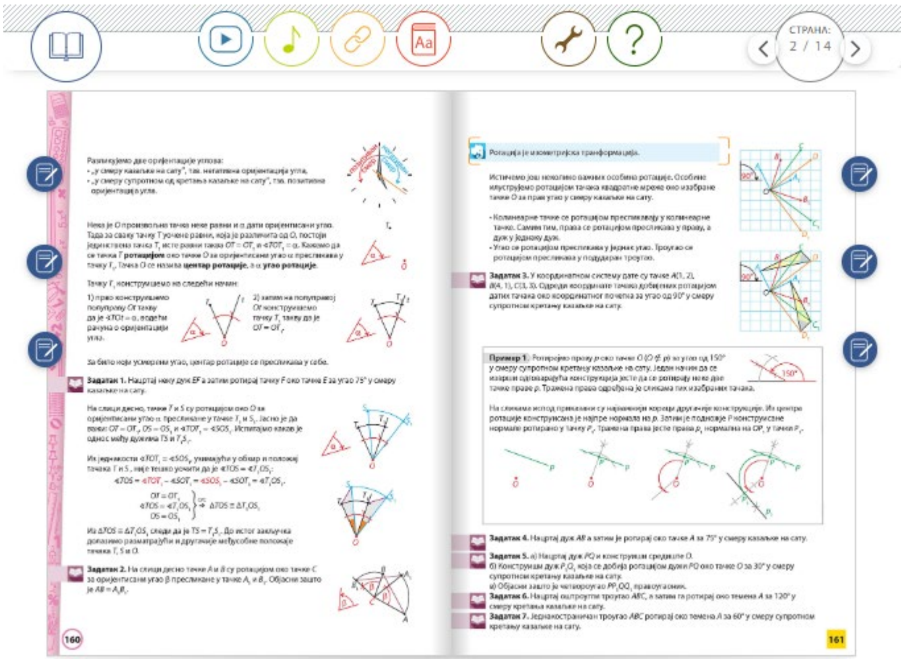
Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



РОТАЦИЈА

► Ротација око дате тачке за дати оријентисани угао

159



ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка, па обнавља особине изометријских трансформација, затим осну симетрију, централну симетрију и транслацију као изометријске трансформације са којима су се ученици већ сусретали.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник уводи ротацију успостављањем повезаности са уређајем налик пропелеру (159. страна Уџбеника). Показује ученицима четворокраки пропелер направљен од картона чији се краци окрећу око фиксиране тачке у смеру казаљке на сату, који је направио и понео га на час (уколико околности дозвољавају, наставник може у неком динамичком софтверу, попут *GeoGebre*, креирати одговарајући дигитални садржај и користити га на часу). На сваком краку пропелера уочава по једну тачку тако да су растојања уочених тачака од центра међусобно различита. Поставља питање ученицима где ће се наћи краци пропелера када обиђу пун круг, па након краћег експеримента који се састоји од ротације поменутих крака пропелера, закључује са ученицима да ће се вратити у првобитни положај. Наглашава да су у било ком тренутку пре тога путање уочених тачака кружни лукови којима одговарају међусобно једнаки централни углови и да приликом дате ротације	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – учествује у извођењу доказа тврђења; – пресликава тачку у равни ротацијом; – решава задатке (1. и 3. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

растојање тачака (које ротирају) од фиксиране тачке остаје константно. Оријентисане углове уводи аналогно усмереним дужима и истиче две оријентације углова („у смеру казаљке на сату”, тј. негативну оријентацију угла и „у смеру супротном од кретања казаљке на сату”, тј. позитивну оријентацију угла).

Потом наставник, уз одговарајућу конструкцију на табли, диктира ученицима: **Нека је $\boldsymbol{O}$ произвољна тачка неке равни и $\boldsymbol{\alpha}$ дати оријентисани угао. Тада за сваку тачку $\boldsymbol{T}$ уочене равни, која је различита од $\boldsymbol{O}$, постоји јединствена тачка $\boldsymbol{T_1}$ исте равни таква $\boldsymbol{OT = OT_1}$ и $\boldsymbol{\sphericalangle TOT_1 = \alpha}$.** Кажемо да се тачка T ротацијом око тачке O за оријентисани угао α пресликава у тачку T_1. Тачка O се назива центар ротације, а α угао ротације. Тачку T_1 конструишемо на следећи начин:

1) прво конструишемо полуправу Ot, такву да је $\sphericalangle TOt = \alpha$, водећи рачуна о оријентацији угла;

2) на полуправој Ot конструишемо тачку T_1, такву да је

$OT = OT_1$.

За било који усмерени угао центар ротације се пресликава у себе.

Дати поступак наставник илуструје решавањем 1. задатка. Потом, применом подударности троуглова (конкретно става СУС), доказује да се ротацијом дуж пресликава у њој подударну дуж. Записује на табли:

Ротација је изометријска транформација.

Наставник потом, уз дискусију са ученицима, истиче још неколико важних особина ротације: колинеарне тачке се ротацијом пресликавају у колинеарне тачке, права се ротацијом пресликава у праву, а дуж у једнаку дуж, угао се ротацијом пресликава у једнак угао, троугао се ротацијом пресликава у подударан троугао.

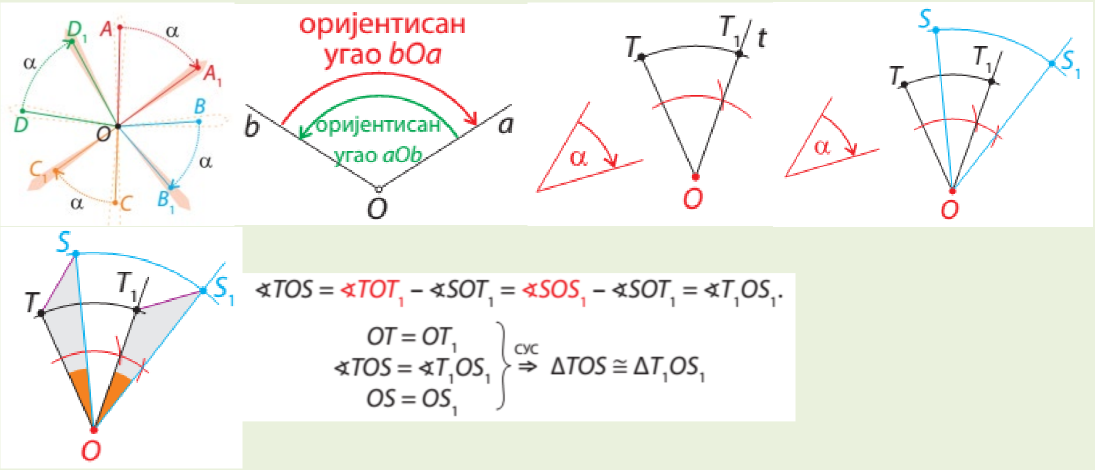
Уколико остане довољно времена, задаје ученицима да реше 3. задатак из Уџбеника. У супротном дати задатак остаје за домаћи.

Интерактиван приказ – *Ротација.* Коришћењем видео-материјала наставник ученицима прибли жава изометријску трансформацију – ротацију равни (лекција 5.3 *Ротација*, слајд 1).

Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.3 *Ротација*, слајд 1 и слајд 2).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и поступке које се односе на ротацију, као и особине ове изометријске трансформације. Задаје им домаћи задатак (2. задатак из Уџбеника и 71. и 72. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Ротација



$$\sphericalangle TOS = \sphericalangle TOT_1 - \sphericalangle SOT_1 = \sphericalangle SOS_1 - \sphericalangle SOT_1 = \sphericalangle T_1OS_1.$$

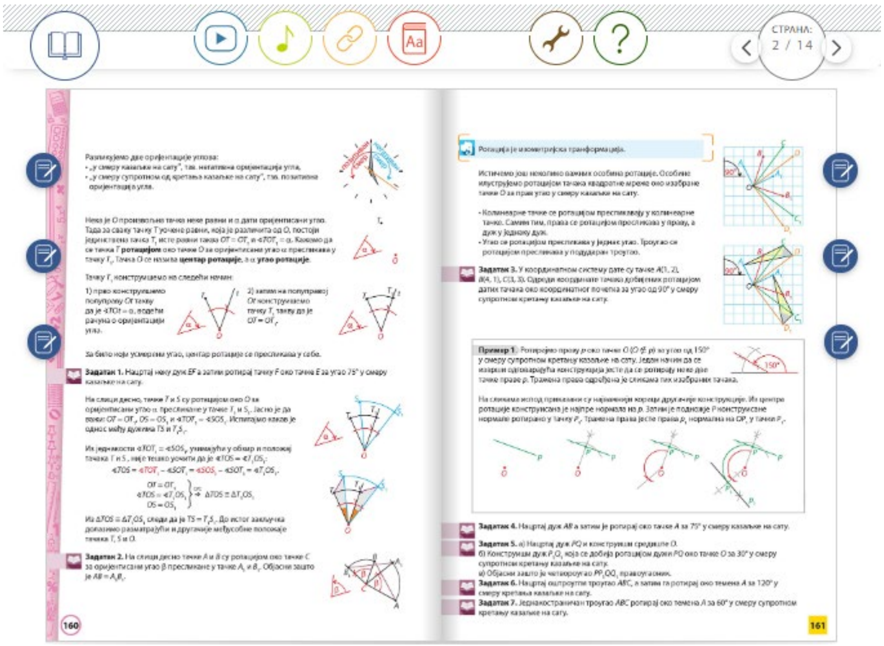
$$\left.\begin{array}{c} OT = OT_1 \\ \sphericalangle TOS = \sphericalangle T_1OS_1 \\ OS = OS_1 \end{array}\right\} \overset{\text{сус}}{\Rightarrow} \Delta TOS \cong \Delta T_1OS_1$$

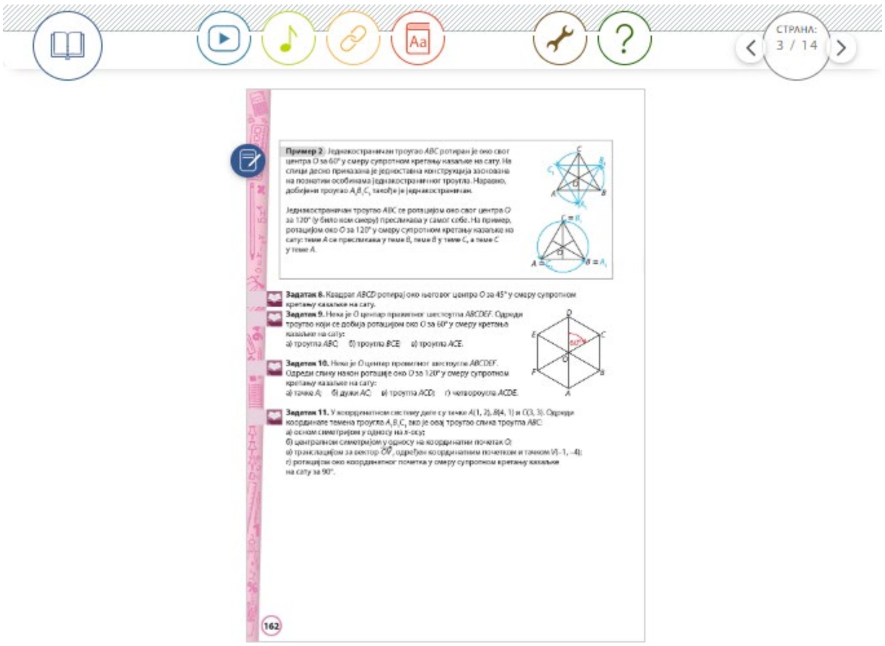
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 125

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Ротација		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о ротацији као изометријској трансформацији.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • преслика тачку, праву, дуж и троугао ротацијом за дати оријентисан угао око одређене тачке.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања и физике.		
Кључни појмови:	ротација, центар ротације, угао ротације		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





Пример 2. Једнакостраничан троугао ABC ротиран је око свог центра O за 60° у смеру супротном кретању казаљке на сату. На слици десно приказана је једноставна конструкција заснована на познатим особинама једнакостраничног троугла. Наравно, добијени троугао $A_1B_1C_1$ такође је једнакостраничан.

Једнакостраничан троугао ABC се ротацијом око свог центра O за 120° (у било ком смеру) пресликава у самог себе. На пример, ротацијом око O за 120° у смеру супротном кретању казаљке на сату: теме A се пресликава у теме B, теме B у теме C, а теме C у теме A.

Задатак 8. Квадрат $ABCD$ ротирај око његовог центра O за 45° у смеру супротном кретању казаљке на сату.

Задатак 9. Нека је O центар правилног шестоугла $ABCDEF$. Одреди троугао који се добија ротацијом око O за 60° у смеру кретања казаљке на сату:
а) троугла ABC; б) троугла BCE; в) троугла ACE.

Задатак 10. Нека је O центар правилног шестоугла $ABCDEF$. Одреди слику након ротације око O за 120° у смеру супротном кретању казаљке на сату:
а) тачке A; б) дужи AC; в) троугла ACD; г) четвороугла $ACDE$.

Задатак 11. У координатном систему дате су тачке $A(1, 2)$, $B(4, 1)$ и $C(3, 3)$. Одреди координате темена троугла $A_1B_1C_1$ ако је овај троугао слика троугла ABC:
а) осном симетријом у односу на x-осу;
б) централном симетријом у односу на координатни почетак O;
в) транслацијом за вектор $\overrightarrow{OV}$, одређен координатним почетком и тачком $V(-1, -4)$;
г) ротацијом око координатног почетка у смеру супротном кретању казаљке на сату за 90°.

162

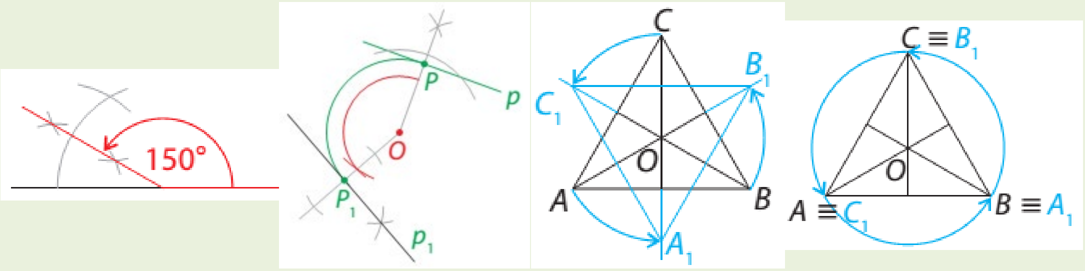
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка, па обнавља са ученицима појмове оријентисан угао, центар ротације, угао ротације и поступак пресликавања тачке у равни ротацијом за дати оријентисан угао око дате тачке.	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији.
Главни део часа (35 минута)	
Обнавља са ученицима са колико тачака је одређена права и колико тачака праве је било потребно пресликати изометријском трансформацијом (осном симетријом, централном симетријом и транслацијом) да би се права пресликала том изометријом. Обрадом 1. примера, на конкретном примеру, илуструје поступак ротације праве око одређене тачке за дати оријентисан угао. Затим, заједно са ученицима, решава 4, 5. и 6. задатак из Уџбеника и указује на поступак ротације дужи и троугла за различит избор центра ротације. Обрадом 2. примера, након ротације једнакостраничног троугла око центра тог троугла, указује ученицима на то да је слика троугла подударна почетном троуглу, док се ротацијом око свог центра O за 120° (у било ком смеру) једнакостраничан троугао пресликава у самог себе. Затим наставник задаје ученицима да квадрат $ABCD$ ротирају око његовог центра O за 45° у смеру супротном кретању казаљке на сату (8. задатак), односно да ротирају елементе правилног шестоугла	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (4, 5, 6, 8. и 10. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

око центра *O* тог шестоугла за 120° у смеру супротном кретању казаљке на сату (10. задатак). Дискутује са ученицима о решењима тих задатака. Примери који не буду решени на часу остају за домаћи задатак. **Документарни филм** – *Трансформације: скејтборд*. Наставник ученицима пушта филм који на интересантан начин повезује изометријске трансформације (осну симетрију, транслацију и ротацију) на примеру вожње скејтборда (лекција 5.3 *Ротација*, слајд 3). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.3 *Ротација*, слајд 2 и слајд 3).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима појмове и поступке који се односе на ротацију и особине ротације. Задаје им домаћи задатак (9. задатак из Уџбеника и 74. и 75. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Ротација



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 126

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Ротација		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о ротацији као изометријској трансформацији.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • преслика тачку, праву, дуж и троугао ротацијом за дати оријентисан угао око одређене тачке.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Присутно је међупредметно повезивање са наставним садржајима из техничког образовања и физике.		
Кључни појмови:	ротација, центар ротације, угао ротације		

ТОК ЧАСА

<table>
<tr><th colspan="2">Планиране активности наставника:</th><th>Планиране активности ученика:</th></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Уводни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе у парове труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.</td><td>– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Главни део часа (35 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Наставник одржава дисциплину, обилази ученике, пружа адекватну, дозирану помоћ тамо где је то потребно и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака и да правилно користе геометријски прибор.</td><td>– Прати упутства наставника;
– израђује задатке којима утврђује ротацију и њене особине;
– учествује у дискусији;
– поставља питања.</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Завршни део часа (5 минута)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Анализира израду задатака ученика и задаје им домаћи (да реше задатке који нису решени на часу). Напомиње ученицима да за наредни час понесу део канапа или конца за шивење.</td><td>– Одговара на питања наставника;
– упућује наставника у решења задатака.</td></tr>
<tr><td>Начини провере остварености исхода:</td><td colspan="2">– анализирање резултата ученика на датом часу</td></tr>
<tr><td>ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА:
• Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода?
• Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика?
• Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног?
• Шта бих променио/променила?</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Ротација – задаци

1. Ротирај праву q око тачке $O(O \in q)$ за угао од $150°$ у негативном смеру.

2. Нацртај дуж AB, а затим ротирај ту дуж око произвољне тачке O која припада дужи $AB(O \neq A, O \neq B)$ за угао од 60° у смеру кретања казаљке на сату.

3. Нека је A_1B_1 слика која се добија при ротацији дужи AB око произвољне тачке O која припада дужи AB за дати оријентисани угао α. Докажи да је $AB = A_1B_1$.

4. Нека је $A_1B_1C_1$ слика која се добија при ротацији троугла ABC око произвољне тачке O за дати оријентисани угао α. Докажи да је $\Delta ABC \cong \Delta A_1B_1C_1$.

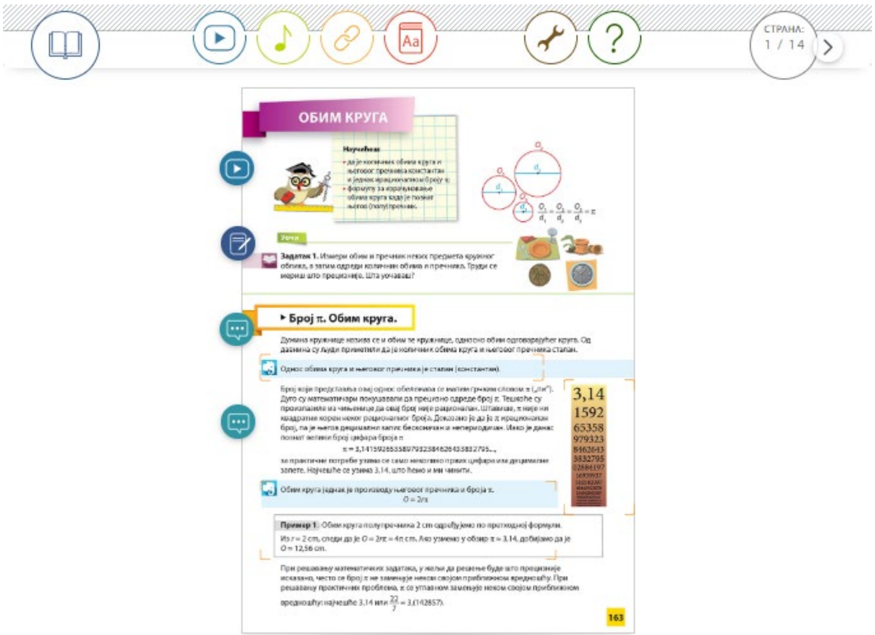
5. У координатном систему дате су тачке $A(1, 2), B(4, 1)$ и $C(3, 3)$. Одреди координате темена троугла $A_1B_1C_1$ ако је овај троугао слика троугла ABC:
   а) осном симетријом у односу на x-осу;
   б) централном симетријом у односу на координатни почетак O;
   в) транслацијом за вектор $\overrightarrow{OD}$ одређен координатним почетком и тачком $D(2,2)$;
   г) ротацијом око координатног почетка у смеру супротном кретању казаљке на сату за 90°.

6. Када се правилни осмоугао, приликом ротације око свог центра, пресликава у самог себе?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 127

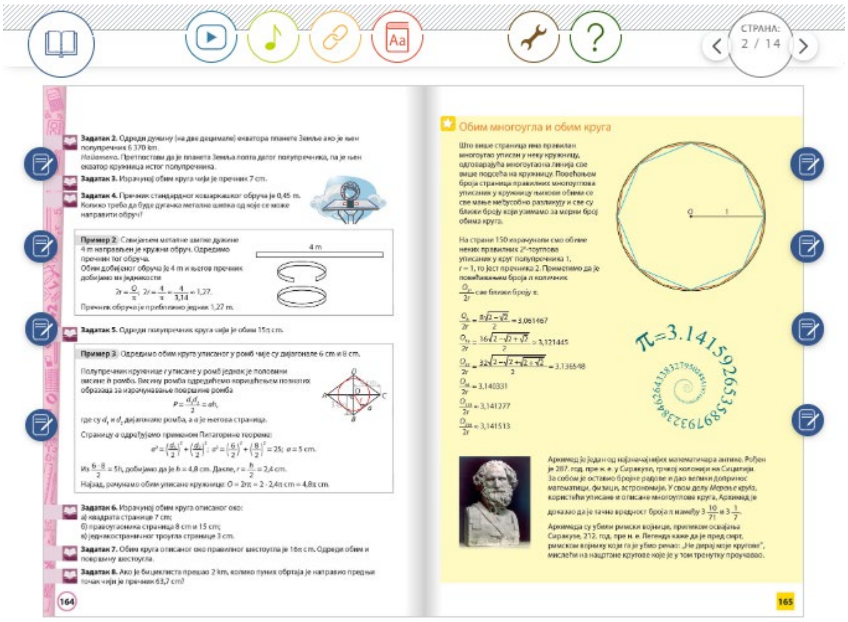
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Обим круга		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са формулом за одређивање обима круга и са бројем π.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди обим круга датог полупречника.		
Наставне методе:	хеуристичка, дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери), наставни листови		
Облици рада:	рад у паровима, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • дигиталну компетенцију; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Обим круга је неопходан за решавање великог броја проблема и задатака из физике. Међупредметно повезивање је успостављено и са наставним предметом географија.		
Кључни појмови:	обим круга, број π		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ОБИМ КРУГА

Број π. Обим круга.



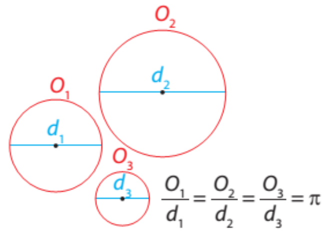
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове кружница, центар кружнице, полупречник, круг, пречник. Затим дели ученицима наставне листиће (прилог 1) и упућује их у то да ће на задатке из наставног листа одговарати радом у пару. Сваком од ученика дели по један наставни лист и наглашава им да оставе довољно простора да дате материјале код куће залепе у своје свеске. Објашњава им како ће извршити задата мерења, обилази их и одговара на питања ученика.	– Упућује се у захтеве на које треба да одговори радом у пару; – црта кружнице, полупречнике, пречнике и мери их, као и обиме кругова уз помоћ канапа (конца).
Главни део часа (25 минута)	
Дискутује са ученицима који су дошли до закључка да је однос обима и пречника круга константан. Захтева да више (парова) ученика прочита односе обима круга и његовог пречника, до којих су дошли експерименталним путем, како би увидели да су добили исте (сличне) резултате. Наставник диктира ученицима: **Однос обима круга и његовог пречника је сталан (константан).** Истиче да се број који представља овај однос обележава малим грчким словом π. Упознаје ученике са тим да је доказано да је број π ирационалан број, па је стога његов децимални запис бесконачан и непериодичан. Наводи неколико децимала броја π и упознаје ученике да се најчешће за практичне потребе	– Саопштава однос обима круга и његовог пречника до којег је дошао експерименталним путем; – одговара на постављена питања наставника; – сарађује са вршњаком из клупе; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује;

узима само неколико првих цифара из децималне запете, конкретно 3,14. Записује на табли: **Обим круга једнак је производу његовог пречника и броја π, $O = 2r\pi$.** Илуструје примену дате формуле за одређивање обима круга датог полупречника (пример 1). Наглашава да је добијена вредност приближна вредност обима круга, имајући у виду да рачунамо са приближном вредношћу реалног броја π. Решавањем 2. задатка успоставља међупредметну повезаност са географијом, након чега задаје ученицима да реше 3. и 4. задатак из Уџбеника, уз његову помоћ. **Документарни филм** – *Рецитовање броја π*. Наставник пушта филм који информише ученике о броју π, фасцинацији математичара овим ирационалним бројем, као и о томе да се у свету одржавају такмичења у рецитовању што већег броја децимала, уз податак да је светски рекорд 60.000 децимала овог броја (лекција 5.4 *Обим круга*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.4 *Обим круга*, слајд 1 и слајд 2).	– поставља питања; – решава пример (1. пример) и задатке (2, 3. и 4. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима да је однос обима круга и његовог пречника константан и да је обим круга једнак производу његовог пречника и броја π. Задаје им домаћи задатак (88. и 90. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Обим круга



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Наставни лист – Обим круга

Нацртај четири кружнице различитих полупречника. За сваку од кружница нацртај по један полупречник и пречник, па у табели забележи дужину полупречника, односно пречника, измерених лењиром. Заједно са својим вршњаком из клупе постави крај канапа (конца) на произвољну тачку на кружници, па датим канапом (концем) измери дужину кружнице (обим). Након тога, развиј дати канап, уз помоћ лењира измери дужину која одговара обиму круга, па у табели забележи вредност измереног обима. На крају израчунај (за сваки круг) колико пута је вредност обима већа од дужине пречника круга. Шта примећујеш?

Полупречник ($\boldsymbol{r}$)	Пречник ($\boldsymbol{R}$)	Обим ($\boldsymbol{O}$)	$\frac{\boldsymbol{O}}{\boldsymbol{R}}\left(\frac{\boldsymbol{O}}{2\boldsymbol{r}}\right)$

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 128

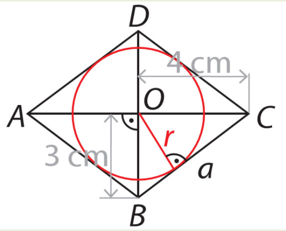
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Обим круга		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање знања ученика о одређивању обима круга.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди обим круга датог полупречника; • одреди полупречник (пречник) круга датог обима.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Обим круга је неопходан за решавање великог броја проблема и задатака из физике.		
Кључни појмови:	обим круга, број π		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима да је однос обима круга и његовог пречника константан и да је обим круга једнак производу његовог пречника и броја π. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Задаје ученицима 89. задатак како би утврдили одређивање обима круга датог пречника. Потом наставник обрађује 2. пример, где показује ученицима како да на основу обима круга одреде његов пречник (полупречник), што ученици увежбавају решавањем 5. задатка. Затим наставник обрађује пример (пример 3) којим повезује обим круга са другим наставним садржајима (површина ромба, површина правоуглог троугла, примена Питагорине теореме на ромб). Заједно са ученицима решава и сложеније задатке (6. и 7. задатак из Уџбеника), где одређује обим круга описаног око разних многоуглова, као и један проблемски задатак (8. задатак из Уџбеника). Иако садржаји из историје математике који се односе на Архимедов поступак одређивања броја π уписивањем правилних 2^{n}-тоуглова у кружницу, не припадају редовној настави, наставник излаже идеју ученицима и упућује их да за домаћи задатак прочитају чланак „Обим многоугла и обим круга“ на 165. страни Уџбеника ▶ **Документарни филм** – *Израчунавање π –* Архимед. Наставник ученицима пушта филм који говори о Архимеду и начину на који је одредио приближну вредност броја π (лекција 5.4 *Обим круга*, слајд 1).	– Прати упутства наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (2. и 3. пример) и задатке (5, 6, 7. и 8. задатак из Уџбеника и 89. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима формулу за израчунавање обима круга датог полупречника (пречника). Задаје им домаћи задатак (92, 93, 104. и 105. задатак из Збирке задатака) и налаже им да прочитају чланак „Обим многоугла и обим круга“ на 165. страни Уџбеника. Ученици који показују интересовање за математику и историју математике треба за следећи час да спреме кратак есеј о Архимеду, односно његовом животу и раду.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Обим круга

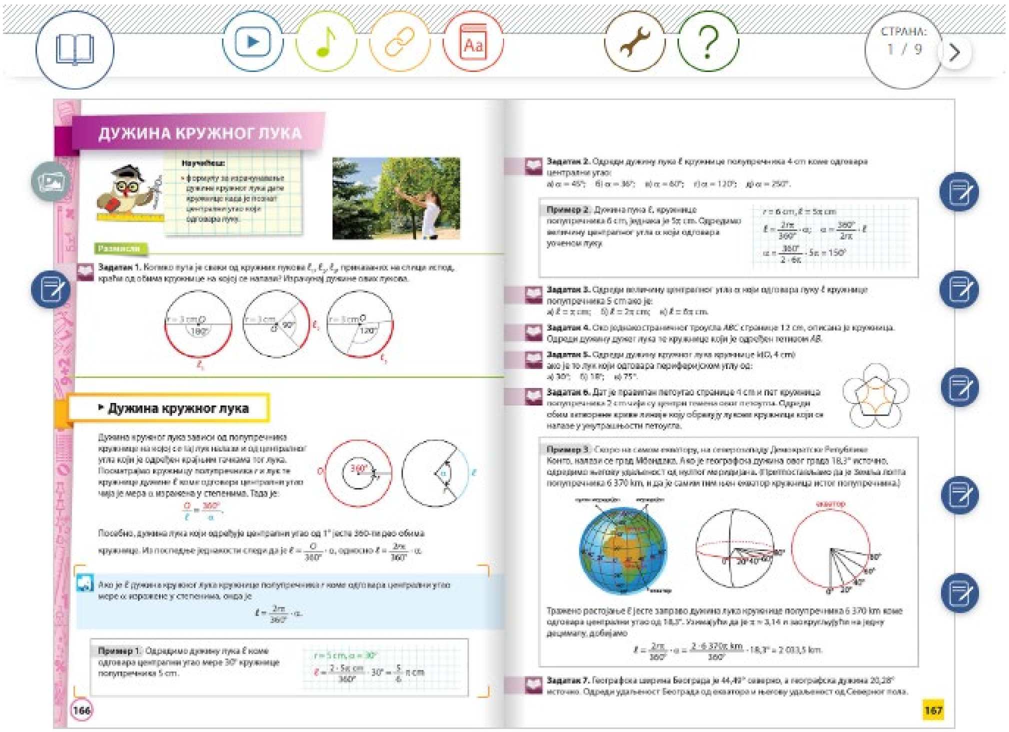


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 129

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Дужина кружног лука		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са формулом за одређивање дужине кружног лука кружнице.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди дужину кружног лука кружнице ако су дати полупречник те кружнице и централни угао.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Формула за израчунавање дужине кружног лука неопходна је за решавање проблема из физике.		
Кључни појмови:	дужина кружног лука, централни угао, полупречник кружнице		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ДУЖИНА КРУЖНОГ ЛУКА

Дужина кружног лука

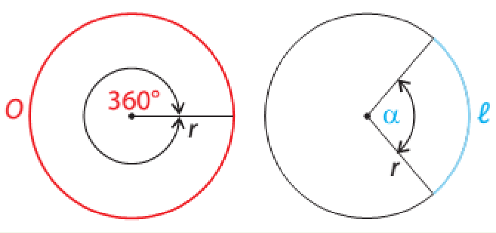
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове кружница, полупречник и централни угао. Анализира израду домаћег задатка и посебну пажњу поклања излагању ученика о Архимедовом животу и делу. Потом им задаје да реше 1. задатак како би се припремили за усвајање формуле за израчунавање дужине кружног лука. Приликом израде задатка наставник поставља ученицима одговарајућа питања која би требало да их наведу до интуитивно заснованих закључака. Закључује са ученицима да дужина кружног лука зависи од полупречника кружнице, али и од централног угла који је одређен крајњим тачкама тог лука. Наставник потом захтева од ученика да успоставе пропорцију која оличава везу између централног угла, дужине кружног лука и обима круга. Наставник (или неко од ученика који су дошли да исправног закључка) записује на табли: $\frac{\text{O}}{\ell} = \frac{360°}{\alpha}$.	– Одговара на питања наставника; – упућује се или упућује друге ученике у живот и рад Архимеда; – решава мотивациони задатак; – поставља питања и учествује у дискусији.
Главни део часа (25 минута)	
Истиче да дужина лука који одређује централни угао од 1° представља 360. део обима кружнице и да одатле следи да је $\ell = \frac{\text{O}}{360°} \cdot \alpha$. Записује на табли: **Ако је ℓ дужина кружног лука кружнице полупречника r, коме одговара централни угао мере α изражене у степенима, онда је $\ell = \frac{2r\pi}{360°} \cdot \alpha$.** На конкретном примеру илуструје примену дате формуле (пример 1), након чега задаје ученицима да реше 2. задатак. Обрадом 2. примера указује ученицима на то како да, коришћењем одговарајуће формуле, рачунају централни угао који одговара луку кружнице одређене дужине, за дат полупречник те кружнице. Задаје ученицима 4. и 5. задатак из Уџбеника како би утврдили и тврђење о периферијском и централном углу и повезали га са одређивањем дужине лука кружнице. Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 6. задатак из Уџбеника (у супротном задатак остаје за домаћи). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.5 *Дужина кружног лука*).	– Одговара на постављена питања наставника; – учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – прати излагање наставника; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (1, 2, 4, 5. и 6. задатак из Уџбеника), уз помоћ наставника.

Упућује ученике на галерију слика (лекција 5.5 *Дужина кружног лука*).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за рачунање дужине кружног лука кружнице датог полупречника кружнице и централног угла и идеју на основу које је та формула изведена. Задаје им домаћи задатак (3. задатак из Уџбеника и 127. и 129. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Дужина кружног лука



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 130

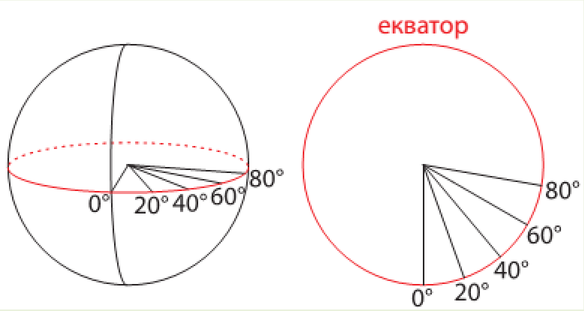
<table>
<tr><td>Предмет:</td><td>Математика</td><td>Школа и разред:</td><td></td></tr>
<tr><td>Наставник:</td><td></td><td>Датум одржавања:</td><td></td></tr>
<tr><td>Наставна тема/област:</td><td colspan="3">Круг</td></tr>
<tr><td>Наставна јединица:</td><td colspan="3">Дужина кружног лука</td></tr>
<tr><td>Тип часа:</td><td colspan="3">утврђивање</td></tr>
<tr><td>Циљ часа:</td><td colspan="3">Утврђивање и продубљивање знања ученика о дужини кружног лука кружнице.</td></tr>
<tr><td>Очекивани исходи на крају часа:</td><td colspan="3">На крају часа ученик ће бити у стању да:
• одреди дужину кружног лука кружнице ако су дати полупречник те кружнице и централни угао.</td></tr>
<tr><td>Наставне методе:</td><td colspan="3">дијалошка, монолошка, самостални рад ученика</td></tr>
<tr><td>Наставна средства:</td><td colspan="3">уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)</td></tr>
<tr><td>Облици рада:</td><td colspan="3">фронтални</td></tr>
<tr><td>Међупредметне компетенције:</td><td colspan="3">Ученик развија:
• компетенције за целоживотно учење;
• комуникацију.</td></tr>
<tr><td>Међупредметно повезивање:</td><td colspan="3">Формула за израчунавање дужине кружног лука неопходна је за решавање проблема из физике. Присутна је међупредметна повезаност са наставним садржајима из географије, конкретно са географском дужином.</td></tr>
<tr><td>Кључни појмови:</td><td colspan="3">дужина кружног лука, централни угао, полупречник кружнице</td></tr>
</table>

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће ученика. Потом обнавља са ученицима поступак за одређивање дужине кружног лука кружнице, датог полупречника и централног угла и идеју на основу које је та формула изведена.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник најпре задаје ученицима да реше 128. и 132. задатак из Збирке како би утврдили формулу за одређивање дужине кружног лука кружнице, али и њену примену у одређивању централног угла који одговара луку кружнице дате дужине кружног лука и полупречника кружнице. Потом упућује ученике на примену дате формуле и успоставља међупредметну повезаност са наставним садржајима из географије, тачније са географском дужином (пример 3). Задаје ученицима да, по узору на решени пример, реше и 7. задатак из Уџбеника. Повезује дужину кружног лука са кретањем минутне казаљке на сату за одређено време и дату дужину казаљке (133. задатак из Збирке задатака). На крају ученици решавају и 142. задатак из Збирке задатака читањем података са одговарајућих слика. Уколико неки од примера не буде решен на часу, остаје за домаћи задатак.	– Одговара на постављена питања наставника; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (3. пример) и задатке (7. задатак из Уџбеника и 128, 132, 133. и 142. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
У завршном делу часа понавља са ученицима које величине утичу на дужину кружног лука кружнице и понавља формулу за рачунање дужине кружног лука. Задаје им домаћи задатак (135, 138. и 143. задатак из Збирке задатака). Наставник задаје ученицима да за домаћи задатак потраже и дигиталне садржаје креиране помоћу динамичких софтвера, а који илуструју идеју за израчунавање површине круга, на *YouTube*-у, *GeoGebra* платформи или некој другој, по избору наставника (ученика) и да садржаје који им се допадају проследе електронском поштом наставнику.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Дужина кружног лука

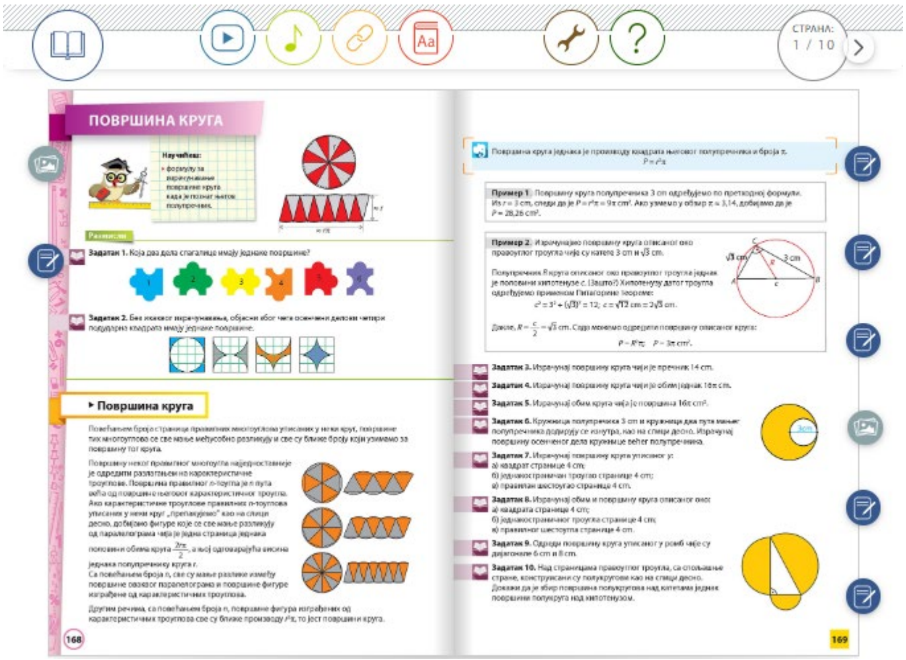


Начини провере оставрености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 131

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Површина круга		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са формулом за одређивање површине круга датог полупречника.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди површину круга ако је позната дужина полупречника тог круга.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • дигиталну компетенцију; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Формула за израчунавање површине круга неопходна је за решавање проблема из физике.		
Кључни појмови:	површина круга		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



Задатак 1. Која два дела слагалице имају једнаке површине?

Задатак 2. Без икаквог израчунавања, објасни због чега осенчени делови четири подударна квадрата имају једнаке површине.

Површина круга

Површина круга једнака је производу квадрата његовог полупречника и броја π.
$P = r^2\pi$

Пример 1. Површину круга полупречника 3 cm одређујемо по претходној формули. Из $r = 3$ cm, следи да је $P = r^2\pi = 9\pi$ cm². Ако узмемо у обзир $\pi \approx 3{,}14$, добијамо да је $P = 28{,}26$ cm².

Пример 2. Израчунајмо површину круга описаног око правоуглог троугла чије су катете 3 cm и $\sqrt{3}$ cm.

$c^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$; $c = \sqrt{12}$ cm $= 2\sqrt{3}$ cm.

$P = R^2\pi$; $P = 3\pi$ cm².

Задатак 3. Израчунај површину круга чији је пречник 14 cm.

Задатак 4. Израчунај површину круга чији је обим једнак 16π cm.

Задатак 5. Израчунај обим круга чија је површина 16π cm².

Задатак 6. Кружница полупречника 3 cm и кружница два пута мањег полупречника додирују се изнутра, као на слици десно. Израчунај површину осенченог дела круга већег полупречника.

Задатак 7. Израчунај површину круга уписаног у:
а) квадрат странице 4 cm;
б) једнакостраничан троугао странице 4 cm;
в) правилан шестоугао странице 4 cm.

Задатак 8. Израчунај обим и површину круга описаног око:
а) квадрата странице 4 cm;
б) једнакостраничног троугла странице 4 cm;
в) правилног шестоугла странице 4 cm.

Задатак 9. Одреди површину круга уписаног у ромб чије су дијагонале 6 cm и 8 cm.

Задатак 10. Над страницама правоуглог троугла, са спољашње стране, конструисани су полукругови као на слици десно. Докажи да је збир површина полукругова над катетама једнак површини полукруга над хипотенузом.

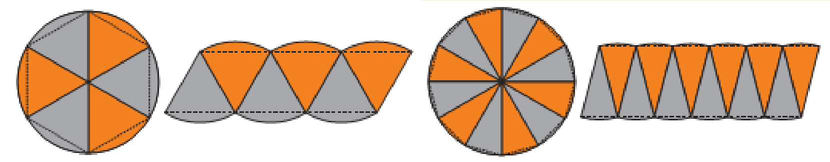
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (20 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима појмове круг и полупречник круга. Задаје ученицима да реше 1. и 2. задатак из Уџбеника, који имају циљ да припреме ученике за разумевање идеје и усвајање обрасца за рачунање површине круга. Анализира израду домаћег задатка и посебну пажњу поклања материјалима (креираним динамичким софтверима) које су ученици пронашли на интернету и проследили наставнику, а који се односе на идеју за рачунање површине круга датог полупречника. На табли записује интернет адресе најинтересантнијих динамичких садржаја које су ученици пронашли, а који илуструју познату идеју за рачунање површине круга и упућује све ученике да погледају код куће дате садржаје. Потом приказује најбољи рад од радова које су ученици проследили, по мишљењу наставника, а за случај да дигитални садржаји које су ученици пронашли нису репрезентативни, наставник приказује садржај који је сам пронашао/креирао.	– Одговара на питања; – упућује наставника и остале вршњаке у дигиталне садржаје које је пронашао, а који се односе на површину круга; – упућује се или упућује вршњаке у идеју за израчунавање површине круга; – решава мотивационе задатке; – учествује у дискусији;
Главни део часа (20 минута)	
Диктира ученицима, а они записују у својим свескама: **Површина круга једнака је производу квадрата његовог полупречника и броја π, $P = r^2\pi$.** Дато правило наставник конкретизује обрадом 1. примера, након чега дату формулу повезује и са применом Питагорине теореме за израчунавање површине круга описаног око правоуглог троугла датих катета (пример 2). Наглашава да када број π заменимо приближном вредношћу тог броја, добијамо приближну вредност површине круга. Затим наставник задаје ученицима да реше 3. задатак из Уџбеника, као и 144. и 146 задатак из Збирке задатака. Док ученици решавају задатке, наставник их обилази, помаже им и одржава дисциплину на часу. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.6 *Површина круга*). Упућује ученике на галерије слика (лекција 5.6 *Површина круга*).	– Одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1. и 2. пример) и задатке (3. задатак из Уџбеника и 144. и 146. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за рачунање површине круга и идеју из које је формула изведена. Задаје им домаћи задатак (145. и 147. задатак из Збирке задатака и подсећа их да анализирају дигиталне садржаје које могу да нађу на интернет адресама које је наставник записао на табли).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Површина круга



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 132

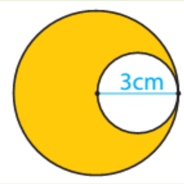
Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Површина круга		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о површини круга.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди површину круга ако је позната дужина полупречника тог круга или ако се може релативно једноставно одредити из датих података.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Формула за израчунавање површине круга неопходна је за решавање проблема из физике.		
Кључни појмови:	површина круга		

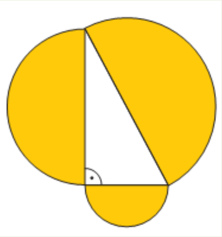
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима формулу за рачунање површине круга и идеју из које је та формула изведена. Анализира израду домаћег задатка и отклања евентуалне нејасноће код ученика.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Најпре наставник задаје ученицима 4. и 5. задатак из Уџбеника како би повезали и утврдили формуле за рачунање обима и површине круга. Задаје им и 6. задатак, где је захтев одређивање површине дела круга одузимањем површина два круга, што донекле припрема ученике и за израчунавање површине кружног прстена (с тим што овде кружнице нису концентричне). Ученици потом решавају и 7. и 8. задатак где рачунају обим и површину кругова описаних (уписаних) у, ученицима добро познате, правилне многоуглове и тиме продубљују и повезују одговарајуће наставне садржаје. На крају, ученици повезују површину круга са Питагорином теоремом, доказивањем да је збир површина полукругова над катетама једнак површини полукруга над хипотенузом (10. задатак из Уџбеника). Све задатке на табли израђују различити ученици, који се добровољно јављају, док остали решавају задатке у својим свескама. Наставник обилази ученике, надзире њихов рад, помаже им адекватним питањима и потпитањима и одржава дисциплину на часу.	– Одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – поставља питања; – решава задатке (4, 5, 6, 7, 8. и 10. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима формулу за рачунање површине круга и идеју из које је формула изведена. Задаје им домаћи задатак (9. задатак из Уџбеника и 151, 156, 166. и 173. задатак из Збирке задатака).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Површина круга



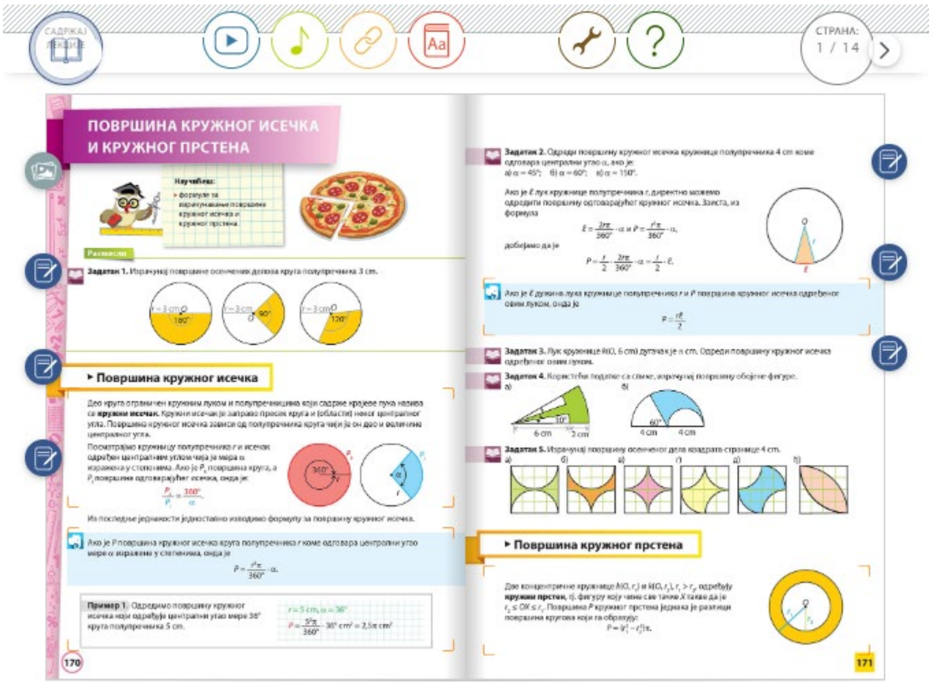


Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 133

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Површина кружног исечка и кружног прстена		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са формулом за одређивање површине кружног исечка.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди површину кружног исечка ако су дати полупречник круга и централни угао.		
Наставне методе:	дијалошка, проблемска, хеуристичка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Формула за рачунање површине кружног исечка неопходна је за решавање проблема из физике.		
Кључни појмови:	површина кружног исечка		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПОВРШИНА КРУЖНОГ ИСЕЧКА И КРУЖНОГ ПРСТЕНА

Површина кружног исечка

Површина кружног прстена

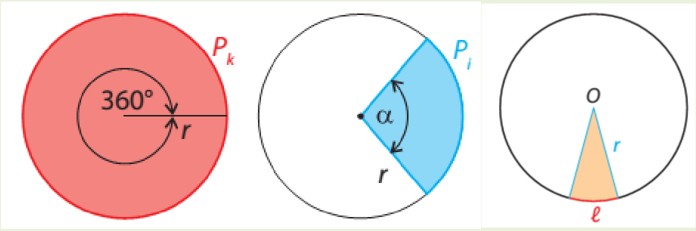
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник обнавља са ученицима формуле за рачунање површине круга и дужине кружног лука. Потом упућује ученике у то да се део круга ограничен кружним луком и полупречницима који садрже крајеве лука назива кружни исечак. Наглашава да је кружни исечак заправо пресек круга и (области) неког централног угла тог круга. Упућује ученике у то да ће задатке које им дели (прилог 1) решавати радом у паровима. Том приликом наставник распоређује ученике у парове тако да у сваком пару буду ученици различитих постигнућа из математике.	– Одговара на питања; – записује у свесци шта подразумевамо под појмом кружни исечак; – распоређују се у парове по налогу наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник обилази ученике док решавају задатке из прилога (прилог 1), којим ученици: – обнављају одређивање површине круга (1. задатак); – обнављају одређивање дужине кружног лука и подсећају се да је дужина кружног лука директно пропорционална са централним углом који одговара кружном луку и обнављају формулу за одређивање дужине кружног лука (2. задатак); – повезивањем формуле за површину круга са идејом да дужина кружног лука представља део обима круга који је одређен централним углом, самостално закључују да површина кружног исечка представља део површине тог круга који је одређен датим централним углом (3. задатак). Док ученици задатке решавају у пару, наставник их обилази, подстиче, дозира помоћ постављањем питања: „На који начин је трећи задатак повезан са прва два задатка? На који начин можеш да повежеш одређивање површине кружног исечка са површином круга и са одређивањем дужине кружног лука?” Очекује да известан број ученика дође на одговарајућу идеју и реши задатак. Након извесног времена, када наставник примети да су ученици који су били на путу да реше задатак самостално то и урадили, једног од ученика који је исправно решио задатак изводи да испише решење на табли. Исписивање решења прати одговарајућим коментарима, након чега (уз одговарајућу слику)	– Решава задатке из наставног листа; – одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (1. пример) уз помоћ наставника.

закључује да је $\frac{P_k}{P_i} = \frac{360°}{\alpha}$, где је α централни угао који одговара кружном исечку, као и: **Ако је P површина кружног исечка круга полупречника r коме одговара централни угао мере α изражене у степенима, онда је $P = \frac{r^2\pi}{360°} \cdot \alpha$.** Обрадом 1. примера наставник конкретизује дато правило за одређивање површине кружног исечка. Потом задаје ученицима да изведу формулу за одређивање површине кружног исечка одређеног луком кружнице ℓ и полупречником r. Очекује се да само ученици надарени за математику изведу одговарајућу формулу. Наставник им оставља мало времена, па уколико неко од њих буде успешан, јавно га похваљује и бележи у педагошку евиденцију његову активност, у супротном наставник записује на табли: **Ако је ℓ дужина лука кружнице полупречника r и P површина кружног исечка одређеног овим луком, онда је $P = \frac{r\ell}{2}$.** Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.7 *Површина кружног исечка и кружног прстена*, слајд 1). Упућује ученике на галерије слика (лекција 5.7 *Површина кружног исечка и кружног прстена*, слајд 1).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима формулу за рачунање површине кружног исечка и идеју из које је формула изведена. Задаје им да за домаћи задатак обавезно прочитају наставни материјал из Уџбеника са 170. и са прве половине 171. стране и да реше 1, 2. и 3. задатак из Уџбеника.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Површина кружног исечка и кружног прстена



Начини провере оствареностиисхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Наставни лист – Површина кружног исечка и површина кружног прстена

1. Израчунај површину пице кружног облика, пречника 40 cm.

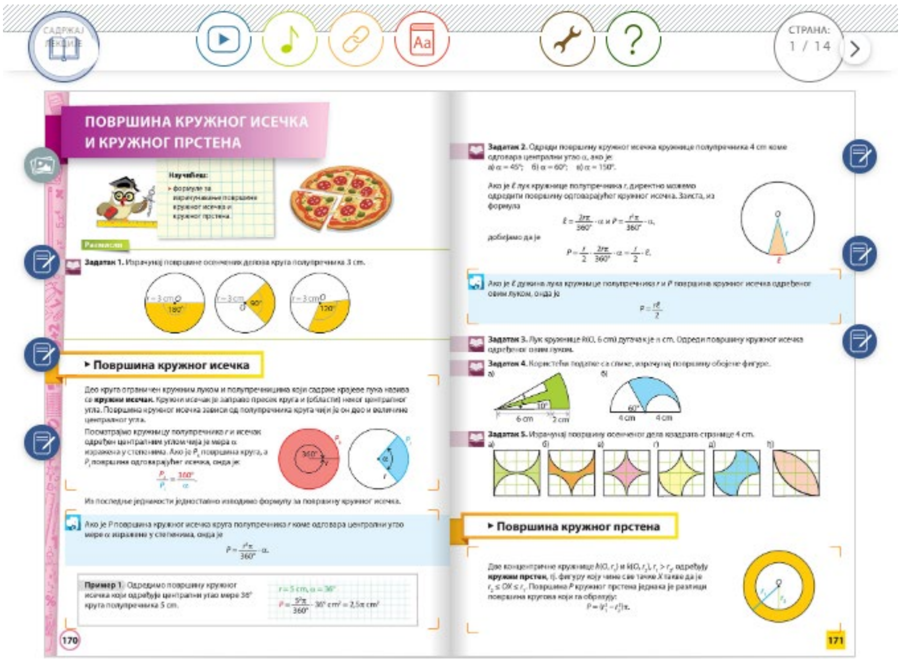
2. Свако парче пице (облика кружног исечка) одређено је једним кружним луком и двема дужима (два „полупречника” пице) који садрже крајеве лука. Израчунај дужину кружног лука парчета пице које се добија када велику пицу кружног облика, пречника 40 cm, поделимо на:
   а) два подударна дела;
   б) четири подударна дела;
   в) кружне исечке такве да је централни угао сваког кружног исечка $60°$.

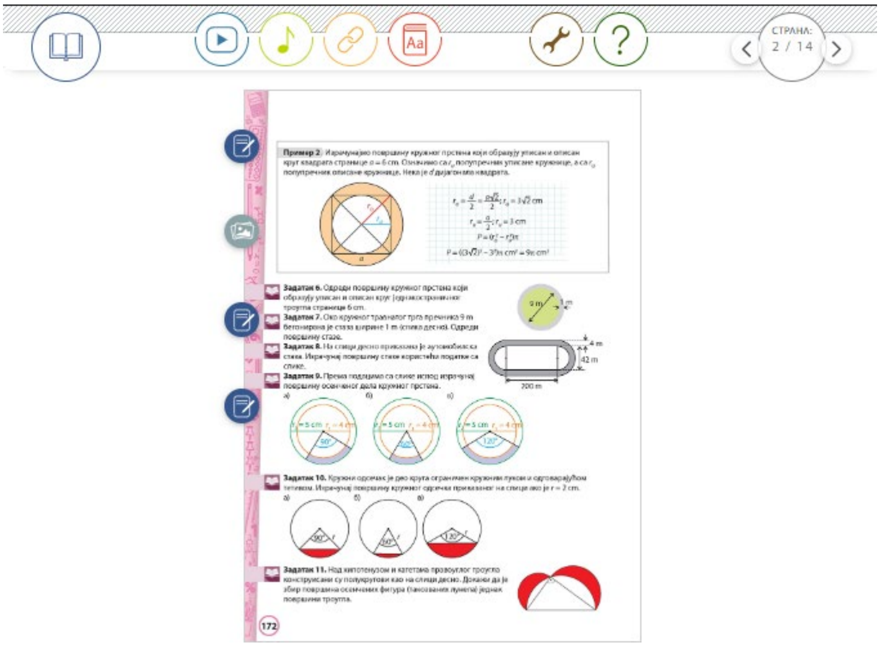
3. Израчунај приближно површину једног парчета пице које се добија када велику пицу кружног облика, пречника 40 cm, поделимо на:
   а) два подударна дела;
   б) четири подударна дела;
   в) кружне исечке такве да је централни угао сваког кружног исечка $60°$.
   У свим примерима узети $\pi \approx 3,14$.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 134

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Површина кружног исечка и кружног прстена		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о одређивању површине кружног исечка и упознавање ученика са формулом за одређивање површине кружног прстена.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди површину кружног исечка ако су дати полупречник круга и централни угао; • одреди површину кружног прстена.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, хеуристичка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални, самостални рад ученика		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за решавање проблема; • дигитална компетенција; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Формуле за рачунање површине кружног исечка и површине кружног прстена потребне су за решавање проблема из физике.		
Кључни појмови:	површина кружног исечка, површина кружног прстена		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице





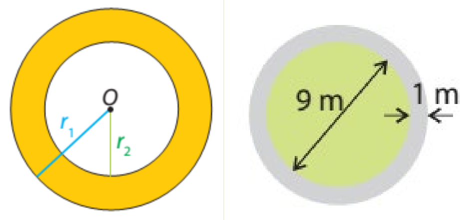
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
У уводном делу часа наставник анализира израду домаћег задатка. Посебну пажњу поклања обнављању наставних садржаја са прошлог часа, нарочито са ученицима који имају слабија постигнућа из математике, имајући у виду да су на прошлом часу учили откривањем уз елементе проблемске наставе.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник најпре задаје ученицима да реше 190. и 187. задатак како би утврдили и продубили знања о одређивању површине кружног исечка. Потом (уз одговарајућу слику) записује на табли: Две концентричне кружнице $k(O, r_1)$ и $k(O, r_2)$, $r_1 > r_2$, одређују кружни прстен, тј. фигуру коју чине све тачке X такве да је $r_2 \leq OX \leq r_1$. Након тога наставник пита ученике чему је једнака површина овако описаног кружног прстена. Очекује да известан број њих дође на одговарајућу идеју и формулише образац. Након извесног времена записује на табли: **Површина *P* кружног прстена једнака је разлици површина кругова који га образују:** $\boldsymbol{P = (r_1^2 - r_2^2)\pi}$**.** Обрадом 2. примера наставник илуструје поступак одређивања површине кружног прстена који образују уписан и описан круг квадрата дате странице. Ученици уз помоћ наставника решавају 7.	– Одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава пример (2. пример) и задатке (4, 7, 9. и 10. задатак из Уџбеника и 187. и 190. задатак из Збирке) уз помоћ наставника.

задатак, који представља реалан проблем, из свакодневног живота, након чега решавају и 9. задатак, где повезују одређивање површине кружног прстена и кружног исечка. Затим, решавањем 10. задатка, наставник упознаје ученике са појмом кружни одсечак и показује ученицима како се рачуна површина кружног одсечка. **Интерактиван приказ** – *Површина круга – кружни исечак и кружни одсечак*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник илуструје идеју за поступак одређивања површине круга и утврђује са ученицима појмове кружни исечак и кружни одсечак (лекција 5.7 *Површина кружног исечка и кружног прстена*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 5.7 *Површина кружног исечка и кружног прстена*, слајд 1 и слајд 2). Упућује ученике на галерије слика (лекција 5.7 *Површина кружног исечка и кружног прстена*, слајд 2). Уколико остане довољно времена, ученици решавају и 4. задатак из Уџбеника (у супротном он остаје за домаћи).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља још једном са ученицима формулу за рачунање површине круга и његових делова и идеје из којих су формуле изведене. Задаје им домаћи задатак (5, 6, 8. и 11. задатак из Уџбеника).	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Површина кружног исечка и кружног прстена



Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 135

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Обим и површина круга		
Тип часа:	утврђивање		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање усвојених знања ученика која се односе на израчунавање обима и површине круга и његових делова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • израчуна обим и површину круга и његових делова.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	рад у паровима		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • дигиталну компетенцију; • компетенције за сарадњу.		
Међупредметно повезивање:	Формуле за рачунање обима и површине круга и његових делова потребне су за решавање проблема из физике.		
Кључни појмови:	обим круга, површина круга, дужина кружног лука, површина кружног исечка, површина кружног прстена		

ТОК ЧАСА

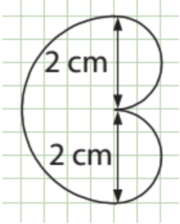
Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Обавештава ученике да ће на данашњем часу радити задатке у паровима. Приликом поделе у парове труди се да ученици у сваком пару буду различитих постигнућа из математике.	– Деле се у парове према инструкцијама наставника, сваки пар добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа, тако да сваки ученик може узети учешће у раду.
Главни део часа (25 минута)	
Документарни филм – *Површина и обим – надмудривање подморница*. Наставник ученицима пушта филм који говори о примени знања из геометрије са циљем заштите британског конвоја бојним бродовима у Другом светском рату. Наиме, од свих геометријских фигура исте површине, круг има најмањи обим, а што је конвој већи (што је круг већег полупречника) то је однос објеката који се штите и оних који их штите економичнији (лекција 5.7 *Површина кружног исечка и кружног прстена*, слајд 2). Потом наставник дели ученицима задатке, одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви учествују у изради задатака. Обилази ученике и пружа им дозирану помоћ при раду.	– Прати филм који наставник приказује; – прати упутства наставника; – израђује задатке; – учествује у дискусији; – анализира и закључује; – поставља питања.
Завршни део часа (15 минута)	
Изводи ученике пред таблу да испишу решења задатака које су решавали на часу. Задаци који нису решени на часу остају за домаћи задатак ученицима.	– Одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика на датом часу
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

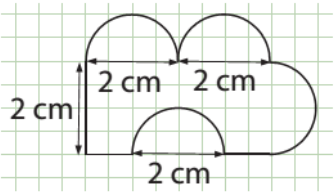
ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Обим и површина круга – задаци

1. Марко се спрема за крос. На кружној стази вежба свакога дана тако што је претрчи 10 пута. Ако је пречник стазе 42 метара, колики пут Марко претрчи у току једног тренинга (узети $\pi \approx \frac{22}{7}$)?
2. Израчунај обим фигура приказаних на слици.





3. Израчунај дужину полупречника кружнице ако кружном луку те кружнице дужине $\frac{5}{8}\pi$ cm одговара централни угао од $45°$.
4. Израчунај површину круга ако је његов полупречник дужине 25 cm.
5. Површина круга је:
   а) $64\pi\ \mathrm{cm}^2$; б) $1{,}69\pi\ \mathrm{cm}^2$; в) $\pi\ \mathrm{m}^2$.
   Израчунај његов обим.
6. Унутар кружне стазе пречника 40 m треба посејати траву. Колико семена траве је потребно ако за $1\ \mathrm{m}^2$ треба 20 g семена (узети $\pi \approx 3{,}14$)?
7. Обим једног круга је 20π cm. Израчунај површину његовог кружног исечка коме одговара централни угао од $72°$.
8. Два концентрична круга имају полупречнике дужина 0,1 m и 1,5 dm. Израчунај површину кружног прстена који ови кругови одређују.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 136

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Круг**		
Наставна јединица:	Круг		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и утврђивање знања ученика о централном и периферијском углу, примени Питагорине теореме на круг, ротацији, обиму и површини круга и његових делова.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди меру централног угла ако је дата мера периферијског угла и обратно; • користи тврђења о централном и периферијском углу у конструктивним задацима и при доказивању геометријских тврђења; • преслика тачку ротацијом за дати оријентисан угао око одређене тачке; • израчуна обим и површину круга и његових делова.		
Наставне методе:	дијалошка, самостални рад ученика		
Наставна средства:	ланац знања, наставни лист		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за сарадњу; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Наставни садржаји из наставне теме *Круг* повезани су са одговарајућим садржајима из физике, географије и техничког образовања.		
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (15 минута)	
У уводном делу часа наставник дели ученицима папириће са питањима и одговорима на неко друго питање који чине ланац знања (прилог 1) и папириће са задацима које ученици решавају самостално.	– Одговара на постављена питања наставника; – уколико је одговор на постављено питање на његовом папирићу, одговара наглас и чита наредно питање.
Главни део часа (25 минута)	
Дели ученицима наставне листиће (прилог 2) и упућује их у то да задатке решавају самостално, коришћењем Уџбеника и напомена датих у наставном листу. Одржава дисциплину на часу. Води рачуна да сви ученици учествују у раду.	– Прати упутства наставника; – решава одговарајуће задатке из наставног листа.
Завршни део часа (5 минута)	
Анализира са ученицима потешкоће при решавању задатака и отклања евентуалне нејасноће. Упућује их у то да задатке које нису решили на часу решавају за домаћи задатак, поново уз помоћ Уџбеника.	– Дискутује са наставником о потешкоћама при решавању задатака из наставног листа.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању задатака
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

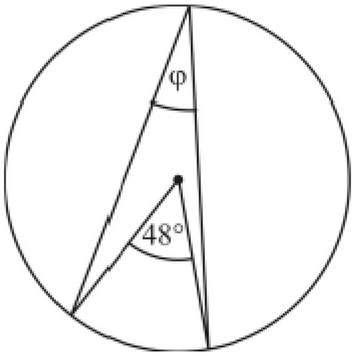
Одговор: Једнака је разлици површина кругова који га образују. Питање: Централни угао кружнице је...?	Одговор: Угао чији је теме центар кружнице. Питање: Периферијски угао кружнице (круга) је...?	Одговор: Сваки угао чије теме припада кружници, а краци садрже две његове тетиве. Питање: Теорема о централном и периферијском углу гласи...?
Одговор: Периферијски угао је два пута мањи од централног угла над истим луком. Питање: Сви периферијски углови над пречником су...?	Одговор: Сви су прави. Питање: Сви периферијски углови над истим луком су...?	Одговор: Сви су једнаки. Питање: У изометријске трансформације равни спадају осна симетрија, централна симетрија, транслација и ...?
Одговор: Ротација. Питање: Однос обима круга и његовог пречника је...?	Одговор: Сталан (константан). Питање: Обим круга једнак је...?	Одговор: Једнак је производу његовог пречника и броја $\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{O} = \boldsymbol{2r\pi}$. Питање: Дужина кружног лука кружнице полупречника r коме одговара централни угао мере α изражене у степенима једнака је...?
Одговор: $\boldsymbol{\ell = \frac{2r\pi}{360°} \cdot \alpha}$. Питање: Површина круга једнака је...?	Одговор: Једнака је производу квадрата његовог полупречника и броја π, $\boldsymbol{P = r^2\pi}$. Питање: Површина кружног исечка круга полупречника r коме одговара централни угао мере α изражене у степенима једнака је...?	Одговор: $P = \frac{r^2\pi}{360°} \cdot \alpha$. Питање: Површина кружног прстена једнака је...?

ПРИЛОГ 2

Наставни лист

1. Заокружи слово испред мере угла φ на наредној слици.

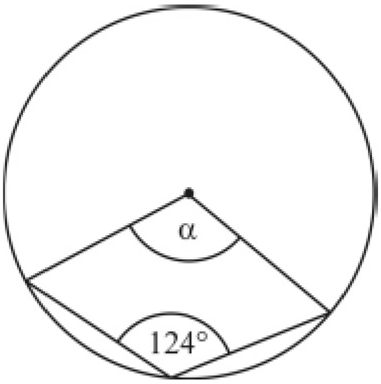
а) 48°; **б)** 24°; **в)** 96°; **г)** 12°; **д)** 42°.



Напомена: На страни 153 у Уџбенику наведена је теорема о односу периферијског угла и њему одговарајућег централног угла. Директном применом те теореме једноставно се одређује тражена мера угла на датој слици.

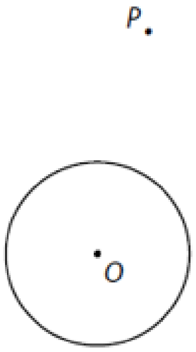
2. Заокружи слово испред мере угла α.

а) 124°; **б)** 248°; **в)** 62°; **г)** 112°; **д)** 56°.



Напомена: Математички задатак је једноставно решити уколико треба применити само једно тврђење. Међутим, много су чешћи они у којима се од оног који решава захтева још нека досетка. У том смислу се овај задатак разликује од претходног. Помоћ можеш пронаћи на страни 153 у Уџбенику.

3. Конструиши тангенте на дати круг K (O, r) из тачке P. Наведи основне кораке конструкције на линијама поред слике.



1. ______________________________

____

____

2. ______________________________

____

____

3. ______________________________

Напомена: На 155. страни Уџбеника описана је конструкција тангенте на круг из тачке која му не припада.

4. Заокружи слово испред дужине тангентне дужи на круг $K(O, 5\text{cm})$ из тачке P која је 1 dm удаљена од центра O.

а) $\sqrt{6}$ cm

б) 2 dm

в) $\sqrt{26}$ cm

г) $3\sqrt{5}$ cm

д) $5\sqrt{3}$ cm

Напомена: Потражи помоћ на 157. страни Уџбеника.

5. Нацртај дуж AB дужине 5 cm, па затим ротирај тачку A око тачке B за угао $60°$ у смеру казаљке на сату.

Напомена: Ротација је изометријска транформација. Поступак ротације тачке у равни око центра ротације за дати оријентисани угао изложен је на 160. страни Уџбеника.

6. Обим круга једнак је $O = 12\pi$ cm. Узимајући да је $\pi \approx 3{,}14$, заокружи слово испред приближне вредности површине тог круга.

а) 18,84 cm^2

б) 452,16 cm^2

в) 113,04 cm^2

г) 37,68 cm^2

д) 11,34 cm^2

Напомена: Формуле за израчунавање обима и површинепкруга јесу основне формуле неопходне за решавање рачунских задатака у вези са круговима, односно кружницама. Оне су дате на странама 163 и 169 у Уџбенику. Понекад је потребно употребити обе формуле да би се решио неки задатак.

7. Заокружи слово испред површине кружног исечка одређеног луком дужине $\ell = 2\pi$ cm кружнице k(O, 3cm).

а) 3π cm^2

б) 9π cm^2

в) $1{,}5\pi$ cm^2

г) 2π cm^2

д) 6π cm^2

Напомена: Често је задатке могуће решити на више начина. Тако овај задатак можеш решити комбиновањем формуле за израчунавање дужине лука (166. страна)и формуле за израчунавање површине кружног исечка (170. страна). Такође, задатак се може решити и применом формуле на 171. страни у Уџбенику.

8. Дата су два концентрична круга K(O, 5cm) и K(O, r), при чему је $r < 5$. Дужина тетиве круга $K(O$, 5cm) која је на тангенти круга $K(O, r)$ једнака је 6cm. Заокружи слово испред површине кружног прстена који образују дати концентрични кругови.

а) 9 cm^2

б) 16 cm^2

в) 1 cm^2

г) $\sqrt{11}$ cm^2

д) 2 cm^2

Напомена: Приликом решавања математичких задатака често треба применити више чињеница да би се дошло до решења. Тако, на пример, да би се решио овај задатак, треба искористити идеје са стране 157 у Уџбенику, али и формулу за израчунавање површине кружног прстена која је дата на страни 171.

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 137

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Припрема за четврти писмени задатак		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Систематизација и утврђивање усвојених наставних садржаја који се односе на квадрат бинома, разлику квадрата, растављање полинома на чиниоце и наставну тему *Круг*.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома; • користи тврђења о централном и периферијском углу; • преслика троугао ротацијом за дати оријентисан угао око одређене тачке; • израчуна обим и површину круга и његових делова.		
Наставне методе:	самостални рад ученика, дијалошка		
Наставна средства:	наставни листићи, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију; • компетенције за рад са подацима и садржајима.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Дели задатке за припрему четвртог писменог задатка, које ученици решавају самостално. Упућује их у то да могу да комуницирају, али да се потруде да буду што самосталнији приликом израде задатака.	– Сваки ученик добија исте задатке различите тежине, односно различитих нивоа.
Главни део часа (35 минута)	
Наставник обилази ученике, помаже им у изради задатака, саопштава им да могу да користе Уџбеник. Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици учествују у изради задатака. Пушта ученике да решавају задатке десет минута, па потом изводи оне који се добровољно јаве да испишу решења задатака на табли. Сваки задатак ради други ученик, док остали на табли прате израду задатака које нису успели да реше самостално и записују решења у својим свескама.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке; – учествује у дискусији; – анализира и закључује; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Дискутује са ученицима о евентуалним потешкоћама које су имали приликом решавања задатака, отклања нејасноће и указује ученицима на грешке које су правили приликом израде задатака. Задаци који нису решени на часу остају за домаћи задатак.	– Упознаје наставника са евентуалним нејасноћама; – одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика на датом часу
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

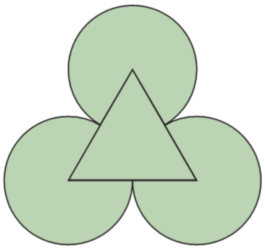
ПРИЛОГ 1

Припрема за четврти писмени задатак

1. Реши једначину

   а) $49x^3 - 4x = 0$; б)$x^3 - 4x^2 + 4x = 0$.

2. Одреди вредност израза $\sqrt{\sqrt{5}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+1}$.
3. Мера периферијског угла над тетивом AB је $72°$. Одреди меру централног угла над тетивом AB.
4. Нацртај произвољан троугао ABC, а затим ротирај троугао за угао од $90°$ у смеру супротном кретању казаљке на сату ако је центар ротације средиште странице BC.
5. Обим кружнице уписане у квадрат је 6π cm. Одреди површину тог квадрата.
6. Дужина полупречника кружнице је 6 cm. Израчунај централни угао над кружним луком дужине 3π cm.
7. Израчунај обим и површину осенчене фигуре са слике ако је троугао на слици једнакостраничан и има страницу дужине 1 cm.



ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 138

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Четврти писмени задатак		
Тип часа:	час провере		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја који се односе на квадрат бинома, разлику квадрата, растављање полинома на чиниоце и наставну тему *Круг*.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома; • користи тврђења о централном и периферијском углу; • преслика квадрат ротацијом за дати оријентисан угао око одређене тачке; • израчуна обим и површину круга и његових делова.		
Наставне методе:	самостални рад ученика		
Наставна средства:	листићи са задацима, вежбанка		
Облици рада:	индивидуални		
Међупредметне компетенције:			
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (3 минута)	
Наставник дели ученицима задатке за четврти писмени задатак уз опште напомене о начину израде.	– Слуша упутства наставника.
Главни део часа (40 минута)	
Одржава дисциплину и води рачуна о томе да сви ученици решавају задатке самостално.	– Прати упутства наставника; – израђује задатке из теста за четврти писмени задатак.
Завршни део часа (2 минута)	
Преузима радове од ученика.	– Предаје свој рад.
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са четвртог писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

VII разред – Четврти писмени задатак из математике

I група

1. а) Одреди квадрат бинома P ако је $P = 2a - 3$.
   б) Одреди вредност израза $\sqrt{\sqrt{10} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{10} + 1}$.
2. Збир централног и периферијског угла над истом тетивом је 78°. Израчунај мере тих углова.
3. Обим једног круга је 10π cm. Одреди површину његовог кружног исечка коме одговара централни угао од 135°.
4. Квадрат $ABCD$ ротирај око темена D у смеру кретања казаљке на сату за угао од 120°.
5. Дијана је исекла модел квадрата од картона, међутим уочила је да јој је тај модел превише велики за њене потребе. Тада је од датог модела квадрата исекла нови, мањи квадрат, чија је дужина странице била за 3 cm мања од дужине првобитног квадрата. Затим је израчунала да је површина картона који јој је претекао од модела великог квадрата, након што је исекла модел мањег квадрата, једнака $45\ \text{cm}^2$. Колика је била почетна дужина странице квадрата?

VII разред – Четврти писмени задатак из математике

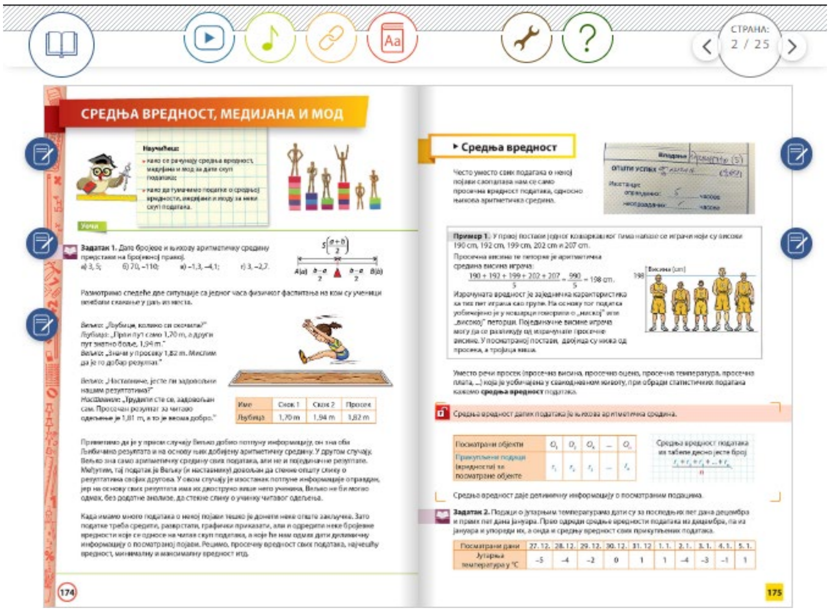
II група

1. а) Одреди квадрат бинома P ако је $P = 3a - 2$.
   б) Одреди вредност израза $\sqrt{\sqrt{2} - 1} \cdot \sqrt{\sqrt{2} + 1}$.
2. Збир централног и периферијског угла над истом тетивом је 84°. Израчунај мере тих углова.
3. Обим једног круга је 14π cm. Одреди површину његовог кружног исечка коме одговара централни угао од 150°.
4. Квадрат $ABCD$ ротирај око темена D у смеру кретања казаљке на сату за угао од 30°.
5. Оливера је исекла модел квадрата од картона, међутим уочила је да јој је тај модел превише велики за њене потребе. Тада је од датог модела квадрата исекла нови, мањи квадрат, чија је дужина странице била за 2 cm мања од дужине првобитног квадрата. Затим је израчунала да је површина картона који јој је претекао од модела великог квадрата, након што је исекла модел мањег квадрата, једнака $32\ \text{cm}^2$. Колика је била почетна дужина странице квадрата?

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 139

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Обрада података**		
Наставна јединица:	Средња вредност, медијана и мод		
Тип часа:	обрада		
Циљ часа:	Упознавање ученика са одређивањем средње вредности, медијане и мода датих података.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди средњу вредност датих података; • одреди медијану датих података; • одреди мод датих података.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, илустративна		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Одређивање статистичких показатеља, нарочито аритметичке средине датих података, неопходно је за решавање великог броја проблема у свакодневном животу, за финансијску писменост ученика, а присутно је међупредметно повезивање са великим бројем наставних предмета (физика, хемија, информатика и рачунарство, географија...).		
Кључни појмови:	средња вредност, медијана, мод		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



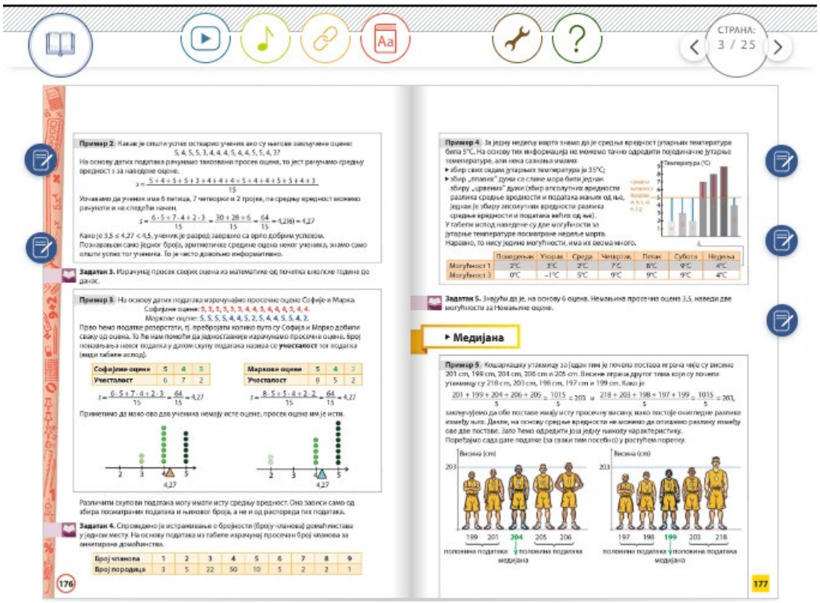
СТРАНА: 2 / 25

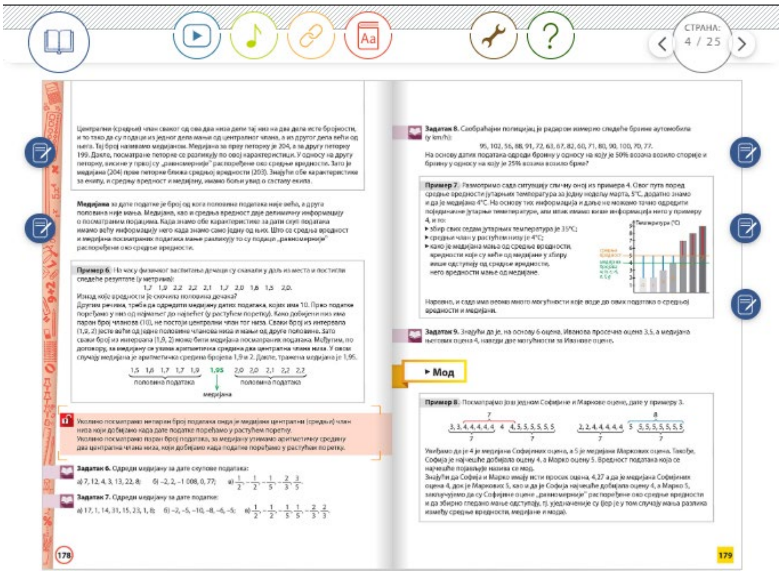
СРЕДЊА ВРЕДНОСТ, МЕДИЈАНА И МОД

Средња вредност

174

175


СТРАНА:
3 / 25
176
177


СТРАНА:
4 / 25
178
179


СТРАНА:
5 / 25
180

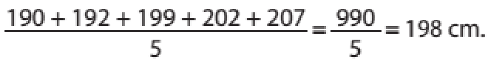
ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Наставник обнавља са ученицима појам аритметичке средине више бројева, са којим су се ученици већ сретали у петом разреду, и истиче циљ часа. Упућује ученике да прочитају мотивациони пример, о скоку у даљ, на 174. страни Уџбеника. Наглашава да је, када имамо много података о некој појави, тешко доносити опште закључке и да зато податке треба средити, разврстати, графички приказати, али и одредити неке бројевне вредности које се односе на читав скуп података, а које ће нам одмах дати делимичну информацију о посматраној појави.	– Одговара на питања наставника; – чита одговарајући пример.
Главни део часа (30 минута)	
Након што са ученицима обради 1. пример, указује им на то да уместо речи просек (просечна висина, просечна тежина, просечна оцена итд.), која је уобичајена у свакодневном животу, при обради статистичких података кажемо *средња вредност података*. Затим диктира ученицима: **Средња вредност датих података је њихова аритметичка средина.** Обрадом 2. примера на конкретном примеру подсећа ученике на поступак одређивања аритметичке средине, конкретно просечне оцене ученика. Са још једним статististичким показатељем, учесталошћу података, наставник упознаје ученике обрадом 3. примера и истиче да се број понављања неког податка у датом скупу података назива учесталост тог податка. Наставник потом указује ученицима на то да у неким случајевима, (само) аритметичка средина није најпогоднији, односно није довољан статистички показатељ скупа података. Појам медијане најпре илуструје на конкретном примеру (пример 5) и повезује га са средњом вредошћу истог скупа података. Потом истиче да је медијана, за дате податке, број од кога половина података није већа, а друга половина није мања и да медијана, као и средња вредност, даје делимичну информацију о посматраним подацима. Истиче да када знамо обе карактеристике за дати скуп података имамо већу информацију него када знамо само једну од њих и да што се средња вредност и медијана посматраних података мање разликују, то су подаци „равномерније” распоређени око средње вредности. Дискутује са ученицима о томе како би они одредили медијану одређеног скупа података. Најпре илуструје	– Одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – решава примере (1, 2, 3, 5, 6, 8. и 9. пример) и задатак (6. задатак из Уџбеника) уз помоћ наставника.

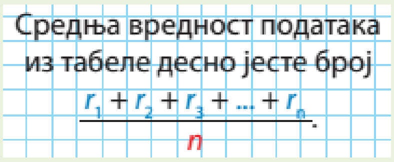
поступак одређивања медијане скупа података када дати скуп има непаран број података, а потом и када скуп има паран број података (пример 6). Затим диктира ученицима: **Уколико посматрамо непаран број података, онда је медијана централни (средњи) члан низа који добијамо када дате податке поређамо у растућем поретку. Уколико посматрамо паран број података, за медијану узимамо аритметичку средину два централна члана низа који добијамо када податке поређамо у растућем поретку.** Задаје ученицима да реше 6. задатак. Након што обради са ученицима 8. пример и донекле утре пут ученицима за усвајање појма дисперзије и стандардног одступања у будућности (навођењем како су у датом примеру вредности распоређене око средње вредности и како збирно гледано одступају), наставник упућује ученике у појам мод: **За дате податаке мод је вредност која се најчешће јавља.** На крају упућује ученике да прочитају 9. пример из Уџбеника, са циљем да увиде да скуп података може имати један мод, али и више њих. **Интерактиван приказ** – *Медијана, средња вредност и мод*. Коришћењем дигиталног садржаја (2D анимације) наставник повезује наведене мере централне тенденције (лекција 6.1 *Средња вредност, медијана и мод*, слајд 1). Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 6.1 *Средња вредност, медијана и мод*).	
Завршни део часа (5 минута)	
Понавља са ученицима средњу вредност, учесталост податка, медијану и мод и како одређујемо дате статистичке показатеље. Задаје ученицима домаћи задатак да за следећи час прочитају наставне садржаје о обради података, који се налазе на 181. и 182. страни Уџбеника; за други (141.) час да још једном прочитају градиво из Уџбеника које се односи на усвојене наставне садржаје, да ишчитају примере који нису обрађени на часу (4, 7. и 10. пример), као и да реше све задатке од 1. до 12. задатка, изузев 6. задатка из Уџбеника.	– Одговара на питања наставника.

Изглед табле

Средња вредност, медијана, мод

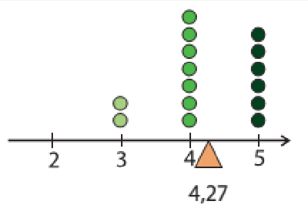


$$\frac{190 + 192 + 199 + 202 + 207}{5} = \frac{990}{5} = 198 \text{ cm.}$$



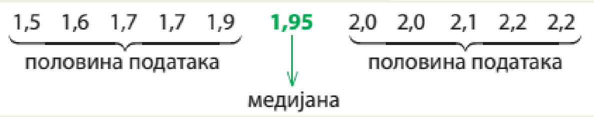
Средња вредност података из табеле десно јесте број

$$\frac{r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n}{n}.$$



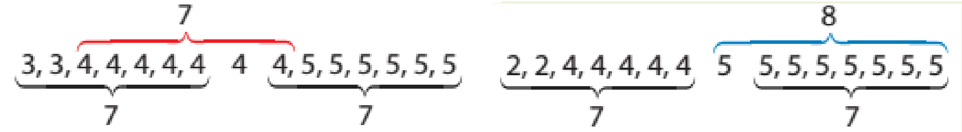
$$\underbrace{199 \quad 201}_{\text{половина података}} \quad \mathbf{204} \quad \underbrace{205 \quad 206}_{\text{половина података}}$$

медијана



$$\underbrace{1{,}5 \quad 1{,}6 \quad 1{,}7 \quad 1{,}7 \quad 1{,}9}_{\text{половина података}} \quad \mathbf{1{,}95} \quad \underbrace{2{,}0 \quad 2{,}0 \quad 2{,}1 \quad 2{,}2 \quad 2{,}2}_{\text{половина података}}$$

медијана



$$\underbrace{3, 3, 4, 4, 4, 4, 4}_{7} \quad 4 \quad \underbrace{4, 5, 5, 5, 5, 5, 5}_{7}$$

(7 над 4, 4, 4, 4, 4, 4)

$$\underbrace{2, 2, 4, 4, 4, 4, 4}_{7} \quad 5 \quad \underbrace{5, 5, 5, 5, 5, 5, 5}_{7}$$

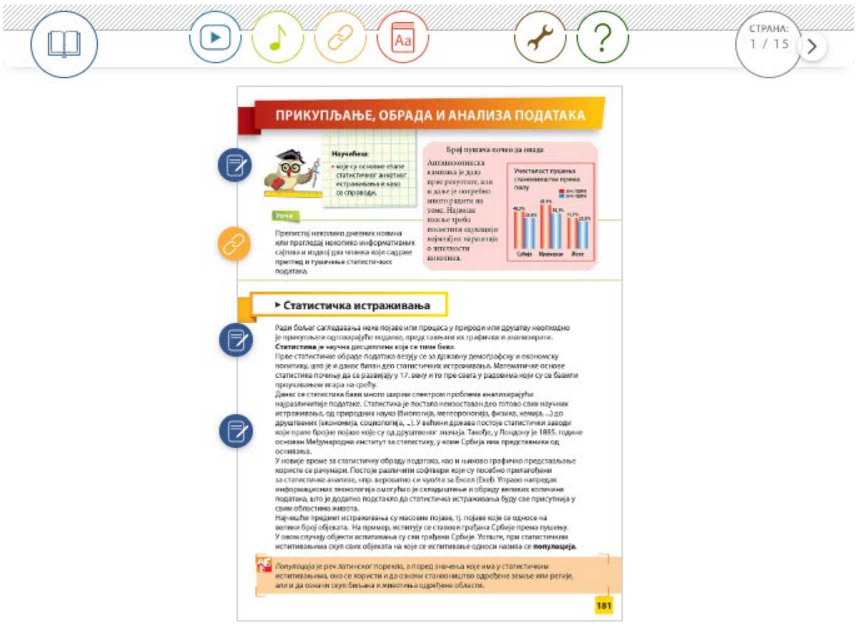
(8 над 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5)

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у решавању примера и задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 140

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Обрада података**		
Наставна јединица:	Избор теме пројекта и састављање анкетних питања		
Тип часа:	пројектна настава		
Циљ часа:	Упознавање ученика са поступком састављања анкете и начином спровођења анкете.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • састави анкету; • успешно спроведе анкетирање на задату тему, на прикладном узорку.		
Наставне методе:	дијалошка, демонстративна, илустративна, самостални рад ученика		
Наставна средства:	наставни лист, уџбеник, дигитални уџбеник, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	групни рад		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Обрада података је неопходна за спровођење било каквог истраживања из различитих научних области (информатике и рачунарства, биологије, географије, хемије, физике, као и из друштвених наука).		
Кључни појмови:	анкета		

Приказ мултимедијалних садржаја наставне јединице



ПРИКУПЉАЊЕ, ОБРАДА И АНАЛИЗА ПОДАТАКА

Научићеш:
- које су основне етапе статистичког анкетног истраживања и како се спроводи.

Уочи

Прелистај неколико дневних новина или прегледај неколико информативних сајтова и издвој два чланка који садрже преглед и тумачење статистичких података.

Број пушача почео да опада

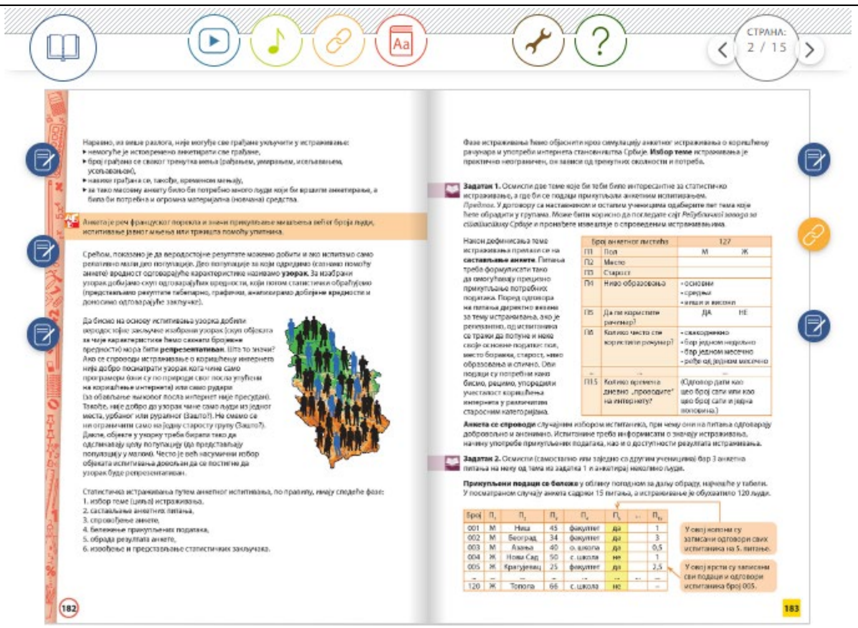
Антипушачка кампања је дала прве резултате, али и даље је потребно много радити на томе. Највише пажње треба посветити едукацији најмлађих нараштаја о штетности никотина.

▸ Статистичка истраживања

Ради бољег сагледавања неке појаве или процеса у природи или друштву неопходно је прикупљати одговарајуће податке, представљати их графички и анализирати.
Статистика је научна дисциплина која се тиме бави.
Прве статистичке обраде података везују се за државну демографску и економску политику, што је и данас битан део статистичких истраживања. Математичке основе статистика почиње да се развијају у 17. веку и то пре свега у радовима који су се бавили проучавањем игара на срећу.
Данас се статистика бави много ширим спектром проблема анализирајући најразличитије податке. Статистика је постала незаобилазан део готово свих научних истраживања, од природних наука (биологија, метеорологија, физика, хемија, ...) до друштвених (економија, социологија, ...). У већини држава постоје статистички заводи који прате бројне појаве које су од друштвеног значаја. Такође, у Лондону је 1885. године основан Међународни институт за статистику, у коме Србија има представника од оснивања.
У новије време за статистичку обраду података, као и њихово графичко представљање користе се рачунари. Постоје различити софтвери који су посебно прилагођени за статистичке анализе, нпр. вероватно си чуо/ла за Ексел (Excel). Управо напредак информационих технологија омогућио је складиштење и обраду великих количина података, што је додатно подстакло да статистичка истраживања буду све присутнија у свим областима живота.
Најчешћи предмет истраживања су масовне појаве, тј. појаве које се односе на велики број објеката. На пример, испитују се ставови грађана Србије према пушењу. У овом случају објекти испитивања су сви грађани Србије. Уопште, при статистичким испитивањима скуп свих објеката на које се испитивање односи назива се **популација.**

Популација је реч латинског порекла, а поред значења које има у статистичким испитивањима, она се користи и да означи становништво одређене земље или регије, али и да означи скуп биљака и животиња одређене области.

181



Наравно, из више разлога, није могуће све грађане укључити у истраживање:
- немогуће је истовремено анкетирати све грађане,
- број грађана се сваког тренутка мења (рађањем, умирањем, исељавањем, усељавањем),
- навике грађана се, такође, временом мењају,
- за тако масовну анкету било би потребно много људи који би вршили анкетирање, а била би потребна и огромна материјална (новчана) средства.

Анкета је реч француског порекла и значи прикупљање мишљења већег броја људи, испитивање јавног мњења или тржишта помоћу упитника.

Срећом, показано је да веродостојне резултате можемо добити и ако испитамо само релативно мали део популације. Део популације за који одредимо (сазнамо помоћу анкете) вредност одговарајуће карактеристике називамо **узорак.** За изабрани узорак добијамо скуп одговарајућих вредности, које потом статистички обрађујемо (представљамо резултате табеларно, графички, анализирамо добијене вредности и доносимо одговарајуће закључке).

Да бисмо на основу испитивања узорка добили веродостојне закључке изабрани узорак (скуп објеката за чије карактеристике ћемо сазнати бројевне вредности) мора бити **репрезентативан**. Шта то значи? Ако се спроводи истраживање о коришћењу интернета није добро посматрати узорак кога чине само програмери (они су по природи свог посла упућени на коришћење интернета) или само рудари (за обављање њиховог посла интернет није пресудан). Такође, није добро да узорак чине само људи из једног места, урбаног или руралног (Зашто?). Не смемо се ни ограничити само на једну старосну групу (Зашто?). Дакле, објекте у узорку треба бирати тако да одсликавају целу популацију (да представљају популацију у малом). Често је већ насумични избор објеката испитивања довољан да се постигне да узорак буде репрезентативан.

Статистичка истраживања путем анкетног испитивања, по правилу, имају следеће фазе:
1. избор теме (циља) истраживања,
2. састављање анкетних питања,
3. спровођење анкете,
4. бележење прикупљених података,
5. обрада резултата анкете,
6. извођење и представљање статистичких закључака.

182

Фазе истраживања ћемо објаснити кроз симулацију анкетног истраживања о коришћењу рачунара и употреби интернета становништва Србије. **Избор теме** истраживања је практично неограничен, он зависи од тренутних околности и потреба.

Задатак 1. Осмисли две теме које би теби биле интересантне за статистичко истраживање, а где би се подаци прикупљали анкетним испитивањем.
Предлог. У договору са наставником и осталим ученицима одаберите пет тема које ћете обрадити у групама. Може бити корисно да погледате сајт *Републичког завода за статистику* Србије и пронађете извештаје о спроведеним истраживањима.

Након дефинисања теме истраживања прелази се на **састављање анкете**. Питања треба формулисати тако да омогућавају прецизно прикупљање потребних података. Поред одговора на питања директно везана за тему истраживања, ако је релевантно, од испитаника се тражи да попуне и неке своје основне податке: пол, место боравка, старост, ниво образовања и слично. Ови подаци су потребни како бисмо, рецимо, упоредили учесталост коришћења интернета у различитим старосним категоријама.

Број анкетног листића		127
П1	Пол	М Ж
П2	Место	
П3	Старост	
П4	Ниво образовања	• основни • средњи • виши и високи
П5	Да ли користите рачунар?	ДА НЕ
П6	Колико често сте користили рачунар?	• свакодневно • бар једном недељно • бар једном месечно • ређе од једном месечно
...	...	...
П15	Колико времена дневно „проводите" на интернету?	(Одговор дати као цео број сати или као цео број сати и једна половина.)

Анкета се спроводи случајним избором испитаника, при чему они на питања одговарају добровољно и анонимно. Испитанике треба информисати о значају истраживања, начину употребе прикупљених података, као и о доступности резултата истраживања.

Задатак 2. Осмисли (самостално или заједно са другим ученицима) бар 3 анкетна питања на неку од тема из задатка 1 и анкетирај неколико људи.

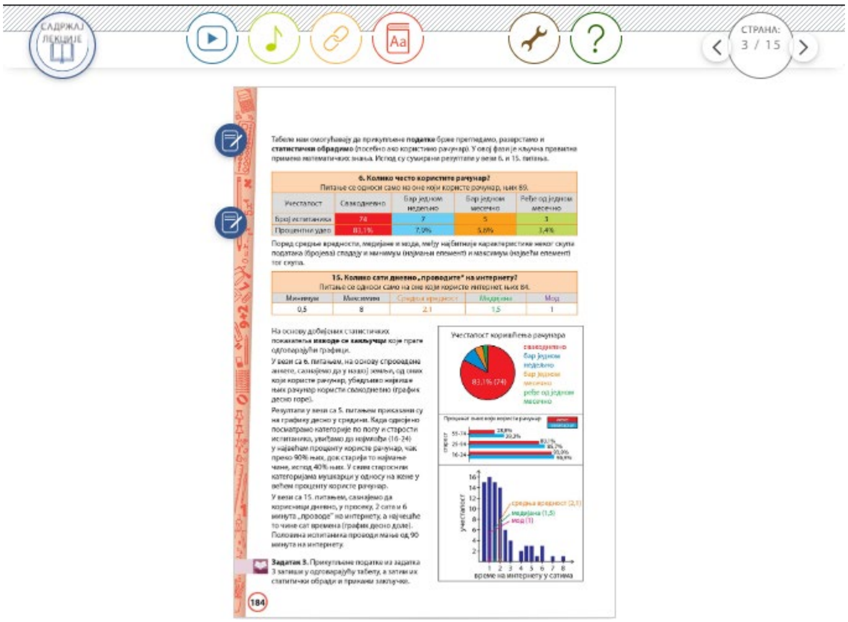
Прикупљени подаци се бележе у облику погодном за даљу обраду, најчешће у табели. У посматраном случају анкета садржи 15 питања, а истраживање је обухватило 120 људи.

Број	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	...	$П_{15}$
001	М	Ниш	45	факултет	да		1
002	М	Београд	34	факултет	да		3
003	М	Аранђ	40	о. школа	да		0,5
004	Ж	Нови Сад	50	с. школа	не		1
005	Ж	Крагујевац	25	факултет	да		2,5
...	...	...	...	...	...	...	...
120	Ж	Топола	66	с. школа	не		–

У овој колони су записани одговори свих испитаника на 5. питање.

У овој врсти су записани сви подаци и одговори испитаника број 005.

183



ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Наставник обнавља са ученицима средњу вредност, учесталост податка, медијану и мод и како се дати статистички показатељи одређују. Упућује ученике у то да су статистички показатељи са којима су се упознали неопходни за анализу добијених резултата било каквог истраживања. Наглашава да је, из различитих разлога, неопходно спроводити истраживања на различите теме, како у научне сврхе, тако и за потребе истраживања јавног мњења. Истиче да је зато потребно познавати основе прикупљања, обраде и анализе добијених података. Упућује ученике у то да је статистика научна дисциплина која се бави прикупљањем одговарајућих података, графичким представљањем тих података и њиховим анализирањем.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (25 минута)	
Обавештава ученике да ће они о прикупљању, обради и анализи добијених података учити кроз пројектну наставу. Како би ученици стекли одговарајућу слику о истраживањима и томе како би резултати истраживања требало да буду објављени, наставник наводи пример, на тему по свом избору, преузет са сајта Републичког завода за статистику. Затим покреће дискусију са ученицима о томе које су теме њима интересантне, односно на које теме би ученици волели да истражују, на већ поменути начин	– Одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања;

– прикупљањем података, графичким представљањем и анализирањем тако добијених података. Наставник предлаже четири теме (прилози 1, 2, 3, 4): • анкетно истраживање о ставовима ученика осмог разреда (музика, филм, књиге, медији, даље школовање...); • анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца везаних за бављење спортом и праћење спортских дешавања; • анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца везаних за употребу информационо-комуникационих технологија; • анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца везаних за рециклирање отпада. Наставник се пажљиво упућује и у евентуална другачија интересовања ученика (рецимо, анкетно истраживање у циљу сагледавања навика појединаца о здравој исхрани, односно начину исхране и сл.). Било би пожељно и да наставник са колегом који предаје други наставни предмет осмисли заједнички пројекат, чиме би се успоставило дубље међупредметно повезивање. Када се ученици, заједно са наставником, одлуче за три или четири теме истраживања, наставник их у складу са њиховим интересовањима пре свега, али и према њиховом успеху из математике (идеја је да у свим групама буду заступљени ученици различитих способности и постигнућа) и према могућности ученика за окупљање ради спровођења активности за домаћи задатак, дели у групе. Потом наставник захтева од ученика да одговоре на питања која се односе на наставне садржаје о којима су читали за домаћи задатак: шта се подразумева под појмовима популација, анкета, узорак. Неко од ученика (уз помоћ наставника) указује на то да статистичка истраживања путем анкетног испитивања, по правилу, имају следеће фазе: избор теме (циља) истраживања; састављање анкетних питања; спровођење анкете; бележење прикупљених података; обрада резултата анкете; извођење и представљање статистичких закључака. Наставник истиче да ће, пошто су теме већ изабране, ученици на часу, радом у групама, састављати анкетна питања, односно креирати анкете, које ће спроводити у оквиру домаћег задатака, а да ће се потом прећи на спровођење осталих фаза. Док ученици састављају анкетна питања, свако у оквиру својих група, на задату тему, наставник их, у складу	– распоређује се у дату групу по упутству наставника; – предлаже анкетна питања и учествује у креирању анкете.

са својом улогом координатора пројектне наставе, обилази и пружа им адекватну помоћ. С обзиром на узраст ученика и бележење одговора на анкетна питања, односно података добијених анкетирањем, предност би, приликом креирања анкете, требало дати питањима са понуђеним одговорима. Упућује ученике на интерактивне задатке у дигиталном уџбенику (лекција 6.2 *Прикупљање, обрада и анализа података*).	
Завршни део часа (10 минута)	
Наставник са сваком групом ученика договара коначан изглед анкете на задату тему истраживања (у складу са идејама ученика и евентулно предложеним анкетама у прилогу). Упућује ученике свих група да за домаћи задатак имају обавезу да, договором унутар групе, изаберу представника који ће анкету откуцати на рачунару, проследити је наставнику на увид, па по одобрењу наставника, изаберу ученика/ученике који ће умножити анкетне листиће. Уколико је могуће, ученици анкете куцају у рачунарској учионици у школи, током неке паузе или по завршетку наставе за тај дан, како би што пре могли да крену са спровођењем анкете. Заједно са ученицима истиче да у узорак треба укључити навике/ставове/мишљења људи различитог животног доба, образовања, професија итд. Затим саопштава ученицим да у оквиру домаћег задатка треба да анкетирају што већи број испитаника.	– Упућује се у наредне задатке и обавезе; – одговара на питања наставника.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у активностима које спроводе групним радом
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа	

приликом остваривања планираног? - Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

АНКЕТНО ИСТРАЖИВАЊЕ У ЦИЉУ САГЛЕДАВАЊА СТАВОВА УЧЕНИКА ОСМОГ РАЗРЕДА		
Број анкетног листића		
$П_{1}$	Пол	М Ж
$П_{2}$	Наведи омиљену боју	
$П_{3}$	Коју врсту музике најрадије слушаш?	
$П_{4}$	Који жанр филмова најрадије гледаш?	
$П_{5}$	Наведи омиљену књигу	
$П_{6}$	Да ли си активан члан библиотеке?	ДА НЕ
$П_{7}$	Колико књига прочиташ годишње?	
$П_{8}$	Да ли пратиш штампане информативне медије (новине, недељници и слично)?	• свакодневно • бар једном недељно • бар једном месечно • ређе од једном месечно
$П_{9}$	Да ли пратиш електронске информативне медије (електронске новине, информативни портали и слично)?	• свакодневно • бар једном недељно • бар једном месечно • ређе од једном месечно
$П_{10}$	Наведи три теме о којима се најчешће информишеш из било које врсте медија	1. ____________________ 2. ____________________ 3. ____________________
$П_{11}$	Да ли у твојој школи постоје школске новине?	ДА НЕ
$П_{12}$	Ако је одговор на претходно питање НЕ, да ли би подржао/ла њихово увођење?	ДА НЕ
$П_{13}$	Да треба да напишеш чланак за школске новине, којом темом би се бавио?	
$П_{14}$	Да ли за комуникацију са вршњацима из своје школе користиш друштвене мреже?	• свакодневно • бар једном недељно • бар једном месечно • ређе од једном месечно
$П_{15}$	Колико времена у просеку дневно користиш друштвене мреже? (Навести број минута.)	
$П_{16}$	Колико пута недељно слободно време проводиш заједно са школским друговима?	
$П_{17}$	Колико пута месечно дружење са вршњацима подразумева боравак на отвореном (шетње градом или у природи, боравак на игралишту и слично)?	
$П_{18}$	Општи успех на крају седмог разреда	• одличан • врлодобар • добар • довољан
$П_{19}$	Да ли планираш да упишеш средњу школу након завршене основне школе?	ДА НЕ
$П_{20}$	Наведи твоја прва три избора за упис средње школе	1. ____________________ 2. ____________________ 3. ____________________

ПРИЛОГ 2

АНКЕТНО ИСТРАЖИВАЊЕ У ЦИЉУ САГЛЕДАВАЊА НАВИКА ПОЈЕДИНАЦА ВЕЗАНИХ БАВЉЕЊЕ СПОРТОМ И ПРАЋЕЊЕ СПОРТСКИХ ДЕШАВАЊА

Број анкетног листића		
$П_{1}$	Пол	М Ж
$П_{2}$	Место	
$П_{3}$	Старост	
$П_{4}$	Радни статус	• ученик/студент • незапослен • запослен • пензионер
$П_{5}$	Да ли се бавите спортом?	• активно • рекреативно • не бавим се
$П_{6}$	Наведи спорт којим се бавите. (Попунити уколико се бавите спортом на било који начин.)	
$П_{7}$	Колико година сте имали када сте почели да се бавите тим спортом? (Попунити уколико сте дали одговор на претходно питање.)	
$П_{8}$	Колико година сте имали када сте први пут почели да се бавите било којим спортом? (Попунити уколико сте се икад бавили спортом на редовној бази, било активно, било рекреативно.)	
$П_{9}$	Којим спортом сте прво почели да се бавите? (Попунити уколико сте се икад бавили спортом на редовној бази, било активно, било рекреативно.)	
$П_{10}$	Да ли сте као тачмичар учествовали на неком спортском такмичењу било ког нивоа?	
$П_{11}$	Да ли сматрате да бављење спортом генерално доприноси здрављу појединца?	ДА НЕ
$П_{12}$	Да ли генерално пратите дешавања у спорту?	ДА НЕ
$П_{13}$	Наведите Ваша три омиљена спорта	1. ____________________ 2. ____________________ 3. ____________________
$П_{14}$	Да ли пратите резултате наших националних селекција или појединачних спортиста?	• увек • често • понекад • ретко • не пратим
$П_{15}$	Да ли сте некад гледали уживо неки наш национални тим или појединачног спортисту?	ДА НЕ
$П_{16}$	Да ли пратите спортска дешавања у којима нема наших националних селекција, нашиш клубова или наших појединачних спортиста у индивидуалним спортовима?	ДА НЕ
$П_{17}$	Наведите пример који илуструје одговор на претходно питање, уколико је одговор био ДА.	

ПРИЛОГ 3

АНКЕТНО ИСТРАЖИВАЊЕ У ЦИЉУ САГЛЕДАВАЊА НАВИКА ПОЈЕДИНАЦА ВЕЗАНИХ ЗА УПОТРЕБУ ИНФОРМАЦИОНО-КОМУНИКАЦИОНИХ ТЕХНОЛОГИЈА		
Број анкетног листића		
П$_{1}$	Пол	М Ж
П$_{2}$	Место	
П$_{3}$	Старост	
П$_{4}$	Ниво образовања	• основни • средњи • виши и високи
П$_{5}$	Радни статус	• ученик/студент • незапослен • запослен • пензионер
П$_{6}$	Да ли користите рачинар?	ДА НЕ
П$_{7}$	Колико често сте користили рачунар? (Попунити уколико је одговор на претходно питање ДА.)	• свакодневно • бар једном недељно • бар једном месечно • ређе од једном месечно
П$_{8}$	Колико времена у просеку дневно користите рачунар? (Попунити уколико је одговор на претходно питање СВАКОДНЕВНО.) Одговор дати као цео број сати или као цео број сати и једна половина.	
П$_{9}$	Да ли рачунар користите за комуникацију на друштвеним мрежама?	
П$_{10}$	Да ли користите мобилни телефон?	ДА НЕ
П$_{11}$	Колико контаката имате у именику мобилног телефона? (Попунити уколико је одговор на претходно питање ДА.)	• мање од 10 • више од 10 а мање од 50 • више од 50 а мање од 100 • више од 100 а мање од 200 • више од 200
П$_{12}$	Да ли мобилни телефон користите за комуникацију на друштвеним мрежама? (Попунити уколико је одговор на питање П$_{10}$ питање ДА.)	ДА НЕ
П$_{13}$	Да ли користите интернет?	ДА НЕ
П$_{14}$	Да ли користите интернет у образовне сврхе? (Попунити уколико је одговор на питање П$_{10}$ питање ДА.)	ДА НЕ
П$_{15}$	Да ли користите интернет у пословне сврхе? (Попунити уколико је одговор на питање П$_{10}$ питање ДА.)	ДА НЕ
П$_{16}$	Да ли користите интернет за комуникацију на друштвеним мрежама? (Попунити уколико је одговор на питање П$_{10}$ питање ДА.)	ДА НЕ
П$_{17}$	Да ли користите интернет ради информисања о темама/актуелностима које Вас занимају? (Попунити уколико је одговор на питање П$_{10}$ питање ДА.)	ДА НЕ
П$_{18}$	Колико времена дневно „проводите“ на интернету? (Попунити уколико је одговор на питање П$_{10}$ питање ДА.) Одговор дати као цео број сати или као цео број сати и једна половина.	

ПРИЛОГ 4

АНКЕТНО ИСТРАЖИВАЊЕ У ЦИЉУ САГЛЕДАВАЊА НАВИКА ПОЈЕДИНА ВЕЗАНИХ ЗА РЕЦИКЛИРАЊЕ ОТПАДА		
Број анкетног листића		
$П_{1}$	Пол	М Ж
$П_{2}$	Место	
$П_{3}$	Старост	
$П_{4}$	Ниво образовања	• основни • средњи • виши и високи
$П_{5}$	Радни статус	• ученик/студент • незапослен • запослен • пензионер
$П_{6}$	Да ли сматрате да је рециклирање отпада важно, тј. да може унапредити квалитет наше животне средине?	ДА НЕ
$П_{7}$	Да ли вршите било који облик рециклирања материјала?	ДА НЕ
$П_{8}$	Да ли у месту где живите постоји организовано одношење отпада?	ДА НЕ
$П_{9}$	Да ли постоји организована депонија за смеће у вашем месту?	ДА НЕ
$П_{10}$	Да ли сте уживо видели како изгледа организована депонија за смеће у вашем месту? (Попунити уколико је одговор на претходно питање ДА.)	ДА НЕ
$П_{11}$	Да ли сте уживо видели како изгледа нека организована депонија за смеће?	ДА НЕ
$П_{12}$	Да ли постоји дивља депонија за смеће у вашем месту?	ДА НЕ
$П_{13}$	Да ли сте уживо видели како изгледа дивља депонија за смеће у вашем месту? (Попунити уколико је одговор на претходно питање ДА.)	ДА НЕ
$П_{15}$	Да ли сте уживо видели како изгледа нека дивља депонија за смеће?	ДА НЕ
$П_{16}$	Да ли у месту где живите постоје одвојене канте за смеђе за одређене врсте отпада?	ДА НЕ
$П_{17}$	Да ли рециклирате папир, тј. бацате га на за то посебно одређена места?	• увек • понекад • ретко • не
$П_{18}$	Да ли рециклирате пластику, тј. бацате га на за то посебно одређена места?	• увек • понекад • ретко • не
$П_{19}$	Да ли рециклирате електрични отпад (батерије, дискови, стари уређаји), тј. бацате га на за то посебно одређена места?	• увек • понекад • ретко • не
$П_{20}$	Да ли лекове којима је истекао рок трајања одлажете по прописаним правилима која су назначена на сваком леку?	• увек • понекад • ретко • не
$П_{21}$	Да ли користите пластичне кесе за свакодневну куповину?	• увек • понекад • ретко • не

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 141

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Обрада података**		
Наставна јединица:	Обрада података		
Тип часа:	пројектна настава		
Циљ часа:	Утврђивање појмова узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ података, средња вредност, медијана и мод. Бележење и обрада података добијених анкетирањем.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди средњу вредност датих података; • одреди медијану датих података; • одреди мод датих података; • графички представи податке.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, демонстративна, илустративна, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	групни рад, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Обрада података је неопходна за спровођење било каквог истраживања, из различитих научних области (информатике и рачунарства, биологије, географије, хемије, физике, као и из друштвених наука).		
Кључни појмови:	узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ података, средња вредност, медијана, мод.		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Наставник анализира израду домаћег задатка (који је био прилично обиман). Најпре анализира део домаћег од пре два часа који се односио на решавање задатака из наставне јединице *Средња вредност, медијана, мод.* Отклања евентуалне нејасноће код ученика. Потом дискутује са ученицима о томе како су спровели анкетирање, да ли им је узорак репрезентативан и о могућим потешкоћама насталим приликом анкетирања.	– Одговара на питања наставника.
Главни део часа (30 минута)	
Затим наставник узима произвољан део прикупљених података од ученика једне групе. На конкретном примеру указује ученицима на то да се прикупљени подаци бележе у облику погодном за даљу обраду, најчешће у табели. Наглашава да табеле омогућавају да прикупљене податке брже прегледамо, разврстамо и статистички обрадимо (посебно ако користимо рачунар). Још једном истиче значај правилне примене усвојених математичких знања. На већ поменутом делу прикупљених података које је узео од ученика једне групе, наставник, заједно са ученицима (тако да они максимално учествују) илуструје поступке: одређивање процентуалног удела, одређивање минимума, максимума, средње вредности, медијане и мода за скуп података једне променљиве (рецимо број сати проведних на интернету на дневном нивоу). Наставник са ученицима обнавља и графички приказ података који су ученици усвојили у шестом разреду. Обнавља да се подаци најчешће представљају стубичастим и кружним дијаграмом. Имајући у виду да су се ученици у оквиру наставне теме *Круг* бавили појмом центалног угла, дати појам повезује са графичким представљањем података кружним дијаграмом. У преосталом делу часа ученици, групним радом, бележе (у табели) по угледу на начин на који је наставник изложио, податке добијене на основу анкете које су спроводили.	– Одговара на постављена питања наставника и учествује у дискусији; – даје промишљене одговоре на постављена питања; – анализира и закључује; – поставља питања; – рачуна процентуални удео, минимум, максимум, средњу вредност, медијану и мод за скуп података дате променљиве; – бележи (у табели) по угледу на начин на који је наставник изложио податке добијене на основу анкете.
Завршни део часа (5 минута)	
Наставник говори ученицима да за домаћи задатак наставе даље са спровођењем анкете и информише их да ће на наредном часу завршити са уношењем података добијених анкетирањем и да ће обрађивати тако добијене податке. Такође, наставник упознаје	– Упућује се у наредне задатке и обавезе.

ученике са тим да сваки пројекат на крају треба да има свој продукт, те их упућује да се договоре да ли ће своје резултате приказати у облику постера, на паноу или ће писати чланак на дату тему, направити презентацију итд.	

Изглед табле

Обрада података

Број	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$	...	$П_{15}$
001	М	Ниш	45	факултет	да		1
002	М	Београд	34	факултет	да		3
003	М	Азања	40	о. школа	да		0,5
004	Ж	Нови Сад	50	с. школа	не		1
005	Ж	Крагујевац	25	факултет	да		2,5
...	...	...	...	...	...	...	...
120	Ж	Топола	66	с. школа	не		–

Питање се односи само на оне који користе рачунар, њих 89.

Учесталост	Свакодневно	Бар једном недељно	Бар једном месечно	Ређе од једном месечно
Број испитаника	74	7	5	3
Процентни удео	83,1%	7,9%	5,6%	3,4%

Питање се односи само на оне који користе интернет, њих 84.

Минимум	Максимим	Средња вредност	Медијана	Мод
0,5	8	2,1	1,5	1

Учесталост коришћења рачунара

Проценат оних који користе рачунар

Начини провере оствареност исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у спровођењу потребних израчунавања и активностима које спроводе групним радом
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 142

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:			
Наставна јединица:	Исправка четвртог писменог задатка		
Тип часа:	систематизација		
Циљ часа:	Вредновање степена усвојених наставних садржаја.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • у задацима примењује формулу за квадрат бинома; • у задацима примењује формулу за разлику квадрата; • раставља полиноме на чиниоце применом дистрибутивног закона, разлике квадрата и квадрата бинома; • користи тврђења о централном и периферијском углу; • преслика квадрат ротацијом за дати оријентисан угао око одређене тачке; • израчуна обим и површину круга и његових делова.		
Наставне методе:	дијалошка		
Наставна средства:	креда (фломастери), табла, листићи са задацима		
Облици рада:	индивидуални, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:			
Кључни појмови:			

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Упознаје ученике са резултатима четвртог писменог задатка. Износи бодовање задатака и скалу оцењивања.	
Главни део часа (35 минута)	
Анализира са ученицима задатке, дели таблу на два дела и паралелно изводи пред таблу по два ученика (из сваке групе по једног). За сваки задатак из обе групе бира по једног ученика који је тачно урадио задатак или ученика који је погрешио приликом израде задатка, а својом активношћу на часовима је оставио утисак да би могао да реши дати задатак.	– Прати упутства наставника; – анализира и закључује; – прозвани ученици на табли исписују решења задатака четвртог писменог задатка, објашњавају свој рад и одговарају на питања других ученика док остали ученици решавају задатке у својим свескама; – поставља питања.
Завршни део часа (5 минута)	
Износи своја запажања и даје сугестије како превазићи одређене проблеме.	
Начини провере остварености исхода:	– анализирање резултата ученика са четвртог писменог задатка
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 143

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Обрада података**		
Наставна јединица:	Обрада података		
Тип часа:	пројектна настава		
Циљ часа:	Утврђивање и продубљивање знања ученика о одређивању нумеричке и процентуалне расподеле, графичког приказа података, средње вредности, медијане и мода. Упознавање ученика са извођењем закључака на основу добијених статистичких показатеља, које прате одговарајући графици.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди средњу вредност датих података; • одреди медијану датих података; • одреди мод датих података; • графички представи податке; • изводи закључке на основу добијених статистичких показатеља.		
Наставне методе:	дијалошка, монолошка, демонстративна, илустративна, самостални рад ученика		
Наставна средства:	уџбеник, збирка, табла, креда (фломастери)		
Облици рада:	групни рад, фронтални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију.		
Међупредметно повезивање:	Обрада података је неопходна за спровођење било каквог истраживања, из различитих научних области (информатике и рачунарства, биологије, географије, хемије, физике, а најпре из друштвених наука).		
Кључни појмови:	узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ података, средња вредност, медијана, мод, извођење закључака		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (10 минута)	
Наставник још једном обнавља са ученицима поступке: одређивање процентуалног удела, одређивање минимума, максимума, средње вредности, медијане и мода за скуп података једне променљиве. Затим тражи од ученика да саопште на који начин ће представити податке спроведеног истраживања, односно рада своје групе (постером,	– Одговара на питања наставника.

писаним чланком, презентацијом). Дискутује са ученицима о томе како је протекло даље спровођење анкете и о могућим потешкоћама насталим приликом анкетирања.	
Главни део часа (30 минута)	
Налаже ученицима да се расподеле у одговарајуће групе, да наставе да статистички обрађују податке и да по завршетку тог посла крену да изводе закључке које ће пратити одговарајући графици, као и да почну са прављењем „продукта” свог пројекта. Очекивано је да су у свакој групи изабране вође групе, да је успостављена подела задужења, као и да ученици међусобно сарађују унутар групе. Наставник ненаметљиво обилази групе ученика, саветује их, одговара на питања, евентуално даје сугестије и отклања недоумице и несугласице између ученика.	– Обавља потребна израчунавања; – статистички обрађује податке; – изводи закључке; – учествује у креирању продукта пројекта своје групе; – сарађује са члановима своје групе.
Завршни део часа (5 минута)	
Наставник задаје ученицима да, заједничким радом, за домаћи задатак, заврше свој пројекат и да припреме продукт свог рада за излагање на следећем часу. Саветује групе ученика да би приликом излагања резултата сви ученици требало да изложе део рада. Договара се са ученицима о редоследу излагања резултата анкета на наредном часу и прецизира колико времена ученици имају за своје излагање.	– упућује се у наредне задатке и обавезе.
Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа, закључивања и одговарања на постављена питања – анализирање успешности ученика у спровођењу потребних израчунавања и активностима које спроводе групним радом
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ПРИПРЕМА ЗА ЧАС БРОЈ 144

Предмет:	Математика	**Школа и разред:**	
Наставник:		**Датум одржавања:**	
Наставна тема/област:	**Обрада података**		
Наставна јединица:	Презентација резултата анкете		
Тип часа:	пројектна настава		
Циљ часа:	Презентација резултата добијених спровођењем анкете, бележењем прикупљених података, обрадом резултата анкете и извођењем и представљањем статистичких закључака, пројектним видом наставе.		
Очекивани исходи на крају часа:	На крају часа ученик ће бити у стању да: • одреди средњу вредност датих података; • одреди медијану датих података; • одреди мод датих података; • графички представи податке; • изводи закључке на основу добијених статистичких показатеља; • презентује резултате добијене обрадом података.		
Наставне методе:	дијалошка, демонстративна, илустративна, самостални рад ученика		
Наставна средства:	панои, постери, презентације, чланци		
Облици рада:	групни рад, фронтални, индивидуални		
Међупредметне компетенције:	Ученик развија: • компетенције за целоживотно учење; • компетенције за рад са подацима и садржајима; • компетенције за решавање проблема; • комуникацију; • компетенције за одговорно учешће у демократском друштву; • естетичку компетенцију; • предузимљивост и оријентацију ка предузетништву.		
Међупредметно повезивање:	Обрада података и презентација добијених резултата неопходни су за спровођење било каквог истраживања, из различитих научних области (информатике и рачунарства, биологије, географије, хемије, физике, као и из друштвених наука).		
Кључни појмови:	узорак, нумеричка и процентуална расподела, графички приказ података, средња вредност, медијана, мод, извођење закључака		

ТОК ЧАСА

Планиране активности наставника:	**Планиране активности ученика:**
Уводни део часа (5 минута)	
Наставник разговара са ученицима о томе на који начин ће представљати резултате свог истраживања. Подсећа их на договор о редоследу излагања и прецизира колико времена ученици имају за своје излагање. Наставник, поред своје процене о раду и резултатима ученика, на час позива и наставнике наставних предмета са чијим су садржајима теме истраживања у корелацији (наставнике информатике, биологије, физичког васпитања...). У складу са темама пројеката и актуелношћу тих тема, наставник може позвати и ученике других одељења (разреда) и/или представнике педагошко-психолошке службе. Истиче да и сами ученици учествују у вредновању и самовредновању у сврху развијања способности вредновања свог и туђег рада (а и да би се обезбедило пажљиво праћење резултата). Када је реч о вредновању радова ученика из других група, наставник указује ученицима на то да ће се вредновати: тачност исказаних тврдњи и спроведених израчунавања, прецизност у изражавању, јасноћа и занимљивост презентације. Наглашава да сваки ученик, за сваки рад који се излаже, на крају датог излагања мора бити спреман да валоризује дате аспекте презентације, као и да ће ученици добијати повратну информацију о свом раду и од наставника.	– Одговара на питања наставника; – спрема се за излагање резултата истраживања.
Главни део часа (35 минута)	
Препушта ученицима да презентују резултате анкете, по договореном распореду. Обезбеђује дисциплину на часу. Након излагања резултата сваког пројекта, најпре ученици који су излагали своје резултате вреднују своје ангажовање, ангажовање вршњака из групе, сарадњу, одговорност у раду, оцењују добијене резултате и презентовање добијених резултата и изведених закључака, чиме се постиже самовредновање пројектне наставе. Затим ученици који су слушали излагање спроводе вредновање, на већ договорен начин, а потом наставник вреднује рад ученика, на основу табеле коју је попунио (прилог 1). Наставник дату табелу попуњава за сваку групу понаособ.	– Са осталим члановима своје групе излаже резултате анкете; – вреднује свој рад и рад вршњака из своје групе; – вреднује презентације ученика других група.
Завршни део часа (5 минута)	
Након што сви ученици презентују резултате добијене спровођењем анкете, бележењем прикупљених података, обрадом резултата анкете и извођењем и представљањем статистичких закључака (пројектном наставом), наставник их обавештава да	

ће квалитетни радови, у складу са изабраним форматом презентације бити објављени на пригодан начин: постери и панои ће бити постављени у холу (ходнику) школе или на неком другом, прикладном месту; презентације могу бити постављене на сајт школе; написани чланци, након рецензије наставника, могу бити објављени у школским новинама (ако постоје) или исто бити објављени на сајту школе. Завршава час поздрављањем ученика, уз жеље да проведу пријатан распуст и да буду успешни у даљем школовању.	

Начини провере остварености исхода:	– посматрање ученичког учешћа у излагању свог рада, самовредновању и вредновању резултата истраживања
ОКВИР ЗА ПРЕИСПИТИВАЊЕ ОСТВАРЕНОГ ЧАСА: • Да ли ми је адекватан избор начина провере остварености исхода? • Да ли сам планирао/планирала адекватне активности ученика? • Да ли је било одступања/потешкоћа приликом остваривања планираног? • Шта бих променио/променила?	

ДОДАТНИ МАТЕРИЈАЛИ

ПРИЛОГ 1

Обрада података – вредновање

Назив пројекта:____

____

Уче(с)ници:____

____

____

Критеријуми/Успех	**Одличан**	**Добар**	**Слаб**
Сарадња чланова тима током израде пројекта	Сви чланови тима су сарађивали током израде пројекта.	Током израде пројекта сарађивали су само одређени чланови тима.	Један или два члана су одговарали на све пројектне задатке.
Техничка израда презентације (продукта)	Презентација је јасно урађена, анкета је успешно спроведена, резултати коректно обрађени, графици су одговарајући, закључци су исправно изведени.	Презентација садржи само поједине делове, има мањкавости, садржи непрецизности.	Презентација је конфузно урађена, присутно је пуно мањкавости.
Презентовање	Ученици јасно излажу своје резултате.	Ученици недовољно убедљиво излажу резултате истраживања са презентације.	Ученици површно говоре о резултатима истраживања са презентације.
Занимљивост садржаја презентације	Остали ученици пажљиво слушају излагање презентације.	Део ученика слуша излагање презентације.	Само неки ученици слушају излагање презентације.